

## Exercice 1 : (7 pts)

- 1) Exprimer à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes : (1,5 pt)
  - a)  $(P)$  : « Pour tout réel  $x$ , on a  $x^2$  est positif. » (0,75 pt)
  - b)  $(Q)$  : « Si le produit de deux réels est nul alors l'un d'entre eux est nul. » (0,75 pt)
- 2) Soit la proposition suivante :  $(T) : (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$  (1 pt)
  - a) Donner la négation de la proposition  $(T)$ . (0,5 pt)
  - b) Étudier la valeur de vérité de la proposition  $(T)$ . (0,5 pt)
- 3) Soient  $x, y \in \mathbb{R}$ . À l'aide d'un raisonnement par contraposée, montrer que :

$$x \neq y \Rightarrow x^2 - 2x \neq y^2 - 2y.$$

(1,5 pt)

- 4) Soit  $ABC$  un triangle tel que  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$  et  $BC = 5\sqrt{2}\text{cm}$ . À l'aide d'un raisonnement par l'absurde, montrer que le triangle  $ABC$  n'est pas rectangle en  $A$ . (1,5 pt)
- 5) Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

(1,5 pt)

## Exercice 2 : (4 pts)

Soit  $f$  une fonction définie par le tableau de variations ci-contre :

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	1		0	
		-2		-1

- 1) Déterminer  $D_f$ , le domaine de définition de  $f$ . (0,5 pt)
- 2) Déterminer le tableau de variation de la fonction  $f + 3$ . (1 pt)
- 3) Déterminer le tableau de variation de la fonction  $-2 \times f$ . (1 pt)
- 4) Déterminer graphiquement  $f([-1; 0])$ ,  $f([0; 1])$  et  $f([1; 2])$ . (1,5 pt)

## Exercice 3 : (9 pts)

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions numériques définies par :  $f(x) = 2x^3$  et  $g(x) = \sqrt{x+3}$ .

- 1) Déterminer  $D_f$  et  $D_g$ , les ensembles de définition de  $f$  et  $g$ . (0,5 pt)
- 2) Étudier les variations de  $f$  et  $g$ . (1 pt)
- 3) Donner les tables de variations des fonctions  $f$  et  $g$ . (1 pt)
- 4) a) Construire dans le même repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$  représentatives des fonctions  $f$  et  $g$ . (2 pt)
  - b) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$  et l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ . (1 pt)
  - c) Déterminer graphiquement  $f([1; +\infty])$  et  $g([1; +\infty])$ . (1 pt)
- 5) Déterminer  $D_{f \circ g}$ , l'ensemble de définition de  $f \circ g$ . (0,5 pt)
- 6) Montrer que :

$$(\forall x \in D_{f \circ g}) : (f \circ g)(x) = 2(x+3)\sqrt{x+3}.$$

(0,5 pt)

- 7) Étudier la monotonie de la fonction  $f \circ g$  sur l'intervalle  $[-3; +\infty]$ . (1 pt)
- 8) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f \circ g$ . (0,5 pt)

**BONNE CHANCE**