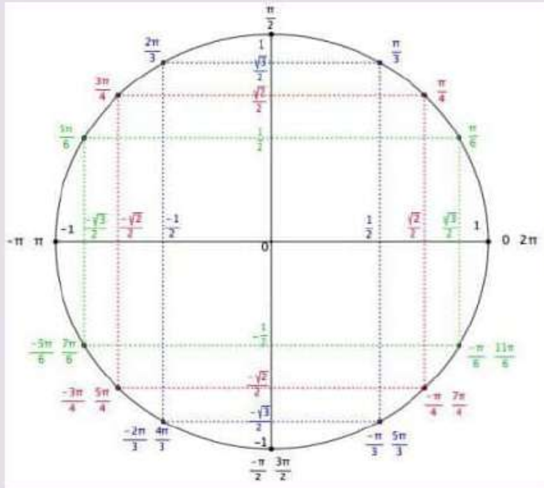
TRIGONOMETRIE

♦ Valeurs remarquables :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0



♦ Les élémentaires:

$\forall\, x \in \mathbb{R}$	$-1 \leq \cos x \leq 1$ $-1 \leq \sin x \leq 1$	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
$\forall\, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$	$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

♦ *Angles associés à x :*

	Tour	
	$\cos(x+2\pi)=\cos x$ $\sin(x+2\pi)=\sin x$ $\tan(x+2\pi)=\tan x$	
Angle opposé	**Demi-tour**	**Quart de tour direct**
$\cos(-x)=\cos x$ $\sin(-x)=-\sin x$ $\tan(-x)=-\tan x$	$\cos(x+\pi)=-\cos x$ $\sin(x+\pi)=-\sin x$ $\tan(x+\pi)=-\tan x$	$\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin x$ $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$ $\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{\tan x}$
Quart de tour indirect	**Angle supplémentaire**	**Angle complémentaire**
$\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin x$ $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos x$ $\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{\tan x}$	$\cos(\pi-x)=-\cos x$ $\sin(\pi-x)=\sin x$ $\tan(\pi-x)=-\tan x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{1}{\tan x}$

- **Formules d'addition :**

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$ $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$	$\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a\tan b}$ $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a\tan b}$
$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$ $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$	

- **Formules de duplication :**

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$		$\cos^2 x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}$ $\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$
$\sin 2x = 2\sin x\cos x$	$\tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$	

♦ *Transformation de Produits en Sommes :*

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$	$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$
$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$	$\cos a \sin b = -\frac{1}{2}[\sin(a-b) - \sin(a+b)]$

♦ *Transformation de Sommes en Produits :*

$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$	$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$	$\sin p - \sin q = 2\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$

♦ *Equations trigonométriques :*

$\forall\, u \in \mathbb{R}, \forall\, v \in \mathbb{R}$	$\cos u = \cos v \Leftrightarrow \begin{cases} u = v + 2k\pi \\ u = -\, v + 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$
	$\sin u = \sin v \Leftrightarrow \begin{cases} u = v + 2k\pi \\ u = \pi - \, v + 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$
$\forall\, u \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \forall\, v \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$	$\tan u = \tan v \Leftrightarrow u \, = v + k\pi \;\; (k \in \mathbb{Z})$

♦ *Equations particulières :*

$\cos t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $\sin t = 0 \Leftrightarrow t = k\pi$	$\cos t = -1 \Leftrightarrow t = \pi + 2k\pi$ $\sin t = -1 \Leftrightarrow t = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$
$\cos t = 1 \Leftrightarrow t = 2k\pi$ $\sin t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$	

♦ *Factorisation de* $a\cos\omega x + b\sin\omega x$:

Mettre $\sqrt{a^2+b^2}$ en facteur
$a\cos\omega x + b\sin\omega x = \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\omega x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\omega x\right)$
Factorisation en cosinus
Chercher $\alpha \in]-\pi\,;\,\pi] / \begin{cases} \cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{cases}$ On a alors : $a\cos\omega x + b\sin\omega x = \sqrt{a^2+b^2}(\cos\alpha\cos\omega x + \sin\alpha\sin\omega x)$ $a\cos\omega x + b\sin\omega x = \sqrt{a^2+b^2}\cos(\omega x - \alpha)$
Factorisation en sinus
Chercher $\beta \in]-\pi\,;\,\pi] / \begin{cases} \sin\beta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \cos\beta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{cases}$ On a alors : $a\cos\omega x + b\sin\omega x = \sqrt{a^2+b^2}(\sin\beta\cos\omega x + \cos\beta\sin\omega x)$ $a\cos\omega x + b\sin\omega x = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\omega x + \beta)$