

STATISTIQUES A DEUX VARIABLES

◆ *Série statistique double :*

- *Définition*

Une série statistique double $(x ; y)$ est constituée de n couples de nombres
 $(x_1 ; y_1), (x_2 ; y_2), \dots, (x_n ; y_n)$

Valeurs du caractère X	x_1	x_2	...	x_n
Valeurs du caractère Y	y_1	y_2	...	y_n

- *Exemple*

On mesure en fonction de la masse suspendue l'allongement d'un ressort
Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Masse suspendue x_i en Kg	2	2,5	4	4,5	6,5	7	8	10
Allongement y_i en cm	19	20	21	22	26	32	36	40

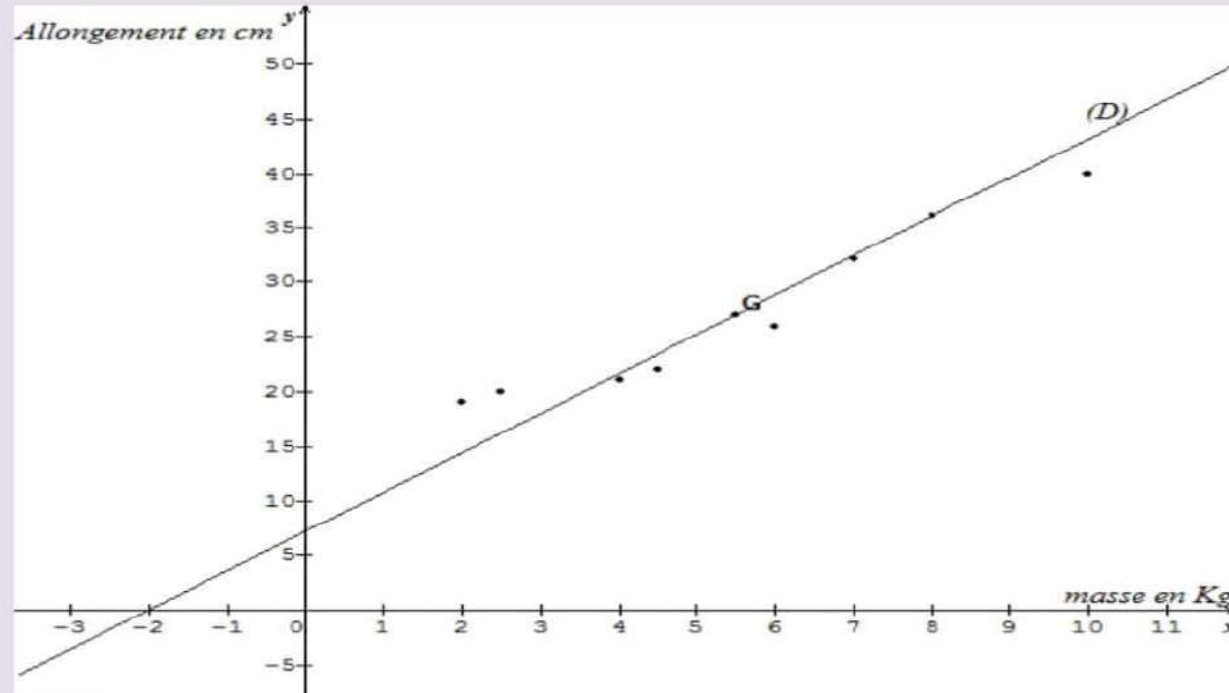
◆ Nuage de points et point moyen :

• Définitions

- ✓ Le nuage de points associé est l'ensemble des n points de coordonnées $(x_i ; y_i)$
- ✓ Le point moyen G associé est le point de coordonnées

$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \text{et} \quad y_G = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$$

• Exemple



$$x_G = \frac{44}{8} = 5,5 \quad \text{et} \quad y_G = \frac{216}{8} = 27 \Leftrightarrow G(5,5 ; 27)$$

♦ *Ajustement affine par la méthode graphique :*

• *Définition*

On trace une droite (D) passant par G et « assez proche des points du nuage » puis on détermine son équation sous la forme $y = mx + p$.

En effet : (D) passe par $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B) \Leftrightarrow \begin{cases} y_A = mx_A + p \\ y_B = mx_B + p \end{cases}$

• *Exemple*

Masse suspendue x_i en Kg	2	2,5	4	4,5	6,5	7	8	10
Allongement y_i en cm	19	20	21	22	26	32	36	40

Déterminons l'équation de la droite (D) passant par $G(5,5 ; 27)$ et le septième point du nuage de points

$$\begin{cases} 27 = 5,5m + p \\ 36 = 8m + p \end{cases} \Leftrightarrow m = 3,6 \text{ et } p = 7,2 \Leftrightarrow (D): y = 3,6x + 7,2$$

♦ Ajustement affine par la méthode de MAYER :

- **Définition**

On fractionne le nuage de points en deux sous-nuages de même effectif de points moyens respectifs G_1 et G_2 (ou différent à une unité près si l'effectif est impair) alors puis on détermine l'équation de la droite $(G_1 G_2)$ appelée droite de MAYER.

- **Exemple**

Déterminons la droite de Mayer du nuage de points

✓ Soit G_1 le point moyen des quatre premiers points

$$G_1 \left(\frac{13}{4} ; \frac{82}{4} \right) \Leftrightarrow G_1(3,25 ; 20,5)$$

✓ Soit G_2 le point moyen des quatre derniers points

$$G_2 \left(\frac{31,5}{4} ; \frac{134}{4} \right) \Leftrightarrow G_2(7,875 ; 33,5)$$

✓ Equation de la droite $(G_1 G_2)$

$$(G_1 G_2): y = mx + p \Leftrightarrow \begin{cases} 20,5 = 3,25m + p \\ 33,5 = 7,875m + p \end{cases} \Leftrightarrow m = 2,8 \text{ et } p = 11,4$$

Donc $(G_1 G_2) : y = 2,8x + 11,4$

◆ *Extrapolation et interpolation :*

- **Définition**

C'est faire des prévisions ou retrouver des résultats manquants sur la série statistique double à partir de l'équation $y = mx + p$

- **Exemple**

En utilisant la droite (D): $y = 3,6x + 7,2$

✓ Déterminons l'allongement prévisible pour une masse suspendue de 18 kg

$$x = 18 \Leftrightarrow y = 3,6 \times 18 + 7,2 = 72$$

Pour une masse suspendue de 18 Kg, l'allongement à prévoir est de 72 cm

✓ Estimons la masse suspendue ayant produit un allongement du ressort de 27 cm.

$$y = 27 \Leftrightarrow 27 = 3,6x + 7,2 \Leftrightarrow x = 5,5$$

La masse de l'objet suspendu au ressort ayant produit un allongement du ressort de 27 cm est 5,5 Kg