3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes.	3 points
Exercice 3	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : 3 points)

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ***définie par :*** $u_0 = 1$ ***et.*** $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_{n+1} = \frac{u_n}{2+2u_n}$

0.5 ***1. Montrer par récurrence que*** $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n > 0$.

0.75 ***2. Montrer que la suite*** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ***est strictement décroissante. Déduire qu'elle est convergente.***

3. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ***la suite définie par*** $(\forall n \in \mathbb{N})\ v_n = \frac{1+2u_n}{u_n}$

0,75 ***a. Montrer que*** (v_n) ***est une suite géométrique de raison 2 et calculer son premier terme*** v_0.

0,5 ***b. Ecrire*** v_n ***en fonction de*** n ***puis déduire que*** $u_n = \frac{1}{3\times 2^n - 2}$.

0 ,5 ***c. Calcule*** $\lim\limits_{+\infty} u_n$.

Exercice 2 : (3 points)

Dans l'espace rapporté un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, ***on considère les points*** $A(1; 2; -1)$, $B(2; 0; -2)$ ***et*** $C(-1; 1; 1)$.

0,5 ***1. a-calculer*** $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

0,25 ***b- montrer que*** $x + z = 0$ ***est une équation cartésienne du plan*** (ABC).

2. Soit (Δ) ***la droite définie par la représentation paramétrique suivant*** $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$.

0,25 ***a. Vérifier que le point A appartient à*** (Δ).

0,25 ***b. Montrer que la droite*** (Δ) ***est perpendiculaire au plan*** (ABC).

3. Soit α ***un réel et*** $I_\alpha(1 + \alpha; 2; \alpha - 1)$ ***un point de*** (Δ).

0,25 ***a. Montrer que*** $d(I_\alpha; (ABC)) = \sqrt{2}|\alpha|$.

0,75 ***b. Soit*** (S_α) ***la sphère de centre*** I_α ***et de rayon*** $2\sqrt{2}$***.déterminer suivant les valeurs de*** α ***la position relative de la sphère*** (S_α) ***et du plan*** (ABC).

0.25 ***4. a-pour quelles valeurs de*** α ***, le point B appartient à la sphère*** (S_α).

0.5 ***b -pour les valeurs de*** α ***trouvés dans la question 4-A caractériser l'intersection de*** (S_α) ***et le plan*** (ABC).

Exercice 3 : (3 points)

0,75 ***1. Résoudre dans*** $\mathbb{C}$ ***l'équation (E) :*** $z^2 - 2z + 10 = 0$.

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, ***on considère les points A et D d'affixes respectives*** $z_A = 4 + 2i$ ***et*** $z_D = 1 + 3i$.

0,25 ***a. Montrer que*** $(z_A - z_D)\,\overline{z_D} = -10i$.

0,5 ***b. Montrer que le triangle OAD est isocèle rectangle en D.***

0,25 ***3. Soit*** (C) ***le cercle de centre O et de rayon*** $2\sqrt{5}$ ***.Vérifier que le point A appartient à*** (C).

4. La droite (OD) coupe le cercle (C) ***en un point B tel que*** $Re(z_B) > 0$.

0,5 ***a. On pose*** $\alpha = z_B\overline{z_D}$***. Justifier que*** α ***est un réel.***

0.25 ***b. Montrer que*** $|\alpha| = 10\sqrt{2}$.

0.5 ***c. Montrer que*** $z_B = \sqrt{2} + 3\sqrt{2}\, i$.

Exercice 4: (3 points)

Une urne U_1 ***contient trois boules portant le nombre 1 et deux boules porte le numéro*** -1 ***et une porte le numéro*** 0 ***, et Une urne*** U_2 ***contient trois boules portant le nombre*** -1 ***et deux boules porte le numéro*** 0 ***et une porte le numéro*** 1***.on suppose que les boules des deux urnes sont indiscernable au toucher.***

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On choisit une urne des deux urnes puis On tire au hasard successivement sans remise 2 boules.

On considère l'évènement suivant : A : «la première boule tirée porte le numéro 1»

B : « Obtenir deux boules dont la somme de leurs nombres est égale à -1 ***»***

1 ***1. Montrer que :*** $P(A) = \frac{1}{2}$ ***et que*** $P(B) = \frac{4}{15}$.

2. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience la somme des nombres portée par les boules tirées.

0,5 ***a. Montrer que*** $P(X = 0) = \frac{1}{3}$

1.5 ***b. Déterminer la loi de la variable aléatoire X.***

Problème : 8 points

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x) = (2x+1)ln(x) - 3x + 3$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. (Unité $\frac{1}{2}$cm).

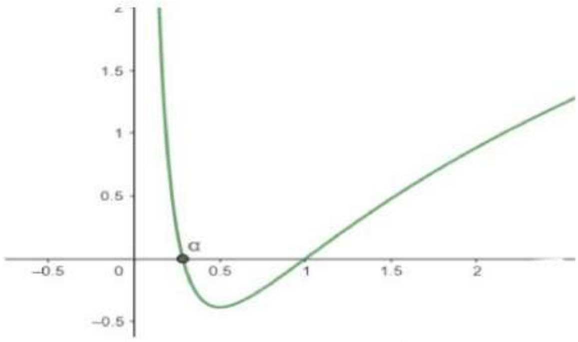
0,5 1. *Montrer que* $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ *, puis interpréter graphiquement ce résultat.*

0,5 2. a. *Montrer que* $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.

0.5 b. *Montrer que* (C_f) *admet une banche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de* $+\infty$.

0,75 3. a. *Montrer que* $\forall\, x \in\,]0;+\infty[: f'(x) = \frac{2x\,ln(x)+1-x}{x}$.

La courbe $(C_{f'})$ ci-contre est la représentation graphique de la fonction f' la dérivée de la fonction f .



0,5 b. *En justifiant votre réponse. Déterminer le signe de f'sur $]0;+\infty[$.*

0,5 c-*donner le tableau de variation de f sur $]0;+\infty[$.*

0,75 d- *en justifiant votre réponse déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant l'abscisse du point d'inflexion.*

0.5 4. *Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution β tel que $0.09 < \beta < 0.11$.*

1 5. *Construire (C_f) dans le repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ .on prend ($\alpha \approx 0,3$ et $f(\alpha) \approx 0,2$) .*

1 6. a. *En utilisant une intégration par partie, calculer* $\int_1^e (2x+1)ln(x)dx = \frac{e^2+3}{2}$

0.5 b. *déduire l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.*

7. *Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $g(x) = f(|x|)$.*

0.5 a. *Etudier la parité de la fonction g .*

0.5 b. *Construire (C_g) la courbe représentative de g dans le même repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.*