الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية

دورة 2023

- الموضوع 24 -

ssssssssssssssssssssssss | SN F23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes.	3 points
Exercice 3	Calcul de probabilités.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral, Suites numériques	11 points

Exercice 1 : **(3 points)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère les points $A(3; 0; 0)$; $B(1; 0; 2)$ et $C(1; 2; 0)$, et la sphère (S) de centre $\Omega(1; 0; 0)$ et passant par A

0,5 **1) a-** Montrer que $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AB} = 4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 4\vec{k}$.

0,25 **b-** En déduire que $x + y + z - 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0,25 **2) a-** Montrer que $\Omega A = 2$

0,5 **b-** En déduire une équation cartésienne de la sphère (S)

0,25 **c-** Vérifier que les points B et C appartiennent à la sphère (S)

0,25 **3) a-** Vérifier que $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite (D) passant par Ω et orthogonale au plan (ABC)

0,25 **b-** Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de (D) et (ABC)

0,5 **4) a-** Calculer $d(\Omega; (ABC))$

0,25 **b-** Déterminer les coordonnées de centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Exercice 2 : **(3 points)**

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 1 + i\sqrt{3}$; $b = -\sqrt{3} + i$ et $a = a + b$

0,5 **1) a-** Déterminer la forme trigonométrique de a et b

0,5 **b-** En déduire que $a^6 + b^6 = 0$

0,25 **2)** Montrer que le point C est l'image de A par la translation t de vecteur $\overrightarrow{OB}$

3) On considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

0,5 **a-** Montrer que le point B est l'i mage du point A par la rotation R

0,25 **b-** En déduire que le quadrilatère OACB est un carré

0,5 **4) a-** En déduire que $\arg(c) = \frac{7\pi}{12}$

0,5 **c-** En déduire que $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

Exercice 3 : **(3 points)**

Une urne contient 7 boules indiscernables au toucher :

4 boules rouges portant les nombres 1 ;1 ;2 ;2

3 boules vertes portant les nombres 1 ;1 ;2

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne, on considère les événements suivants :

A : '' Obtenir deux boules portent le même nombre ''

B : '' Obtenir deux boules de couleurs différentes ''

1 **1)** Montrer que : $p(A) = \frac{3}{7}$ et $p(B) = \frac{4}{7}$

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la somme des nombres portés par les deux boules tirées

0,25 **a-** Montrer que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont 2 ;3 et 4

0,5 **b-** Montrer que $p(X = 2) = \frac{1}{7}$

1 **c-** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

0,25 **d-** Calculer l'espérance mathématique E(X)

Problème **(11 points)**

I. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x}$

0,75 **1)** Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$, puis déterminer la monotonie de g

0,75 **2)** Calculer $g(1)$, en déduire que $\forall x\in]0;1]: g(x)\leq 0 \; et \; \forall x\in [1;+\infty[: g(x)\geq 0$

II. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=e^{x-1}-\ln(x)$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$

0,5 **1)** Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$, puis interpréter le résultat géométriquement

0,5 **2) a-** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0,5 **b-** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$, puis interpréter le résultat géométriquement

0,5 **3) a-** Montrer que $\forall x\in]0\,;+\infty[\; f'(x)=g(x)$

0,5 **b-** Dresser le tableau des variations de f

0,5 **c-**Etudier la concavité de (C_f)

0,75 **4)** Construire (C_f) (on prend : $f(2)= 2$)

0,5 **5)** Déterminer graphiquement le nombre de solution de l'équation : $e^x=eln(xe^2)$

0,75 **6) a-** En utilisant une intégration par partie, Montrer que : $\int_1^2 \ln(x)\,dx=\ln(4)-1$

0,75 **b-** Calculer l'aire du domaine délimité par (C_f) et l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1 \; et \; x=2$

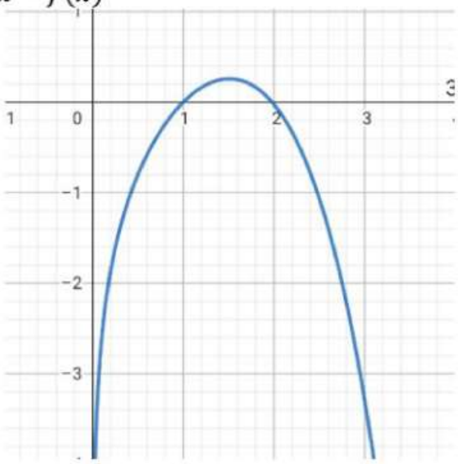
7) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I=]0;1]$

0,5 **a-** Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera

0,5 **b-** Construire $(C_{h^{-1}})$ dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

0,5 **c-**Calculer $(h^{-1})'(2)$

0,5 **8)** On considère t la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $t(x)=x-f(x)$
à partir de la courbe ci-contre de la fonction t
montrer que $\forall x\in [1,2] \; f(x)\leq x$



9) Soit (u_n) une suite numériques définie comme par :

$u_0=\frac{3}{2}$ et $\forall n\in\mathbb{N} \; : u_{n+1}=f(u_n)$

0,5 **a-** Montrer par récurrence que
$$\forall n\in\mathbb{N} \; : 1\leq u_n\leq 2$$

0,5 **b-** Montrer que (u_n) est décroissante

0,25 **c-** Déduire que (u_n) est convergente

0,5 **d-** Calculer la limite de la suite (u_n)