الإمتحان الوطني الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
الدورة العادية 2022
- الموضوع 12 -

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵓⵏⵏⵓⵏⵜ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

ssssssssssssssssssssss | SN F23

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Nombres complexes	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 3	Géométrie dans l'espace	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	11 points

- ✓ On désigne par $|\boldsymbol{a}|$ le module du nombre complexe a et par $\boldsymbol{arg(a)}$ son argument.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 points)

0,5 I- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 2\sqrt{2}z + 8 = 0$

II - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives : $a = -\sqrt{2} + \sqrt{6}i$ et $b = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$

0,5 1) Montrer que $|a| = 2\sqrt{2}$ et $arg(a) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$

0,25 2) a) Vérifier que $b = e^{-i\frac{\pi}{4}} \times a$

0,25 b) En déduire que $b = 2\sqrt{2}\left(cos(\frac{5\pi}{12}) + i\, sin(\frac{5\pi}{12})\right)$

0,5 c) Déduire les valeurs exactes de $cos(\frac{5\pi}{12})$ et $sin(\frac{5\pi}{12})$

3) Soit c l'affixe du point C l'image de B par la rotation R de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{4}$

0,5 montrer que $c = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$

0,5 4) Montrer que $\frac{a}{c} = i$, en déduire la nature du triangle OAC

Exercice 2 : (3 points)

On considère un dé équitable cubique, de faces numérotés de 1 à 6, et une urne contenant six boules : une noire, deux rouges et trois vertes.

On suppose que les boules de l'urne sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante : « On lance le dé dans l'air et on écrit le chiffre obtenu sur sa face supérieure, si le chiffre est impair alors on tire une seule boule dans l'urne, si le chiffre est pair alors on tire simultanément deux boules dans l'urne»

On considère les événements suivants :

A : « Obtenir un chiffre pair sur la face supérieure »

B : « Obtenir deux boules vertes »

C : « Obtenir exactement une boule verte sachant qu'on a obtenu un chiffre pair sur la face supérieure du dé»

0,75 1) Calculer $p(A)$ et montrer que $p(B) = \frac{1}{10}$

0,5 2) Calculer $p(C)$ (on peut utiliser l'arbre des possibilités)

3) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience le nombre de boules vertes tirées.

0,25 a) Vérifier que l'ensemble de valeur de la variable aléatoire X est $X(\Omega) = \{0,1,2\}$

0,75 b) Montrer que $P(X = 1) = \frac{11}{20}$ puis donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X

0,75 c) Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire X

Exercice 3 : (3 points)

Dans l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points : $A(2,4,1)$;$B(0,2,2)$et $C(1,2,1)$

0,75 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ puis en déduire l'aire du triangle ABC

0,5 b) Donner l'équation cartésienne du plan (ABC)

2) Soit (S) la sphère de centre $\Omega(-1; 0; -1)$ et de rayon $R = 2$

0,5 a) Montrer que l'équation cartésienne de (S) s'écrit :$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z - 2 = 0$

0,5 b) Montrer que le plan (ABC) est tangent à (S)

0,25 3) a) Donner une représentation paramétrique de la droite (D) passant par Ω et orthogonale au plan (ABC)

0,5 b) Déterminer les coordonnées de H le point de tangence de (ABC) et (S)

	Problème : (11 points)
	Partie 1 :
	Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x^2-x+2-ln(x)$
0,5	1) Calculer les limites $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
0,75	2) Montrer que $g'(x)=\frac{(x-1)(2x+1)}{x}$ pour tout x dans l'intervalle $]0;+\infty[$puis donner le tableau de variations de g
0,5	3) Déduire que $g(x)>0$ pour tout dans l'intervalle $]0,+\infty[$
	Partie 2 :
	Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$par : $f(x)=x+\left(1-\frac{1}{x}\right)(1-ln(x))$ et $\left(C_f\right)$ sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$tel que $\|\vec{i}\|=1cm$
0,5	1) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$, que peut-on déduire ?
0,25	2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
0,5	b) Montrer que $\left(C_f\right)$ admet une branche parabolique de direction la droite (Δ): $y=x$ au voisinage de $+\infty$
0,25	3) a) Vérifier que $(\forall x\in]0;+\infty[)$: $f(x)-x=\frac{(x-1)(1-ln\,x)}{x}$
0,5	b) Montrer que $(\forall x\in[1;e])$: $f(x)-x\geq 0$
0,5	c) Etudier la position de $\left(C_f\right)$et la droite (Δ) sur l'intervalle $]0,+\infty[$
0,75	4) a) Montrer que $(\forall x\in]0;+\infty[)$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$
0,25	b) Donner le tableau de variations de f
0,75	5) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique αdans l'intervalle $]0,+\infty[$ et que $\frac{1}{2}<\alpha<1$
1	6) Construire (Δ) et $\left(C_f\right)$
0,5	b) Construire $\left(C_{f^{-1}}\right)$ dans le même repère
0,5	8) a) En utilisant une intégration par partie, montrer que $\int_1^e ln(x)\,.dx=1$
0,75	b) Déterminer, en cm^2, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\left(C_f\right)$, la droite (Δ)et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$
	Partie 3 :
	Soit (u_n) une suite numérique telle que $\begin{cases}u_0=2\\ (\forall n\in\mathbb{N}): u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$
0,5	1) Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})$: $1\leq u_n\leq e$
0,5	2) Montrer que (u_n)est croissante en déduire qu'elle est convergente
0,75	3) Calculer $lim\, u_n$