

Exercice 1 :

Montrer par récurrence que La proposition suivant est vraie :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 2^n > n$$

Exercice 2 :

Montrer par récurrence que La proposition suivant est vraie :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Exercice 3 :

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : n^3 + 2n \text{ est divisible par } 3$$

Exercice 4 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

Exercice 5 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Exercice 6 :

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 4^n + 6n - 1 \text{ est divisible par } 9$$

Exercice 7 :

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 3^{2n} + 3^{6n-5} \text{ est divisible par } 11$$

Exercice 8 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$$

Exercice 9 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 3^n \geq 1 + 2n$$

Exercice 10 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} \leq 1 - \frac{1}{n+1}$$

Exercice 11 :

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 10^n - 1 \text{ est divisible par } 9$$

Exercice 12 :

Montrer que :

$$P(n): "\forall n \in \mathbb{N} : 4^n - 1 \text{ est divisible par } 3$$

Exercice 13 :

Soit a un réel strictement positif montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : (1+a)^n \geq 1+na$$

Exercice 14 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n}{2^{n-1}} < 4 \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

Exercice 15 :

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 4^{2n+2} - 1 \text{ est divisible par } 15$$

Exercice 16 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \times \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

Exercice 17 :

Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \times \frac{1}{n+1} \times \frac{1}{n+2} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

Exercice 18 :

1) Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 4n^2 \geq (1+n)^2$$

2) Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 4^n \geq n^2$$

3) En déduire que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 4^n \geq n^2$$