LE RESOUTOUT

<table>
<tr>
<td>Question1 :

Déterminer l'ensemble de définition D_f de f</td>
<td>Ce qu'il faut savoir</td>
</tr>
<tr>
<td>

- Ecrire les conditions d'existence de $f(x)$
- Résoudre chacune des conditions
- Conclure

</td>
<td>

Soient P et Q deux fonctions polynômes et soit u une fonction de $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

- $f(x) = P(x) \Leftrightarrow D_f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ n'existe que si $Q(x) \neq 0$
- $f(x) = \sqrt{P(x)}$ n'existe que si $P(x) \geq 0$
- $f(x) = \frac{\sqrt{P(x)}}{Q(x)}$ n'existe que si $P(x) \geq 0\ et Q(x) \neq 0$
- $f(x) = \frac{P(x)}{\sqrt{Q(x)}}$n'existe que si$Q(x) > 0$
- $f(x) = \sqrt{\frac{P(x)}{Q(x)}}$ n'existe que si$Q(x) \neq 0\ et\ \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$
- $f(x) = \ln u(x)$n'existe que si$x \in D_u\ et\ u(x) > 0$
- $f(x) = \ln|u(x)|$n'existe que si$x \in D_u\ et\ u(x) \neq 0$
- $f(x) = e^{u(x)}$n'existe que si$x \in D_u \Leftrightarrow D_f = D_u$

</td>
</tr>
</table>

Question 2 :

Etudier la continuité et la dérivabilité de f en x_0 et interpréter graphiquement les résultats obtenus

Continuité de f en x_0

- Calculer $\lim_{x \longrightarrow x_0^-} f(x)$ (et/ou) $\lim_{x \longrightarrow x_0^+} f(x)$
- Calculer $f(x_0)$ si ce n'est pas donné
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

Si $\lim_{x \longrightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \longrightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ alors f est continue en x_0

Dérivabilité de f en x_0

- Calculer $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ (et/ou) $\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

✓ Si $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \ell$ alors f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) = \ell$

✓ Si $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \neq \lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ alors f n'est pas dérivable en x_0

✓ Si $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \pm\infty$ (et/ou) $\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \pm\infty$ alors f n'est pas dérivable en x_0

Interprétation graphique des résultats obtenus

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si f est dérivable en x_0 alors $(\mathcal{C}_f)$ admet au point d'abscisse x_0 une tangente de coefficient directeur $f'(x_0)$ et d'équation (T): $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$\longrightarrow$ Si $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x - x_0} = \ell_1$ et $\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x - x_0} = \ell_2$ avec $\ell_1 \neq \ell_2$ alors $(\mathcal{C}_f)$ admet au point de coordonnées $(x_0\,;f(x_0))$ deux demi-tangentes de coefficients directeurs respectifs ℓ_1 et ℓ_2 et d'équations

$$(T_1): y = \ell_1(x - x_0) + f(x_0) \text{ et } (T_2): y = \ell_2(x - x_0) + f(x_0)$$

$\longrightarrow$ Si $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x - x_0} = -\infty$ et/ou $\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ alors $(\mathcal{C}_f)$ admet au point de coordonnées $(x_0\,;f(x_0))$ une demi-tangente verticale dirigée vers le haut

$\longrightarrow$ Si $\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ et/ou $\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x - x_0} = -\infty$ alors $(\mathcal{C}_f)$ admet au point de coordonnées $(x_0\,;f(x_0))$ une demi-tangente verticale dirigée vers bas

Question 3 :

Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire les asymptotes éventuelles

- Calculer $\lim\limits_{x \to {x_0}^-} f(x)\ \ (et/ou)\ \lim\limits_{x \to {x_0}^+} f(x)$(si x_0 est une borne de D_f)
- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)\ (et/ou)\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (si $-\infty\ et/ou\ +\infty$ est une borne de D_f)
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ **Asymptote verticale**

