الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2023
- الموضوع 09 -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

ssssssssssssssssssssss | SN F23

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace.	3 points
Exercice 3	Calcul de probabilités	3 points
Exercice 4	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 points)

On considère La suite $(u_n)_{n\in N}$ définie par : $u_0 = 5$ et $(\forall n \in \mathbb{N})$, $u_{n+1} = \frac{5u_n}{u_n+1}$

1- Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $u_n > 4$

2- a- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

b- En déduire la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in N}$.

c- En déduire que la suite (u_n) est convergente.

3- On considère La suite $(v_n)_{IN}$ définie par : $(\forall n \in \mathbb{N})$;$v_n = \frac{5^n(u_n-4)}{u_n}$

a- Montrer que $(v_n)_{\mathbb{N}}$ est une suite constante et déterminer cette constante.

b- En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $u_n = \frac{4\times 5^{n+1}}{5^{n+1}-1}$

c- En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (3 points)

Dans l'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,
On considère les points $A(1,1,0)$; $B(-1,0,0)$; $C(0,0,1)$ et $I(1,0,2)$

1- Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

2- En déduire une équation cartésienne du plan (ABC)

3- Soit(S) la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 6 = 0$

a-Montrer que le centre de (S) est le point $\Omega(2,-2,1)$ et que son rayon est $R = \sqrt{15}$

b-Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (C)

c-Déterminer le rayon de (C) et montrer que le point I est le centre de (C)

Exercice 3 : (3points)

Un sac contient six boules indiscernables au toucher et portant les nombres:

$-1 , -1 , 0 , 1 , 1 , 2$

On considère l'épreuve suivante. On tire simultanément et au hasard trois boules du sac.

1. On considère, après avoir effectué cette épreuve, les deux événements suivants:

A: « parmi les boules tirées, il y a au moins une portant le numéro 1 »

S: « la somme des nombres que portent les trois boules est nul ».

a) Calculer la probabilité de l'événement A.

2. Calculer la probabilité de l'événement S

3. On répète l'épreuve précédente n fois de suite où $n \geq 3$

(On remet à chaque fois les 3 boules tirées dans le sac avant chaque nouveau tirage).

a) Quelle est la probabilité p_n pour que l'événement S soit réalisé au moins une fois ?

b) Déterminer le plus grand entier naturel n tel que : $p_n \leq 0.789$.

Exercice 4 (3 points)

On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ les points A, B et C d'affixes respectives

$$a = 3 + 2i \;\; ; \; b = \bar{a} \text{ et } c = 1$$

1) a) Ecrire le nombre $(a - c)$ sous la forme trigonométrique
   b) En déduire que $(a - c)^4 = -64$
2) a) Monter que $b - c = -i(a - c)$
   b) Donner une interprétation géométrique du module de $\dfrac{b-c}{a-c}$ et de $\arg\left(\dfrac{b-c}{a-c}\right)$
   c) En déduire que le point B est l'image du point A par une transformation dont on précisera les éléments caractéristiques.
   d) Quelle est la nature du triangle ABC?

3) Soit M un point d'affixe z et M' un point d'affixe z' tel que M' est l'image de M par l'homothétie h de centre O et de rapport 5
   a- Déterminer l'affixe du point D image du point C par l'homothétie h
   b- Montrer que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$
4) En déduire la nature du quadrilatère $ADBC$.

Problème (8 points)

Partie 1

g une fonction numérique définie sur R par :

$$g(x) = e^{-2x} + 2x - 1$$

1- Montrer que : $(\forall x \in R)\;\; g'(x) = 2(1 - e^{-2x})$
2- Donner les variations de la fonction g
3- En déduire que $(\forall x \in R)\;\; g(x) \geq 0$

Partie 2

B – f une fonction numérique définie sur R par :

$$f(x) = (1 - x)(1 + e^{2x})$$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ avec $\|\vec{i}\| = 1cm$

1- Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
2- Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter géométriquement ce résultat

3- Montrer que la droite (D) d'équation $y = 1 - x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$

4- Etudier la position relative de la courbe (C_f) et la droite (D)

5- a- Montrer que $(\forall x \in R)\quad f'(x) = -g(x) \times e^{2x}$

b- calculer $f'(0)$ puis interpréter géométriquement ce résultat

c-montrer que f est strictement décroissante sur R

d- donner le tableau de variation de f

6- Tracer la courbe (C_f)dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

7- a- En utilisant une intégration par parties ,montrer que **:**

$$\int_0^1 (1 - x)e^{2x}dx = \frac{e^2 - 3}{4}$$

b- calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , la droite (D) et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$.