الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2023
- الموضوع 27 -

sssssssssssssssssssssss | SN F23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités	3 points
Exercice 3	Calcul intégral	2,25 points
Exercice 4	Nombres complexes	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	8,75 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1;2;3)$ et $B(4;0;2)$ et $C(0;1;5)$ .Soit (S) la sphère de centre $\Omega(3;3;3)$ et de rayon $R=\sqrt{3}$

0,5 **1) a)** Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

0,5 **b)** En déduire que $x+y+z-6=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0,5 **2) a)** Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S)

0,5 **b)** Déterminer les coordonnées du point H le point de contact du plan (ABC) et la sphère (S)

3) Soit $M(\alpha;\beta;\gamma)$ un point du plan (ABC)

0,5 **a)** Montrer que $\Omega M \geq R$

0,5 **a)** En déduire que $\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}\geq 2\sqrt{3}$

Exercice 2 : (3 points)

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher dont deux numérotés $(a-1)$, $(a-1)$ et quatre numérotés a et un jeton numéroté $(a+1)$ $(avec\ a\in\mathbb{N})$. On tire simultanément deux jetons du sac.

On considère les deux évènements :

A:"*les deux jetons tirés portent le même nombre*"
B:"*la somme des nombres marqués sur les deux jetons tirés est* $2a$"

1 **1)** Montrer que : $p(A)=\dfrac{1}{3}$ et $p(B)=\dfrac{8}{21}$

2) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage (de deux jetons simultanément) la somme des nombres marqués sur les deux jetons.

0,25 **a)** Déterminer les valeurs prises par X

0,5 **b)** Montrer que $p(X=2a+1)=\dfrac{4}{21}$

0,75 **c)** Déterminer la loi de probabilité de X

0,5 **3)** Sachant que $E(X)=\dfrac{12}{7}$, déterminer la valeur de a

Exercice 3 : (2,25 points)

On considère les deux intégrales : $I=\int_0^{\ln 6}\dfrac{e^x+1}{e^x+2}dx$ et $J=\int_0^{\ln 6}\dfrac{1}{e^x+2}dx$

1 **1)** Calculer $I+J$ et $I-J$

0,5 **2)** En déduire que $I=\ln 4$ et $J=\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$

0,75 **3)** En utilisant une intégration par parties calculer l'intégrale $K=\int_0^{\ln 6}e^{-x}\ln\left(e^x+2\right)dx$

Exercice 4: (3 points)

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A ; B et C d'affixes : $a=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$; $b=2i.a$; $c=1$

0,25 **1)** Vérifier que $1-a=\overline{a}$

0,5 **2)** Ecrire a sous forme trigonométrique, en déduire que $b=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$

0,5 **3) a)** Montrer que C est l'image du point A par la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{-\pi}{3}$

0,5 **b)** En déduire la nature du triangle OAC

4) Soit z l'affixe d'un point M de la médiatrice du segment $[OA]$

0,5 **a)** Montrer que $z\overline{a}+a\overline{z}=1$

0,25 **b)** En déduire que $z=a.(z-\overline{z})+1$

0,5 **c)** Montrer que $(MC)//(OB)$

Problème: (8,75 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x)=x+\ln x-\dfrac{4\ln x}{x+1}$

Et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. $(\|\vec{i}\|=1cm)$

0,5 **1)** Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat

0,75 **2) a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$

0,5 **b)** Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction la droite (Δ) d'équation $y=x$ au voisinage de $+\infty$

0,5 **3) a)** Montrer que $f'(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x(x+1)}+\dfrac{4\ln x}{(x+1)^2}$ pour tout x de $]0;+\infty[$

0,5 **b)** Montrer que (x^2+2x-3) et $\ln(x)$ ont le même signe sur $]0;+\infty[$

0,5 **c)** En déduire que f est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$

0,25 **d)** Dresser le tableau de variations de f

0,5 **4) a)** Vérifier que $f(x)-x=\left(\dfrac{x-3}{x+1}\right)\ln x$ pour tout x de $]0;+\infty[$

0,5 **b)** En déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ)

1 **5)** Construire la courbe (C) et la droite (Δ) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ (On admet que la courbe (C) a un seul point d'inflexion dont l'abscisse $x\simeq3$)

6) Soit g la restriction de f sur $]0;1]$

0,5 **a)** Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $[1;+\infty[$

0,25	**b)** Dresser le tableau de variation de la fonction g^{-1}
0,5	**c)** Construire $\left(C_{g^{-1}}\right)$ la courbe représentative de la fonction g^{-1} dans le même repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$
0,5	**d)** Déterminer graphiquement : $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{g^{-1}(x)-1}{x-1}$
	7) Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0=2$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0,5	**a)** Montrer que $1\le u_n\le 3$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0,5	**b)** Montrer que (u_n) est décroissante et en déduire qu'elle est convergente
0,5	**c)** Déterminer $\lim u_n$