Si on a

$\lim\limits_{x \to {x_0}^\pm} f(x) = \pm\infty$ alors la droite d'équation $x = x_0$ est une asymptote verticale à $(\mathcal{C}_f)$

$\longrightarrow$ **Asymptote horizontale**

Si on a

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ell$alors la droite d'équation $y = \ell$ est une asymptote horizontale à $(\mathcal{C}_f)$

Question 4 :

Montrer que la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $\pm\infty$

- Calculer $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (ax + b)]$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si on a $\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ alors la droite d'équation $y = ax + b$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$

Question 5 :

Etudier les positions relatives de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et d'une droite (Δ) d'équation $y = ax + b$

- Etudier le signe de $f(x) - y$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $\forall\, x \in I, f(x) - y > 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de (Δ) sur I

$\longrightarrow$ Si $\forall\, x \in I, f(x) - y < 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ est en-dessous de (Δ) sur I

Question 6 :

Montrer que deux courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ sont asymptotes en $\pm\infty$

- Calculer $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - g(x)]$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si on a $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - g(x)] = 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ sont asymptotes en $\pm\infty$

Question 7 :

Etudier les positions relatives de deux courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$

- Etudier le signe de $f(x) - g(x)$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $\forall\, x \in I, f(x) - g(x) > 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de $(\mathcal{C}_g)$ sur I

$\longrightarrow$ Si $\forall\, x \in I, f(x) - g(x) < 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ est en-dessous de $(\mathcal{C}_g)$ sur I

Question 21 :

Déterminer le point A d'abscisse a de $(\mathcal{C}_f)$ où la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ est perpendiculaire à une droite d'équation $y = mx + p$

- Résoudre $f'(a) = -\frac{1}{m}$ (puisque le produit des coefficients directeurs est -1)
- Calculer $f(a)$
- Conclure $A\big(a\,; f(a)\big)$

Question 22 :

Démontrer qu'au point d'abscisse a la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ et la tangente (T') à $(\mathcal{C}_g)$ sont perpendiculaires

- Calculer $f'(a) \times g'(a)$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

Si $f'(a) \times g'(a) = -1$, alors (T) et (T') sont perpendiculaires

Question 23 :

Déterminer le ou les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$

Déterminer le ou les points où $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ se coupent (ou se rencontrent)

- Résoudre $f(x) = g(x)$
- Calculer $f(x_1)$; $f(x_2)$; $\cdots$ (si x_1 ; x_2 ; $\cdots$ sont les solutions trouvées)
- Conclure $M_1(x_1\,; f(x_1))$; $M_2(x_2\,; f(x_2))$; $\cdots$

Question 24 :

Déterminer le ou les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ et de la droite (D): $y = mx + p$

Déterminer le ou les points où $(\mathcal{C}_f)$ et (D) se coupent (ou se rencontrent)

- Résoudre $f(x) = y$
- Calculer $f(x_1)$; $f(x_2)$; $\cdots$ (si x_1 ; x_2 ; $\cdots$ sont les solutions trouvées)
- Conclure
  $M_1(x_1\,; f(x_1))$; $M_2(x_2\,; f(x_2))$; $\cdots$

Question 25 :

Déterminer les points d'intersections de $(\mathcal{C}_f)$ avec les axes du repère

Avec l'axe des abscisses

- Résoudre $f(x) = 0$ (puisque l'axe des abscisses a pour équation $y = 0$)
- Conclure

$M_1(x_1\,;0)$; $M_2(x_2\,;0)$; $\cdots$ (si x_1 ; x_2 ; $\cdots$ sont les solutions trouvées)

Avec l'axe des ordonnées

- Calculer $f(0)$ (puisque l'axe des ordonnées a pour équation $x = 0$)
- Conclure

$M_0\big(0\,;f(0)\big)$

Question 26 : Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$

- Construire le repère en respectant l'unité graphique
- Tracer les droites particulières (asymptotes ; tangentes ;⋯)
- Placer les points particuliers (extrémums relatifs ; intersection avec les axes ; ⋯)
- Tracer la courbe en conformité avec le tableau de variations

