

EXERCICES AVEC SOLUTIONS FONCTIONS - Généralités

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par

$$1) f(x) = 3x^2 - x + 1. \quad 2) f(x) = \frac{x^3}{2x-4}.$$

$$3) f(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}. \quad 4) f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}.$$

$$5) f(x) = \sqrt{-3x+6}. \quad 6) f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}.$$

$$7) f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}. \quad 8) f(x) = \sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}.$$

$$9) f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}. \quad 10) f(x) = \frac{|x-5|}{x^2+1}.$$

$$11) f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x}. \quad 12) f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}.$$

$$13) f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + \sqrt{-x}.$$

$$14) f(x) = \frac{x}{|2x-4|-|x-1|}. \quad 15) f(x) = \frac{2\sin x}{2\cos x-1}.$$

$$16) f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}.$$

$$17) f(x) = \sqrt{x^2 + (2\sqrt{3}-\sqrt{2})x - 2\sqrt{6}}$$

$$18) f(x) = \frac{|x-4|-|x-1|}{x^2+2|x|-3}$$

$$19) f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{3-5x}.$$

Exercice 2 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par : 1) $f(x) = 3x^2 - 5$. 2)

$$f(x) = \frac{3}{x}$$

$$3) f(x) = \frac{x^2-1}{x}. \quad 2) f(x) = x^2 + \frac{1}{x}.$$

$$3) f(x) = \frac{|x|}{x^2-1}. \quad 4) f(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$5) f(x) = \frac{2x^3}{x^2+5}. \quad 6) f(x) = |x| - \sqrt{2x^2+4}.$$

$$7) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}. \quad 8) f(x) = \frac{x}{x-2}$$

Exercice 3 : Soit la fonction définie par :

$$5f(x) + f(-x) = 2x^3 - 3x \text{ Pour tout réel } x$$

1) montrer que f est une fonction impaire

prof : atmani najib

2) donner une expression de $f(x)$ Pour tout réel x

Exercice 4 : Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{|x|+1}{2|x|-3} \text{ et } (C_f) \text{ la courbe de } f \text{ Dans le}$$

repère $(0; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice 5 : étudier les variations des fonctions définies par : 1) $f(x) = 7x - 5$ 2) $g(x) = \frac{2}{x}$

Exercice 6 : étudier les variations de la fonction définie par: $f(x) = 3x^2 + 2$

Exercice 7 : étudier les variations de la fonction définie par : $g(x) = \frac{x}{x+1}$

Exercice 8 : Soit f une fonction tq : $f(x) = x + \frac{1}{x}$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f

2) Calculer Le taux d'accroissement $T(x_1; x_2)$ de f entre x_1 et x_2 deux éléments de D_f

tq $x_1 \neq x_2$

3) Étudier les variations de f sur $I =]0; 1]$ puis sur $J = [1; +\infty[$

4) En déduire les variations de f sur D_f

5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice 9 : étudier les variations des fonctions définies par: 1) $k(x) = \frac{6}{x}$ 2) $f(x) = x^2$ et

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 \text{ et } h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5$$

Exercice 10 : Les fonction f et g définies respectivement par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}} \text{ et } g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$$

Sont-elles égales ?

Exercice 11 : Soit f et g les fonctions numériques tel que: $f(x) = x + 1$ et

$$g(x) = x^2 + x + 2$$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 12 : Soit f et g les fonctions numériques tel que: $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 13 : Soient les deux

$$\text{fonctions : } f(x) = \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^2}} \text{ et } g(x) = \frac{1 + 3x^2}{|x|}$$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 14 : Soient les deux

$$\text{fonctions : } h(x) = \frac{x^2 - x}{x} \text{ et } t(x) = x - 1$$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 15 : Soit f la fonction numérique tel

$$\text{que: } f(x) = \frac{(3x+1)(2-x)}{4x^2 - 1}$$

Etudier le signe de la fonction f

Exercice 16 : Soit f une fonction numérique

définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + x$

Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.

Exercice 17 : Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4\sin x - 3$ est Bornée.

Exercice 18 : Soit f une fonction numérique

$$\text{tq : } f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.

3) Démontrer que f est minorée sur $\mathbb{R}$. Conclure

Exercice 19 : Soit f une fonction numérique

$$\text{tq : } f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 7}{x^2 + 3x + 3}$$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée par 1.

3) Démontrer que f est majorée par $\frac{7}{3}$. Conclure

Exercice 20 : Soit f une fonction numérique

$$\text{tq : } f(x) = \frac{x-1}{x^2 + x + m} \text{ avec } m \in \mathbb{R}$$

1) déterminer les valeurs de m pour que $D_f = \mathbb{R}$

2) Soit g la fonction numérique tq : $g(x) = \frac{1}{x+2}$

déterminer les valeurs de m pour que

$$\forall x \in \{-2; 1\} \text{ on a : } f(x) = g(x)$$

prof : atmani najib

Exercice 21 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = 5x^2 + 3$$

Montrer que f admet un minimum absolue sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 22 : Soit g une fonction numérique

$$\text{tq : } g(x) = -4x^2 + 1$$

Montrer que g admet un maximum absolue sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = -4x^2 + 4x + 5$$

1°a) montrer que $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) montrer que $f(x) \leq 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

2° calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrêmes

de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 24 : Du tableau de variation

x	-5	-2	2	5
$f(x)$	5	0,5	2	-2

Déduire les extrêmes de f

Exercice 25 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

Montrer que 1 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 26 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1}$$

1) Déterminer D_f

2) a) Démontrer que f est majorée par 3.

b) est ce que 3 est une valeur maximale de f ?

3) a) Démontrer que f est minorée par 2.

b) est ce que 2 est une valeur minimale de f ?

