PROBABILITE

♦ *Dénombrement :*

- ***Ordre et répétition***

Ordre important	Répétitions possibles	Résultat possible	Nombre de résultats possibles
oui	*oui*	$p - liste$	n^p
oui	*non*	$p - arrangement$	$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$
non	*non*	$p - combinaison$	$C_n^p = \dfrac{A_n^p}{p!} = \dfrac{n!}{(n-p)!\,p!}$

- ***Problèmes de tirages***

Types de tirages	ordre	Répétition	Résultat possible	Nombre de résultats possibles
Successifs avec remise	On tient compte de l'ordre	Un élément peut être tiré plusieurs fois	$p - liste$	n^p
Successifs sans remise	On tient compte de l'ordre	Un élément n'est tiré qu'une seule fois	$p - arrangement$	A_n^p
simultané	On ne tient pas compte de l'ordre	Un élément n'est tiré qu'une seule fois	$p - combinaison$	C_n^p

- ***Problèmes de lancés ou de jets***

Objets lancés ou jetés	Nombre de faces	Nombre de lancés effectués	Calcul
Jeton ou pièce de monnaie	$2\ faces$	n	2^n
Dé cubique	$6\ faces$	n	6^n
Dé tétraédrique	$4\ faces$	n	4^n

- ***Problèmes de cartes***

Dans un jeu de cartes, les mains sont composées de p cartes pris parmi 32 cartes ou 52 cartes et donc l'outil de calcul est la combinaisonC_n^p.

Voici la composition de chaque jeu :

Jeu de 32 *Cartes*	*As*	*K*	*Q*	*J*	10	9	8	7	Total
Carreau	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Coeur	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Trêfle	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Pique	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Total	4	4	4	4	4	4	4	4	32

Jeu de 52 *Cartes*	*As*	*K*	*Q*	*J*	10	9	8	7	6	5	4	3	2	Total
Carreau	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
Coeur	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
Trêfle	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
Pique	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
Total	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	52

- ***Règles de calcul sur les combinaisons***

✓ On multiplie les combinaisons si les différentes étapes sont reliées par un « et »

✓ On additionne les combinaisons si les différents cas sont reliés par un «ou»

♦ ***Calcul des probabilités :***

- ***Définition***

Soit $\Omega = \{\omega_1 \,;\, \omega_2 \,;\, \cdots ; \omega_n\}$ l'ensemble des éventualités d'une expérience aléatoire
Une probabilité P sur Ω est parfaitement déterminée par la donnée des probabilités $p_i = P(\omega_i)$des évènements élémentaires ω_i telles que :

✓ Pour tout $i, 0 \leq p_i \leq 1$

✓ $P(\Omega) = p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$

✓ Pour tout évènement $\mathrm{A} \subset \Omega,\ \mathrm{P}(A) =$ $somme\ des\ probbabilités\ des\ évènements\ élémentaires\ qui\ réalisent\ A$

- ***Propriétés des probabilités***

Ensembles	Vocabulaire	Propriété
Ω	Evènement certain	$P(\Omega) = 1$
$\emptyset$	Evènement impossible	$P(\emptyset) = 0$
$\{\omega_i\}$	Evènement élémentaire	$P(\omega_i) = p_i$
$\mathrm{A} \subseteq \Omega$	Evènement quelconque	$0 \leq P(\mathrm{A}) \leq 1$
$\overline{\mathrm{A}}$	Evènement contraire de A	$P(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - P(\mathrm{A})$
$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \emptyset$	A et B sont incompatibles	$P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B})$
$\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$	Evènement A ou B	$P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$
$\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$	Evènement A et B	

- ***Calcul dans le cas d'équiprobabilité***

$$P(\mathrm{A}) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{nombre\ de\ cas\ favorables}{nombre\ de\ cas\ possibles}$$

♦ *Probabilité conditionnelle :*

- ***La formule pour calculer la probabilité de B sachant A***

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- ***Indépendance***

A et B sont indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

- ***Calcul de $P(A \cap B)$***

  ✓ ***Quand A et B sont indépendants :*** $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

  ✓ ***Quand A et B ne sont pas indépendants :*** $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$

- ***Calcul de $P(B)$ quand B est lié à un évènement A***

$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

♦ Variables aléatoires :

- **Loi de probabilité**

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$p_i = P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n

- **Espérance mathématique ; Variance et Ecart – type**

✓ $E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n$

✓ $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ avec

$$E(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + \cdots + x_n^2p_n$$

✓ $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$