Question 27 : Tracer la courbe $(\mathcal{C}_{f^{-1}})$ à partir de la courbe $(\mathcal{C}_f)$

- Ecrire que $(\mathcal{C}_{f^{-1}})$ et $(\mathcal{C}_f)$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$
- Tracer $(\mathcal{C}_{f^{-1}})$ à partir de $(\mathcal{C}_f)$

Question 28 : Soit $g(x) = -f(x)$; sans étudier la fonction g, tracer $(\mathcal{C}_g)$ dans le même repère que $(\mathcal{C}_f)$

- Ecrire : $(\mathcal{C}_g)$ et $(\mathcal{C}_f)$ sont symétriques par rapport à l' axe des abscisses
- Tracer $(\mathcal{C}_g)$ à partir de $(\mathcal{C}_f)$

Question 29 : Soit $g(x) = |f(x)|$; sans étudier la fonction g, tracer $(\mathcal{C}_g)$ dans le même repère que $(\mathcal{C}_f)$

- Ecrire :
  Si $f(x) \geq 0$ alors $(\mathcal{C}_g) = (\mathcal{C}_f)$
  Si $f(x) \leq 0$ alors $(\mathcal{C}_g)$ et $(\mathcal{C}_f)$ sont symétriques par rapport à l' axe des abscisses
- Tracer $(\mathcal{C}_g)$ à partir de $(\mathcal{C}_f)$

Question 30 : Soit $g(x) = f(-x)$; sans étudier la fonction g, tracer $(\mathcal{C}_g)$ dans le même repère que $(\mathcal{C}_f)$

- Ecrire : $(\mathcal{C}_g)$ et $(\mathcal{C}_f)$ sont symétriques par rapport à l' axe des ordonnées
- Tracer $(\mathcal{C}_g)$ à partir de $(\mathcal{C}_f)$

Question 31 : Soit $g(x) = f(|x|)$; ***sans étudier la fonction*** g, ***tracer*** $(\mathcal{C}_g)$ ***dans le même repère que*** $(\mathcal{C}_f)$

- Ecrire :
  Si $x \geq 0$ alors $(\mathcal{C}_g) = (\mathcal{C}_f)$
  Si $x \leq 0$ alors $(\mathcal{C}_g)$ et $(\mathcal{C}_f)$ sont symétriques par rapport à l' axe des odonnées
- Tracer $(\mathcal{C}_g)$ à partir de $(\mathcal{C}_f)$

Question 32 : Soit $g(x) = f(x - a) + b$ ***; sans étudier la fonction*** g, ***tracer*** $(\mathcal{C}_g)$ ***dans le même repère que*** $(\mathcal{C}_f)$

- Ecrire : $(\mathcal{C}_g)$ est l'image de $(\mathcal{C}_f)$ par la translation de vecteur $a\vec{i} + b\vec{j}$
- Tracer $(\mathcal{C}_g)$ à partir de $(\mathcal{C}_f)$

Question 33 :

Calculer l'aire du domaine limité par $\left(\mathcal{C}_f\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$

- Cas où $\left(\mathcal{C}_f\right)$ est au dessus de l'axe des abscisses sur $[a\,;b]$ (c.-à-d $f \geq 0$ sur $[a\,;b]$)

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

$$\mathcal{A} = \int_a^b f(x)\,dx \times ua$$

- Cas où $\left(\mathcal{C}_f\right)$ est en dessous de l'axe des abscisses sur $[a\,;b]$ (c.-à-d $f \leq 0$ sur $[a\,;b]$)

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{A} = -\int_a^b f(x)\,dx \times ua$$

- Pour exprimer l'aire en cm^2, $ua = \|\vec{\imath}\| \times \|\vec{\jmath}\|$ dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

Question 34 :

Calculer l'aire du domaine limité par $(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ): $y = mx + p$ et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$

- Cas où $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de (Δ) sur $[a\,;b]$

