الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2023
- الموضوع 10 -

ssssssssssssssssssssssss SN F23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵏⵏⵓⵏⵏⵓⵏⵜ

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 3	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 4	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (*3* points)

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3}{4(2-u_n)} \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

0,25 1) montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n < \dfrac{3}{2}$

2) Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = \dfrac{2u_n - 1}{2u_n - 3}$

0,5 a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

0,75 b- Calculer v_0 puis écrire v_n en fonction de n et déduire que $\forall n \in \mathbb{N} : \dfrac{1}{2} < u_n < \dfrac{3}{2}$

0,75 3) a- Montrer que (u_n) est une suite décroissante et déduire qu'elle est convergente.

0,75 b- Montrer que $u_n = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3v_n - 1}{v_n - 1}\right)$; $\forall n \in \mathbb{N}$ et calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice *2* : (*3* points)

Une urne contient trois boules blanches, quatre boules rouges et deux boules noires indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne .

1) On considère les évènements suivants :

A ‘’ Obtenir trois boules de même couleur ‘’

B ‘’ Obtenir au moins une boule blanche ‘’

C ‘’ Obtenir une boule de chaque couleur ‘’

2x0,5 a) Montrer que $p(A) = \frac{5}{84}$; $p(C) = \frac{2}{7}$.

0,5 b) Calculer $p(B)$

2) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre des boules noirs tirées.

0,25 a) Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable X

01 b) Donner la loi de probabilité de X

0,25 c) Déterminer l'espérance mathématique de X

Exercice 3: (3 points)

Dans l'espace muni d'un repéré orthonormé direct $(o\,;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$,
on considère les points $A(0,-2,2)$; $B(2,0,4)$; $C(2,-2,0)$
et (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace qui vérifient l'équation : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 6$

0,5	I) 1- Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$
0,25	2- En déduire que les points A , B et C ne sont pas alignés
0,5	3- Vérifier que : $x-2y+z-6=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
0,5	II) 1- Montrer que (S) est une sphère de centre $\Omega(1,-1,3)$ et de rayon R=3
0,25	2- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par Ω et orthogonale au plan (ABC)
0,5	3- Calculer la distance $d(\Omega;(ABC))$
0,5	4- En déduire d'intersection du plan (ABC) et la sphère (S)

Exercice 4: (3 points)

0,5	1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $\mathbf{4Z^2-2Z+1=0}$
	2- Dans un plan complexe, on considère les points A ; B et C d'affixes respectives : $\mathbf{a=\frac{1}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}}$; $\mathbf{b=-\frac{1}{8}+i\frac{\sqrt{3}}{8}}$; $\mathbf{c=-\frac{1}{2}}$
0,5	a- Déterminer la forme trigonométrique et la forme exponentielle de a
0,5	b- Vérifier que : $a^2 = b$
0,25	c- En déduire que : $\arg(b) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$
0,5	d- Montrer que : $\mathbf{\frac{b-a}{b} = i\sqrt{3}}$
0,25	e- En déduire la nature du triangle OAB
0,5	3- Soit M'(z') l'image de M(z) par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ Vérifier que : $z' = ze^{i\frac{2\pi}{3}}$ et en déduire que $R(A)=C$

PROBLEME (8 pts)

I- On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $\mathbf{g(x) = 1 - x^2 - \ln x}$

3x0,25	1- Calculer $g(1)$; $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
2x0,25	**2-** Calculer $g'(x)$; $\forall x \in]0;+\infty[$ et en déduire que g est une fonction décroissante
0,25	3- Dresser le tableau des variations de g
2x0,25	4- Montrer que : $g(x) \le 0$ sur $[1;+\infty[$ et $g(x) \ge 0$ sur $]0;1]$

II- On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $\mathbf{f(x) = -x + 3 + \frac{\ln x}{x}}$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o\,;\vec{i};\vec{j})$ telque $\|\vec{i}\| = 2cm$

2x0,25	1- a) Montrer que $\lim\limits_{x\to -0^+} f(x) = -\infty$ et interpréter géométriquement le résultat
2x0,25	b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et montrer que (C_f) admet une asymptote oblique (Δ) au voisinage de $+\infty$ d'équation : $y=-x+3$
0,5	c) Etudier la position relative de (C_f)et (Δ)
0,5	2- a) Montrer que : $\forall x \in]0;+\infty[$; $\mathbf{f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}}$
0,5	b) Dresser LE tableau de variations de f
3x0,25	3- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions α et β telles que : $0<\alpha<1$ et $3<\beta<4$ et interpréter graphiquement le résultat .
2x0,25	4- Montrer que : $\forall x \in]0;+\infty[$; $\mathbf{f''(x) = \frac{-3+2\ln x}{x^3}}$ puis étudier la concavité de (C_f)
01	5- Construire la courbe (Cf) ; (on prend $\sqrt{e^3} = 4{,}5$ et $f(\sqrt{e^3}) = -1{,}2$)
0,25	6- a) Montrer que : $\int_1^3 \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln 3)^2$
0,5	b) Calculer l'aire de domaine du plan limité par la courbe (C_f) et l'axe des abscisses et les droites des équations : $x=1$ et $x=3$