الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية

دورة 2023

- الموضوع 28 -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵉⵏⵏⵓⵏⵏⴰ

ssssssssssssssssssssssss | SN F23

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de deux exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace.	3 points
Exercice 2	Nombres complexes.	3 points
Exercice 3	Suites numériques.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral.	8 points
Exercice 4	Calcul de probabilités.	3 points

Exercice 1 : (3 points)

On considere dans l'espace rapportè à un repère orthonormè direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ les deux points$A(1,0,0)$, $B(2,1,1)$

0,5 1) a- Donner le triple des coordonnées du vecteur$\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ puis déduire les points O, A et B déterminent le plan.

0,25 b- Montrer que $-y+z=0$ est une équation cartésienne du plan (OAB)

2) Soit (S) la sphère d'équation : $x^2+y^2+z^2-2y-2z+\frac{4}{3}=0$

0,5 a- Déterminer Ω le centre de la sphère (S) et son rayon r

0,25 b- Montrer que $\Omega \in (\mathrm{OAB})$ tel que Ω est le centre de la sphère (S)

0,5 c- Déduire l'intersection de la sphère (S) et le plan (OAB)

3) Soit (Δ) la droite passant par A et dirégé par le vecteur $\vec{U}(1,-1,1)$

0,25 a- Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ)

0,25 b- Calculer $\overrightarrow{\mathrm{A}\Omega} \wedge \vec{U}$

0,5 c- Calculer $d(\Omega\,,(\Delta)\,)$ et déduire la position relative de (Δ) et (S)

Exercice 2: (3 points)

0,5 **1)** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

2) Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé direct$(o,\vec{u},\vec{v})$. On considéré dans (P), les points A , B d'affixes respectifs $a=\sqrt{3}+i$, $b=\sqrt{3}-i$

0,5 a- Déterminer l'écriture exponentielle du nombre a

0,5 b- Déduire l'écriture exponentielle du nombre b puis $\frac{a}{b}$

0,25 c- Montrer que le triangle OAB est équilatéral

3) Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

0,25 a- Déterminer l'écriture complexe de la translation T

0,5 b- Déterminer c l'affixe du point C l'image du point O par la translation T

0,5 c- Déduire que le quadrilatère OABC est losange.

Exercice 3: (3 points)

Soit (U_n) la suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{12U_n-4}{9U_n} \end{cases}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

0,25 1) Vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_{n+1}-\frac{2}{3}=\frac{2(3U_n-2)}{9U_n}$.

0,5 2) Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_n > \frac{2}{3}$.

0,25 3) a- Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_{n+1}-U_n=\frac{-(3U_n-2)^2}{9U_n}$.

0,5 b- Etudier la monotonie de la suite (U_n) puis déduire qu'elle est convergente.

4) Soit (V_n) la suite numérique définie par : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $V_n=\frac{3}{3U_n-2}$

0,5 a. Montrer que $(V_n)_n$est une suite arithmétique en déterminant sa raison r et son premier terme

0,25 b. Exprimer V_n en fonction de n.

0,25 c. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_n=\frac{2}{3}+\frac{1}{V_n}$.

0,5 d. Déduire U_n en fonction de n puis calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

	Problème : **(8 points)**
	Première partie :
	Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=2x^3-1+2lnx$.
0,5	1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
0,5	2) Calculer $g'(x)$ puis montrer que g est strictement croissante sur l'intervalle $]0,+\infty[$
0,25	3) Dresser le tableau des variations de g.
0,5	4) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une seule solution α sur l'intervalle $]0,+\infty[$ et que $\alpha\in\left]\frac{3}{4},1\right[$
0,5	5) Déduire que ; $(\forall x\in]0,\alpha[):g(x)<0$,et que $(\forall x\in]\alpha,+\infty[):g(x)>0$
	Deuxième partie :
	Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=2x-\frac{lnx}{x^2}$ et (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.(unité : 2cm)
0,5	1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
0,5	2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis étudier la branche infinie au voisinage de$(+\infty)$.
0,5	3) Etudier la position relative de la courbe (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y=2x$
	4)
0,5	a) Monter que : $(\forall x\in]0,+\infty[):f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$. Puis déduire que le signe de $f'(x)$ est le même que $g(x)$.
0,25	b) Dresser le tableau des variations de la fonction f.
0,5	5) Montrer que $f(\alpha)=3\alpha-\frac{1}{2\alpha^2}$ et que : $\frac{49}{36}<f(\alpha)<\frac{5}{2}$
	6) Soit h la restriction de la fonction f sur l'intervalle $[\alpha;+\infty[$
0,5	a. Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur l'intervalle J qu'on déterminera.
0,5	b. Vérifier que $h(1)=2$ et déduire $(h^{-1})'(2)$.
0,75	7) Tracer dans le même repère $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$: (C_f) et $(C_{h^{-1}})$. On prend ($f(\alpha)\simeq1.9$ et $\alpha=0.8$)
	8) Soit $A(\lambda)$ l'aire du domaine limité par (C_f), la droite (Δ) et les droites : $(\Delta_1):x=\lambda$ et $(\Delta_2):x=1$
0,5	a) En utilisant l'intégration par parties, Montrer que $\int_1^\lambda \frac{lnx}{x^2}dx=\frac{-ln\lambda}{\lambda}-\frac{1}{\lambda}+1$
0,25	b) Déduire en cm² l'aire $A(\lambda)$
0,5	c) Calculer $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

Exercice 5 : **(3 points)**

Une urne contient trois boules blanches numérotées 1,2,2 , deux boules noires numérotées -1,1et deux boules vertes numérotées 0,2. (on suppose que tous les boules sont indiscernables au toucher).

1) On tire simultanément deux boules de l'urne, Calculer la probabilité des événements suivants

0,5 A : « obtenir deux boules ont le même numéro » .

0,5 B : « obtenir deux boules de couleurs différents»

0,5 C : « obtenir deux boules de couleurs différents , et portent le même numéro»

0,5 D : « obtenir deux boules de couleurs différents , sachant qu'ont le même numéro»

2) On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne, Calculer la probabilité des événements suivants :

0,5 E : « obtenir deux boules telle que la somme des numéros portés par les deux boules est nul» .

0,5 F : « obtenir deux boules telle que le produit des numéros portés par les deux boules est nul» .