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ mx + p \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

$$\mathcal{A} = \int_a^b [f(x) - y]\,dx \times ua$$

- Cas où $(\mathcal{C}_f)$ est en-dessous de (Δ) sur $[a\,;b]$

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq mx + p \end{cases}$$

$$\mathcal{A} = \int_a^b [y - f(x)]\,dx \times ua$$

Question 35 :

Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses du domaine limité par $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$

- Ecrire :

$$\mathcal{V} = \pi \int_a^b f^2(x)\, dx \times uv$$

- Chercher $f^2(x)$avant de passer au calcul de l'intégrale
- Pour exprimer le volume en cm^3, $uv = \|\vec{\imath}\| \times \|\vec{\jmath}\| \times \|\vec{k}\|$ dans un repère orthogonal $(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,, \vec{k})$

Question 36 :

Montrer que F est une primitive de f sur un intervalle I

- Calculer $F'(x)$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $F'(x) = f(x)$ alors F est une primitive de f

Question 37 :

Déterminer les réels a et b (ou les réel a , b et c) pour que F soit une primitive de f sur un intervalle I

- Calculer $F'(x)$ en fonction de a et b (ou en fonction de a , b et c)

- Ecrire l'égalité $F'(x) = f(x)$ et faire une identification des coefficients

Question 8 : étudier les branches infinies de f

- Calculer $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ et au cas où $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \ (a \in \mathbb{R}^*)$;
- Calculer $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - ax]$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty$ alors $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des ordonnées

$\longrightarrow$ Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction asymptotique l'axe des abscisses

$\longrightarrow$ Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \ (a \in \mathbb{R}^*)$ et $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - ax] = \pm\infty$ alors $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction asymptotique la droite d'équation $y = ax$

$\longrightarrow$ Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \ (a \in \mathbb{R}^*)$ et $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - ax] = b \ (b \in \mathbb{R})$ alors $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote oblique d'équation $y = ax + b$

Question 9 : *Montrer que le point $\Omega(a\,;b)$ est un centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$*

- Calculer $f(2a-x)+f(x)$ (sous réserve que $\forall\, x \in D_f, 2a-x \in D_f$)
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $f(2a-x)+f(x)=2b$ alors $\Omega(a\,;b)$ est un centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$

Question 10 : *Montrer que la droite d'équation $x=a$ est un axe de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$*

- Calculer $f(2a-x)$ (sous réserve que $\forall\, x \in D_f, 2a-x \in D_f$)
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $f(2a-x)=f(x)$ alors la droite d'équation $x=a$est un axe de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$

Question 11 : Etudier le sens de variation de f

- Calculer $f'(x)$
- Etudier le signe de $f'(x)$
- Conclure

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $\forall\, x \in I, f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I

$\longrightarrow$ Si $\forall\, x \in I, f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I

$\longrightarrow$ Si $\forall\, x \in I, f'(x) = 0$ alors f est constante sur I

Question 12 : Etudier les variations de f

- Calculer $f'(x)$; étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f
- Calculer les limites de f aux bornes de D_f
- Dresser le tableau de variations de f

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Il faut vérifier l'harmonie entre les différents résultats portés dans le tableau de variations

Question 13 :

Montrer que f définie une bijection d'un intervalle I sur un intervalle J à préciser

(sous réserve que les variations de f sont déjà connues)

- Ecrire que f est continue sur I car elle est dérivable sur I
- Ecrire que f est strictement croissantesur I (ou strictement décroissante sur I)
- Conclure alors que, f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ l'intervalle $J = f(I)$ doit être calculé ou doit être lu dans le tableau de variation et que J est de la même nature que I

Question 14 :

Montrer que f admet une bijection réciproque dont on donnera l'ensemble de définition

- Montrer d'abord que, f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$
- Conclure alors que, f admet une bijection réciproque f^{-1} de $J = f(I)$ sur I

