1 / 4	الإمتحان التجريبي للباكالوريا المسالك الدولية	المملكة المغربية
***** 1	الدورة العادية 2022	وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
	- الموضوع 13 -	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS — SN F23	

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes.	3 points
Exercice 3	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 4	calcul intégral - Suites numériques	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral , Suites numériques	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : **(3 points)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct$\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k}\right)$, on considère les points

$E(2,0,2)$ et $(1,2,0)$, le plan $(P) : x+y-z+3=0$ et la droite $(\Delta) : \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=2 \end{cases}$

0,75 1) Calculer les distances $d(E,(P))$ et $d(F,(\Delta))$

0,75 2) Déterminer une équation de la sphère (S) de centre E qui se coupe avec le plan (P) suivant un cercle de rayon 2

0,5 3) a) Déterminer le rayon de la sphère (S') de centre F qui se coupe avec la droite (Δ) en deux points A et B tel que $AB=2$

0,5 b) Vérifier que F appartient au plan (Q) médiatrice du segment $[AB]$

0,5 c) Déterminer une équation cartésienne du plan (Q)

Exercice 2 : **(3 points)**

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$, on considère

les points A et B d'affixes $a=-1-\sqrt{3}i$ et $b=-1+\sqrt{3}i$,

$\vec{U}$ et $\vec{V}$ et $\vec{W}$ des vecteurs d'affixes $3e^{i\frac{5\pi}{8}}$ et $2e^{i\frac{\pi}{8}}$ et $5e^{-i\frac{3\pi}{8}}$

0,5 1) a) Montrer que , $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux b) Montrer que $\vec{U}$ et $\vec{W}$ sont colinéaires

0,5 2) Déterminer l'affixe du centre de l'homothétie H du rapport 5 , qui transforme A en B

0,5 3) Déterminer l'angle de la rotation R du centre O et qui transforme A en B

4) Soit $P(Z)=\frac{3Z}{Z^2+1}$ pour tout complexe z différent de i et $-i$

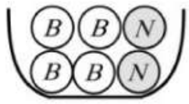
0,75 a) Calculer les antécédents par P de 2

0,25 b) Montrer que $P(Z)\in\mathbb{R} \iff \left(Z-\overline{Z}\right)(|Z|^2-1)=0$

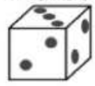
0,5 c) Déterminer l'ensemble des points $M(Z)$ pour lequel $P(Z)\in\mathbb{R}$

Exercice 3 (3 points)

Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher



Un dé non truqué porte les numéros 2-2-2-2-3-3



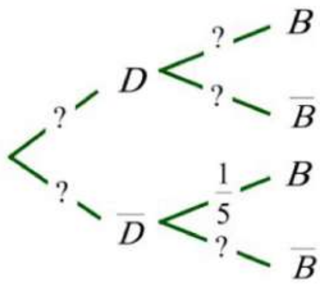
I) On considère l'expérience suivante : On jette une seule fois le dé , Si on obtient 2 On tire 2 boules successivement avec remise , Si on obtient 3 On tire simultanément 3 boules de l'urne.

Soient les évènements B:"*les* boules *tirés sont blanches*" et D:" obtenir 2 lorsqu'On jette le dé"

0,25 1) Calculer la probabilité de D

0,5 2) Calculer la probabilité de B sachant qu'On a obtenu 2 en jetant le dé

0,75 3) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivante



0,5 4) Calculer la probabilité de B

0,5 5) les événements D et B sont-ils indépendants ? justifier

II) On considère l'expérience suivante : On tire tous les boules successivement sans remise.

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de boules noires tirées avant le tirage de la première boule blanche

0,5 Montrer que $P(\mathrm{X}=1)=\frac{4}{15}$

Exercice 4 (3 points)

On considère la fonction h_n définie sur $\mathbb{R}$ par $h_n(x)=xe^x+e^{-nx}$, et C_{h_n} sa courbe ,

Soit (u_n) la suite définie par $u_n=\int_0^1 h_n(x)dx$ pour tout entier naturel n

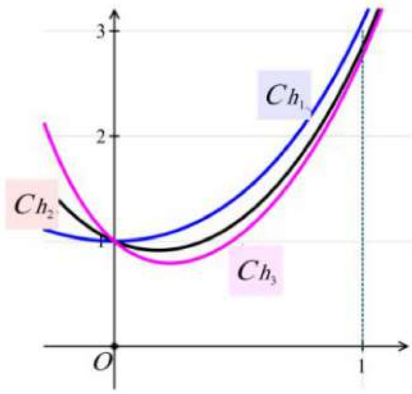
1 1) Par intégration par parties montré que $\int_0^1 \mathrm{x}e^x dx=1$ puis calculer $u_1=\int_0^1 h_1(x)dx$

0,5 2) a) A partir de la figure ci-contre, comparer u_1 , u_2 et u_3 en justifiant

0,25 b) Vérifier que $u_n-u_{n+1}=\int_0^1 e^{-(n+1)x}(e^x-1)dx$

0,5 et en déduire que la suite (u_n) est décroissante

0,75 c) Ecrire u_n en fonction de n puis calculer $lim(u_n)$



Problème

Soit la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = x^2e^{1-x}$ On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (l'unité 2cm).

PARTIE A :

0,25 1) a) Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

0,5 b) Montrer que (C) admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$, en déterminant sa direction

0,75 2) a) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ b) Interpréter graphiquement le résultat.

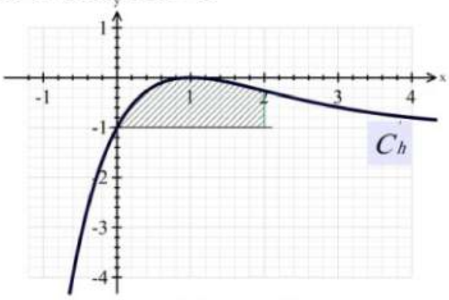
0,5 3. a) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = -(x^2 - 2x)e^{1-x}$.

0,5 b) Dresser son tableau de variation de *f*.

PARTIE B :

0,25 1) Montrer que $y = x$ est une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.

2) Pour tout réel, on pose $g(x) = f(x) - x$



0,25 a) Montrer que pour tout réel, $g(x) = x(xe^{1-x} - 1)$

0,25 b) A partir de la représentation graphique Ch , Donner le signe de la fonction $h: x \to xe^{1-x} - 1$ sur ℝ

0,5 c) Dresser le tableau de signe de $g(x)$ et en déduire la position relative de (C) et (T).

1,5 3) Tracer, (T) et (C). (On donne $f\left(-\frac{1}{2}\right) \approx 1{,}1$ et $(2) \approx 1{,}5$)

0,25 4) a) Montrer que la fonction : $x \to (-1 - x)e^{1-x} - x$ est une primitive de *h* sur ℝ

0,75 b) calculer en cm^2 , l'aire de domaine Hachurer

PARTIE C :

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout entier naturel n.

0,5 1) Démontrer que pour tout entier naturel n, $0 < u_n < 1$

0,5 2) Prouver que la suite (u_n) est décroissante (utilise PARTIE B 2) c))

0,75 3) Démontre que la suite (u_n) est convergente et détermine sa limite.