الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2023
- الموضوع 29 -

ssssssssssssssssssssssss | SN F23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 3	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 4	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1;1;0)$, $B(1;2;1)$ et $C(3;-1;2)$.

1. a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$.
   b) Déduire que le points A ,B et C ne sont pas alignés.
   c) Montrer que l'équation cartésienne du plan (ABC) est ; (ABC) : $2x+3y-2z-5=0$.
2. On considère les deux plans (P) et (Q) tels que :
   $$(Q): 2x+3y-2z-5=0 \text{ et } (P): x+2y-z-4=0$$
   Montrer que (P) et (Q) sont sécantes suivant une droite (D) de représentation paramétrique : (D) : $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$
3. Soit (S) la sphère d'équation ; (S) : $x^2+y^2+z^2-10x-6y+4z+14=0$
   a) Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(5;3;-2)$ et de rayon $R=2\sqrt{6}$.
   b) Montrer que le plan (ABC) est tangente à la sphère (S) au point A
4. Etudier l'intersection de la droite (D) et la sphère (S).

Exercice 2 : (3 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-2z+2=0$
2. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : (E) : $z^3-(1+i)z^2+2iz-2i(1+i)=0$
   a) vérifier que l'équation (E) est équivalente à $(z+1-i)(z^2-2z+2)=0$
   b) Déduire les solutions de l'équation (E) dans $\mathbb{C}$.
3. On considère dans le plan complexe les points A , B et C d affixes respectivement $a=1-i$ et $b=\overline{a}$ et $c=-\overline{a}$. Soit la rotation R de centre 0 l'origine du repère et qui transforme A en B.
   a) Ecrire a et b sous la forme trigonométrique.
   b) Déterminer l'angle de la rotation R.
   c) Calculer l'image de B par la rotation R.
4. Déterminer l'ensemble de points $M(z)$ tel que : $|z-1+i|=\left|\overline{z+1-i}\right|$

Exercice 3 : (2,5 points)

1. On considère l'équation différentielle (E) : $y''-2\sqrt{2}y'+2y=0$
   a) résoudre l'équation (E)
   b) Déterminer la fonction f la solution de l'équation qui vérifié $f(0)=1$; $f'(0)=0$
2. Soient les deux intégrales $I=\int_0^{\pi} e^x \sin(x)dx$ et $J=\int_0^{\pi} e^x \cos(x)dx$
   a) En utilisant une intégration par parties montrer que : $I=-J$ et que $I=J+e^{\pi}+1$
   b) Déduire la valeur de I et la valeur de J

Exercice 4 : (3 points)

Soient deux urnes U_1 et U_2 tels que U_1 contient 3 boules noires portent le numéro 1 et deux boules blanches portent le numéro 2 ; et l'urne U_1 contient 4 boules noires portent les numéros 1 ;1 ;2 ;2.
On considère l'expérience suivante : on tire aléatoirement une boule de l'urne U_1 et une boule de l'urne U_2

1. Calculer la probabilité des deux évènements suivants :
   A : ''obtenir deux boules portant deux numéros différentes ''
   B : ''obtenir deux boules de couleurs différentes ''
2. Soit la variable aléatoire X qui lie chaque tirage par la somme des nombres portaient par les deux boules
   a) Donner la loi de la variable aléatoire X.
   b) Calculer l'espérance mathématique E(x).
3. On répète l'expérience précédente 5 fois tel que à chaque on remet chaque boule à l'urne dont on a tiré. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules de couleur différentes trois fois exactement.

Problème (8,5 points)

Partie 1 :

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]-\infty;0[$ par : $g(x)=x+1+\ln(-x)$

1. Vérifient que : $(\forall x\in]-\infty;0[)$; $g'(x)=\frac{x+1}{x}$.
2. a) donner le tableau de variations de la fonction g
   b) calculer $g(1)$ puis donner le signe de la fonction g sur $]-\infty;0[$.

Partie 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=x^2+2x\ln(-x)\ ;\ x<0 \\ f(0)=0 \\ f(x)=e^{\frac{\ln(x)}{x}}\ \ ;\ \ x>0 \end{cases}$$

(C_f) la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé $(0;\vec{i};\vec{j})$.

1. Etudier la continuité de f en 0.

2. a) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty}(x)$.

   b) Etudier les branches infinies de la courbe (C_f).

3. a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 0, et donner une interprétation géométrique.

   b) Monter que : $\lim_{x\to0^+} \frac{\ln(x)}{x} f(x)=0$ puis déduire que la fonction f est dérivable à droite en 0. Puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenue.

4. a) montrer que : $\begin{cases} f'(x)=2g(x) \quad ; \quad x<0 \\ f'(x)=\dfrac{1-\ln(x)}{x^2}e^{\frac{\ln(x)}{x}} \quad ; \; x>0 \end{cases}$.

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ puis donner le tableau de variations de la fonction f.

5. Déterminer les équations des deux tangent à (C_f) aux points d'abscisses respectivement 1et -1.

6. Tracer (C_f) et les deux droites (T_1) et (T_2).

7. Soit h la restriction de f sur l'intervalle $[0;e]$.

   a) montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

   b) Tracer la courbe de $(C_{h^{-1}})$ dans le même repère .

Partie 3 :

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0=e \\ u_{n+1}=f(u_n) \; ; \; (\forall n\in\mathbb{N}) \end{cases}$

1. Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N}) \; ; \; 1\le u_n\le e$.
2. Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.
3. Déduire que la suite (u_n) est convergente $\lim_{n\to+\infty} u_n$