Question 15 : Donner les variations de la réciproque f^{-1} de f

- Dire que f^{-1} a sur J le même sens de variation que f sur I
- Dresser le tableau de variation de f^{-1} à partir de celui de f

Question 16 :

Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x élément de J (ou donner l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout x élément de J)

- Résoudre l'équation $f(x) = y$
- On trouve $x = f^{-1}(y)$
- Conclure en remplaçant le y dans $f^{-1}(y)$ par x

Exemple : $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}\,; x \longmapsto f(x) = 2x - 1$

$f(x) = y \Leftrightarrow 2x - 1 = y \Leftrightarrow x = \frac{y+1}{2} = f^{-1}(y)$

Conclusion : $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$

Question 17 :

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur un intervalle I (ou Montrer qu'il existe un unique réel $\alpha \in I$ tel que $f(\alpha) = 0$) et que $\alpha \in]a\,;b[$

(sous réserve que les variations de f sont déjà connues)

- Ecrire que f est continue sur I car elle est dérivable sur I
- Ecrire que f est strictement croissantesur I (ou strictement décroissantesur I)
- En déduire que, f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$
- Vérifier que $0 \in J = f(I)$
- Conclure que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in I$

Pour montrer que $\alpha \in]a\,;b[$

- Calculer $f(a)$ et $f(b)$ puis $f(a) \times f(b)$
- Conclure :

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $f(a) \times f(b) < 0$ alors $\alpha \in]a\,;b[$

Question 18 :

Montrer que l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution α sur un intervalle I (ou Montrer qu'il existe un unique réel $\alpha \in I$ tel que $f(\alpha) = k$) et que $\alpha \in]a\,;b[$

(sous réserve que les variations de f sont déjà connues)

- Ecrire que f est continue sur I car elle est dérivable sur I
- Ecrire que f est strictement croissantesur I (ou strictement décroissantesur I)
- En déduire que, f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$
- Vérifier que $k \in J = f(I)$
- Conclure que l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution $\alpha \in I$

Pour montrer que $\alpha \in]a\,;b[$

- Calculer $f(]a\,;b[)$ (intervalle ouvert de bornes $f(a)$ et $f(b)$)
- Conclure :

Ce qu'il faut savoir

$\longrightarrow$ Si $k \in f(]a\,;b[)$ alors $\alpha \in]a\,;b[$

Question 19 : Déterminer l'équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse x_0

- Ecrire l'équation sous la forme (T): $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
- Calculer $f'(x_0)$ et $f(x_0)$
- Conclure

Question 20 :

Déterminer le point A d'abscisse a de $(\mathcal{C}_f)$ où la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ est parallèle à une droite d'équation $y = mx + p$

- Résoudre $f'(a) = m$ (puisque les deux coefficients directeurs sont égaux)
- Calculer $f(a)$
- Conclure que $A(a\,; f(a))$

♦ *Produit Vectoriel :*

- ***Définition***

✓ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$

✓ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \; et \; \vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} \wedge \vec{v} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} z & z' \\ x & x' \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

- ***Propriétés***

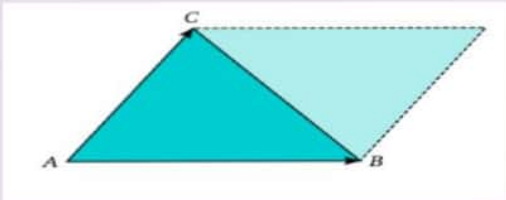
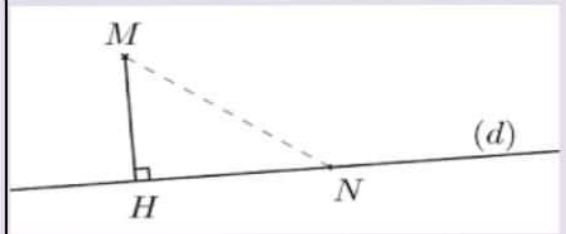
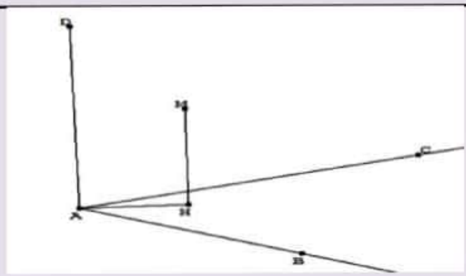
✓ $\vec{v} \wedge \vec{u} = -\vec{u} \wedge \vec{v}$

