الإمتحان الوطني الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
الدورة العادية 2022
- الموضوع 25 -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵓⵏⵏⵓⵏⴰ

sssssssssssssssssssssss — SN F23

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 3	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 4	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	9points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

	Exercice 1 : **(2points)**
	Soit (u_n) une suite numériques définie comme se suit : $\boldsymbol{U_0 = e^3}$ et $(\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N})$: $\mathrm{u}_{\boldsymbol{n+1}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{e^3}} u_n - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{e^3}} + \boldsymbol{1}$
0.5	**1)** Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0.5	**2)** Etudier la monotonie de (u_n) et déduire que (u_n) est convergente
	3) On considère (v_n) une suite numériques définie par : : $v_n = u_n - \boldsymbol{1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0.25	**a-** Montrer que (v_n) est une suite géométrique sa raison $\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{e^3}}$.
0.5	**b-** Déterminer v_n en fonction de n puis déduire que$(\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N})$: $u_n = \frac{\boldsymbol{e^3-1}}{\boldsymbol{e^{3n}}} + \boldsymbol{1}$.
0.25	**c-** calculer la limite de la suite (u_n).
	Exercice 2 : (*3* points)
	Un sac contient 5 boules numérotées 1;1;1;2;3
	Les boules sont indiscernables au toucher.
	1) On tire au hasard et simultanément deux boules
0.5	a) Calculer $\boldsymbol{P(A)}$, où $\boldsymbol{A}$ est l'événement '' Obtenir 2 boules portant le numéro 1"
0.5	b) Calculer $\boldsymbol{P(B)}$, où $\boldsymbol{B}$ est l'événement "Obtenir une boule exactement qui porte le numéro 1 ''
	2) On tire maintenant quatre boules de façon suivante :
	On tire simultanément deux boules et ne les remettons pas dans le sac puis on tire simultanément deux boules
0.5	a) Calculer $\boldsymbol{P(C)}$, où $\boldsymbol{C}$: " Les deux premières boules portant le numéro 1 ''
1.5	b) Soit $\boldsymbol{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe la somme des quatre numéros obtenus..
	Calculer $\boldsymbol{P(X = 7)}$ puis déterminer la loi de probabilité $\boldsymbol{X}$
	Exercice 3 : (3 points)
	L'espace est menu d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{\boldsymbol{i}}, \vec{\boldsymbol{j}}, \vec{\boldsymbol{k}})$
	Soient les points $\boldsymbol{A}\ (\boldsymbol{-1}, \boldsymbol{0}\ ;\ \boldsymbol{1})$ ***et*** $\boldsymbol{B}\ (\boldsymbol{1}\ ;\ \boldsymbol{2}\ ;\ \boldsymbol{0})$ et le plan (P) d'équation $\boldsymbol{2x + 2y - z + 3 = 0}$
0.25	1) Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ est normal au plan (P)
	2) Soit (S) la sphère de centre $\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{1}\ ; \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\ ; \frac{\boldsymbol{3}}{\boldsymbol{2}})$ et tangente à la droite (AB)
0.5	a) Déterminer les coordonnées de vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{A\Omega}} \wedge \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$
0.5	b) En déduire que le rayon de la sphère (S) est $\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{3}}{\boldsymbol{2}}$
0.5	c) Montrer que la sphère (S) est tangente au plan (P) en un point I
	3) Soit (Q) le plan parallèle à (P) et tangente à (S) en un point J
0.75	a) Montrer que les points I ; $\boldsymbol{\Omega}$ et J sont alignés
0.5	*б)* En déduire que $\overrightarrow{\boldsymbol{\Omega I}} . \overrightarrow{\boldsymbol{\Omega J}} = -\frac{\boldsymbol{9}}{\boldsymbol{4}}$

Exercice 4 : (3 points)

On considère dans le repère complexe $(\mathbf{O}\,;\vec{\mathbf{u}}\,;\vec{\mathbf{v}})$, le point $\mathbf{A(a)}$ tels que $\mathbf{a}=\frac{1}{2}+\mathbf{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$ et le point $\mathbf{C(c)}$ le milieu du segment $[\boldsymbol{OA}]$

0.75 1) Déterminer la forme trigonométrique de $\boldsymbol{a}$ et en déduire la forme trigonométrique de c

2) Soit la rotation R de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et soit b l'affixe du point B l'image de A par la rotation R

0.75 a) Vérifier que $\mathbf{b}-\boldsymbol{c}=-\boldsymbol{ic}$ et en déduire la nature du triangle OBC

0.75 b) Montrer que $|\mathbf{b}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\boldsymbol{arg(b)}\equiv\frac{\pi}{12}[\mathbf{2\pi}]$

0.75 3) Montrer que l'ensemble des point M d'affixe z tels que $|\mathbf{2z-a}|=\mathbf{1}$ est le cercle circonscrit au triangle OAB.