Exercice 27 : Soit f une fonction numérique

$$\text{définie sur }]1; +\infty[\text{ par : } f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1}$$

1) étudier le signe de f

2) a) Démontrer que f est majorée par $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

b) est ce que $\frac{\sqrt{2}}{4}$ est une valeur maximale de f ?

Exercice 28 : Soit f une fonction numérique

$$\text{définie sur }]1; +\infty[\text{ par : } f(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que -1 est la valeur minimale de f

3) Démontrer que f est majorée par 1 et est-ce que 1 est une valeur maximale de f ?

Exercice 28 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = x^2 - 2x + 3$

1)a) Démontrer que f est minorée.

b) est ce que f admet une valeur minimale ?

2) Démontrer que f est non majorée.

Exercice 29 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x) = 2x^2 - 4x - 2$

étudier les variations de f et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe (C_f) de f

Exercice 30 : Soit g une fonction numérique

tq : $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

étudier les variations de g et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe (C_g) de g

Exercice 31 Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

étudier les variations de f et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe (C_f) de f

Exercice 32 : Soit f une fonction numérique tq :

$$g(x) = \frac{-x}{x-2} \quad \text{étudier les variations de } g \text{ et}$$

dresser le tableau de variation et tracer la dans

le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe (C_g) de g

Exercice 33 : Soit f une fonction numérique

$$\text{définie par : } f(x) = \frac{1}{4}x^3$$

1) Déterminer D_f

2) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation

3) tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe (C_f) de f

Exercice 34 : Soit f une fonction numérique

$$\text{définie par : } f(x) = \sqrt{x+2}$$

1) Déterminer D_f

2) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation

3) tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe (C_f) de f

Exercice 35 : Soit les fonctions f et g

$$\text{tel que : } f(x) = x^2 - 2x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = 2x + 1$$

Déterminer : $g \circ f$ et $f \circ g$

Exercice 36 : Soit les fonctions f et g définies

$$\text{par : } f(x) = 3x + 4 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{x+1}$$

1) Déterminer $D_{g \circ f}$

2) déterminer : $(g \circ f)(x)$

Exercice 37 : Soit les fonctions f et g définies

$$\text{par : } g(x) = \frac{x}{x+2} \quad \text{et} \quad f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

On pose : $h(x) = (g \circ f)(x)$

1) Déterminer D_h 2) déterminer : $h(x)$

3) Soit la fonction k définie par : $k(x) = \frac{x+3}{3x+5}$

Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Exercice 38 : exprimer les fonctions suivantes à l'aide de fonctions élémentaires :

$$1) h_1(x) = \frac{1}{3x-1} \quad 2) h_2(x) = \sqrt{x+3}$$

$$3) h_3(x) = 3\sqrt{x} + 4$$

Exercice 39 : Soit f la fonction f définie sur

un intervalle $[0; +\infty[$ tel que : $f(x) = -5x^2 + 7$

Décomposer la fonction f en fonctions élémentaire et étudier les variations de f

Exercice 40 : Soit la fonction h définie sur

$$]-\infty; 1] \text{ par } h(x) = \sqrt{1-x}$$

1) Décomposer h en deux fonctions élémentaires.

2) Déterminer les variations de h .

Exercice 41 : 1) Quelle est la période des fonctions suivantes :

$$a) f : x \rightarrow \sin(4x-1) \quad b) g : x \rightarrow \cos(5x)$$

2) Trouver une fonction de période $T = \frac{3}{4}$

Exercice 42 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T = 2$

$$\text{tel que : } f(x) = 2x - x^2 \quad \forall x \in [0; 2[$$

1) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-2; 8]$ dans un repère $(0; \vec{i}; \vec{j})$

- 2) calculer : $f(4.1)$; $f(-3.5)$; $f(265.11)$
 3) donner l'expression de : $f(x) = 2x - x^2$ sur les intervalles : $I_k = [2k; 2(k+1)[$ $k \in \mathbb{Z}$

Exercice 43 : Soit la courbe (C_f) représentative de f telle que $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ et la droite (D) d'équation $y = -x - 3$

- 1- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$
 puis l'inéquation $f(x) < 3$.
 2- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$
 puis l'inéquation $f(x) \geq 0$
 3- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -x - 3$ puis l'inéquation $f(x) \leq -x - 3$

Exercice 44 : Soient f et g les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 3x - 4$ et $g(x) = 3x + 12$

- 1) Tracer Les courbes (C_f) et (C_g)
 2) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$
 3) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$
 4) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

Exercice 45 : Soient f et g les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ et $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$ et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

- 1) dresser le Tableau de variations de f et de g
 2) a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l' axes des abscisses
 b) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l' axes des abscisses
 3) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère
 4) a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$
 b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

prof : atmani najib

Exercice 46 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$$

- 1) Déterminer D_f
 2) Démontrer que f est minorée.
 3) Démontrer que f est majorée par $\frac{1}{2}$ Conclure

Exercice 47 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = x^2 + 2x\sqrt{x} + x - 4$$

- 1) Démontrer que f admet une valeur minimale
 3) Démontrer que f n'est pas majorée
Exercice 48 : Soient f et g et h les trois fonctions définies par:

$$f(x) = \frac{6x^2 + 8x + 11}{(x-1)^2} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{2x+3}{x-1} \quad \text{et}$$

$$h(x) = x^2 + 2$$

- 1)a) Etudier les variations de g et de h
 b) étudier le signe de la fonction g
 2) montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\} : f(x) = (h \circ g)(x)$
 3) Etudier les variations de f dans les intervalles :
 $]1; +\infty[$; $[-\frac{3}{2}; 1[$; $] -\infty; -\frac{3}{2}]$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

Prof : Atmani najib