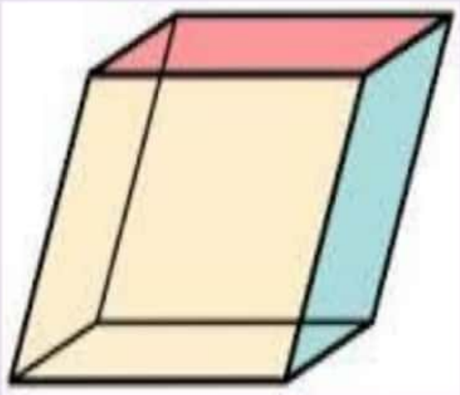
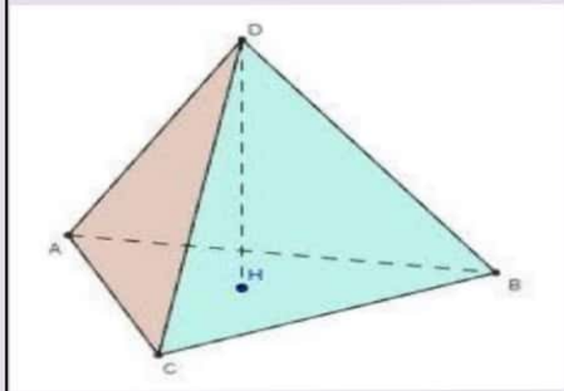
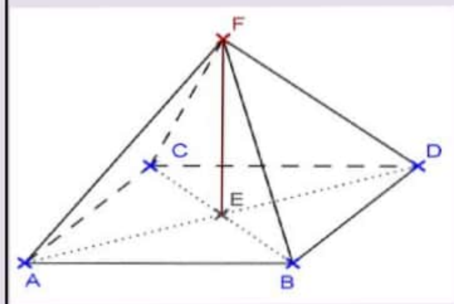
✓ $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$

✓ $(\vec{u} + \vec{v}) \wedge \vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w}$

♦ *Applications du produit vectoriel :*

Aires – Distances- Volumes :

Aire d'un Parallélogramme		$\mathcal{A}_{ABCD} = \left\Vert \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD} \right\Vert \times ua$
Aire d'un Triangle		$\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{\left\Vert \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \right\Vert}{2} \times ua$
Distance d'un point à une droite		$d\big(M\,;(AB)\big) = MH = \dfrac{\left\Vert \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AB} \right\Vert}{\left\Vert \overrightarrow{AB} \right\Vert}$
Distance d'un point à un plan		$d\big(M\,;(ABC)\big) = MH = \dfrac{\left\vert \overrightarrow{AM}.\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right) \right\vert}{\left\Vert \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \right\Vert}$

Volume d'un parallélépipède		$\mathcal{V}_{ABCDEFGH} = \mathcal{A}_{ABCD} \times d\big(E\ ;\ (ABCD)\big) \times uv$ $= \lVert \overrightarrow{AE}.\big(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}\big)\rVert \times uv$
Volume d'un tétraèdre		$\mathcal{V}_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times d\big(D\ ;\ (ABC)\big) \times uv$ $= \dfrac{1}{6} \lVert \overrightarrow{AD}.\big(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\big)\rVert \times uv$
Volume d'une pyramide		$\mathcal{V}_{ABCDE} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABCD} \times d\big(E\ ;\ (ABCD)\big) \times$ $uv \quad = \frac{1}{3} \lVert \overrightarrow{AE}.\big(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}\big)\rVert \times uv$