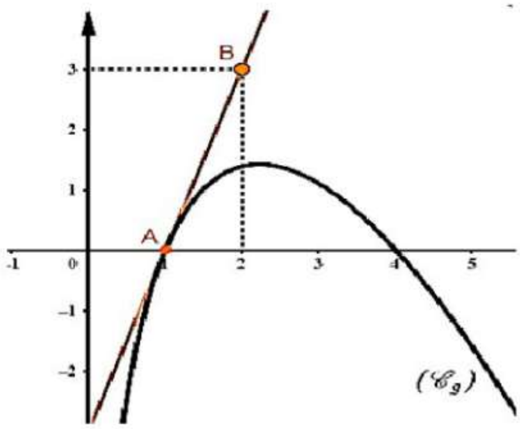
Problème (9 points)

Partie 1 :

Soit une fonction g définit sur $]\mathbf{0};+\infty[$ par :

$\mathbf{g(x)=(ax+b)}\boldsymbol{ln\,x}$, avec a et b deux réels ; et soit $(\mathbf{C}_{\boldsymbol{g}})$ son graphe dans un repère orthonormé

La droite (AB) est la tangente à $(\mathbf{C}_{\boldsymbol{g}})$ au point $\boldsymbol{A}(\mathbf{1};\mathbf{0})$



0.5 1) Vérifier que : $\forall\mathbf{x}\in]\mathbf{0};+\infty[\,;\mathbf{g'(x)=a(\ln x+1)}+\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{x}}$

0.5 2) Déterminer graphiquement : $\mathbf{g(4)}$ et $\mathbf{g'(1)}$

0.5 3) Calculer en fonction de a et b : $\mathbf{g(4)}$ et $\mathbf{g'(1)}$

0.5 4) Déduire que : $\mathbf{a=-1}$ et $\mathbf{b=4}$

0.5 5) justifier graphiquement que : $\forall(\mathbf{x}\in[\mathbf{1};\mathbf{4}])\,;\ \boldsymbol{g}(\mathbf{x})\geq\mathbf{0}$ et $(\forall\mathbf{x}\in]\mathbf{0};\mathbf{1}]\cup[\mathbf{4};+\infty[)$: $\boldsymbol{g}(\mathbf{x})\leq\mathbf{0}$

Partie 2 :

Soit f une fonction définit sur $[\mathbf{0};+\infty[$ par :

$\mathbf{f(x)}=-\frac{1}{4}\mathbf{x^2+4x}+\left(\frac{1}{2}\mathbf{x^2}-\mathbf{4}\boldsymbol{x}\right)\boldsymbol{ln\,x}$ $\quad$ *et* $\boldsymbol{f}(\mathbf{0})=\mathbf{0}$

Et $(\mathbf{C_f})$ sont graphe dans un repère orthonormé $(\mathbf{O}\,;\vec{\mathbf{i}}\,;\vec{\mathbf{j}})$ d'unité 1 cm

0.5 1) Montrer que f est continue à droite en 0

0.5 2) a) Vérifier que

$$\forall\mathbf{x}\in]\mathbf{0};+\infty[\,;\ \mathbf{f(x)=x^2}\left[-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}+\frac{\mathbf{4}}{\boldsymbol{x}}+\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}-\frac{\mathbf{4}}{\boldsymbol{x}}\right)\boldsymbol{ln\,x}\right]$$

0.75 c) Montrer que $\lim\limits_{\mathbf{x}\to+\infty}\mathbf{f(x)}=+\infty$ et $\lim\limits_{\mathbf{x}\to+\infty}\frac{\mathbf{f(x)}}{\boldsymbol{x}}=+\infty$ puis interpréter les résultats géométriquement

0.75 3) Montrer que $\lim\limits_{\mathbf{x}\to0^+}\frac{\mathbf{f(x)}-\boldsymbol{f}(\mathbf{0})}{\boldsymbol{x}-\mathbf{0}}=+\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement

4)a)Montrer que : $\forall\mathbf{x}\in]\mathbf{0};+\infty[:\boldsymbol{f'}(\mathbf{x})=-\,\mathbf{g(x)}$

0.75	b) Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[\mathbf{1}; \mathbf{4}]$ et strictement croissante sur
0.5	$]\mathbf{0}; \mathbf{1}]$ ***et*** $[\mathbf{4}; +\infty[$
	c) Dresser le tableau de variation de f sur $[\mathbf{0}; +\infty[$
0.25	5) Construire $(\mathbf{C_f})$ dans le repère $(\mathbf{O}; \vec{\mathbf{i}}; \vec{\mathbf{j}})$
1	(On donne $\boldsymbol{f}(\mathbf{1}) \cong \mathbf{3.75}$; $\boldsymbol{f}(\mathbf{4}) \cong \mathbf{0.9}$ et que $(\mathbf{C_f})$ admet un point d'inflexion unique d'abscisse 2,5)
	6) Soit la fonction h définit sur $[\mathbf{1}; \mathbf{e}]$ par :
	$\boldsymbol{h}(\mathbf{x}) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\mathbf{x}^{\mathbf{2}} + \mathbf{4x}$ et $(\boldsymbol{C_u})$ son graphe dans le repère $(\mathbf{O}; \vec{\mathbf{i}}; \vec{\mathbf{j}})$
	a) Montrer que : $\forall \mathbf{x} \in [\mathbf{1}; \mathbf{e}]$; $\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{h}(x) \leq \mathbf{0}$
0.75	b) Par une intégration par parties montrer que :
0.75	$$\int_1^e \left(\frac{1}{2}x^2 - 4x\right) \ln x \, dx = \frac{2e^3 - 18e^2 - 17}{18}$$
	c) Calculer en $\boldsymbol{cm^2}$, l'aire du domaine plan limité par les courbes $(\boldsymbol{C_f})$ et $(\boldsymbol{C_h})$ et les droites
0.5	d'équations $\boldsymbol{x = 1}$ ***et*** $\boldsymbol{x = e}$