REPUBLIQUE DU SENEGAL

Un peuple Un but Une foi

REUSSIR LES MATHEMATIQUES AU BFEM

RÉSUMÉS COURS ET SÉRIES D'EXERCICES + CORRECTIONS

Racine carrée
Equation et Inéquation du premier degré à une inconnue
Equation et système d'équations du premier degré à deux inconnues
Inéquation et système d'inéquations du premier degré à deux inconnues
Statistique
Application affine
Théorème de Thalès
Relations trigonométriques dans un triangle rectangle
Angle inscrit-Angle au centre
Géométrie dans l'espace
Vecteur
Repérage dans le plan
Transformations du plan

EPREUVES BLANCHES + CORRECTIONS

Brevet blanc n1
Brevet blanc n°2
Brevet blanc n°3
Brevet blanc n°4
Brevet blanc n°5
Brevet blanc n6
Brevet blanc n°7
Brevet blanc n°8
Brevet blanc n°9
Brevet blanc n°10

EPREUVES CONCOURS NIVEAU 3E

Edition 2016 révisée

AVANT PROPOS

Durant tout le long de notre cursus scolaire nous avions été soutenus par des ainés et des professeurs, ce qui nous a permis non seulement de comprendre les Maths mais aussi et surtout d'oser affronter des formations scientifiques qui n'est pas de nos jours chose aisée. C'est dans ce cadre que nous nous sommes investi d'une mission pour apporter notre pierre à l'édifice et de contribuer à la réussite de nos jeunes frères. C'est dans ce sens qu'il faut comprendre notre document intitulé : **Réussir les maths au BFEM.**

Ce présent document est axé sur tout le programme de la $3^{ème}$ avec un cours résumé de chaque chapitre pour faciliter à l'élève l'apprentissage du cours. Après cela il y'a une série d'exercices avec des parties corrigées pour aider l'élève à s'exercer pour mieux maitriser le chapitre.
Ce document comporte aussi cinq épreuves blanches corrigés et d'autres non corrigées pour permettre à l'élève de tester ses connaissances et de se familiariser avec les épreuves du BFEM.

La dernière partie du document est consacrée aux épreuves de concours nationaux. Cette partie permettra au candidat d'avoir un aperçu sur les concours nationaux, niveau BFEM.

Plusieurs sites ou sources m'ont permis de collecter le maximum d'exercices pour faire de ce fascicule un bon manuel conforme au programme sénégalais de mathématique. Parmi eux on peut citer les séries d'exercices proposés dans plusieurs lycées du Sénégal, extraits de manuels de mathématique, les épreuves du BFEM, les épreuves de concours nationaux, des exercices que j'ai proposé de par mes connaissances et d'autres que j'ai reformulés à partir d'autres exercices.

En sommes ce présent document constitue, pour moi, une manière de lutter contre l'échec scolaire de manière général mais surtout contribuer à l'amélioration de l'apprentissage des mathématiques qui pose de plus en plus de problèmes aux élèves. Cela peut être prouver par la baisse du niveau des élèves dans les disciplines scientifiques malgré les efforts que l'Etat du Sénégal est entrain de mener.

Contacts

email : diarrababacar94@gmail.com

Téléphone : 77 733 95 08

« Le professeur ne doit pas apprendre des pensées [...] mais à penser. Il ne doit pas porter l'élève mais le guider, si l'on veut qu'à l'avenir il soit capable de marcher de lui-même. » Emmanuel Kant

SOMMAIRE

Racine Carrée

I. Définition :

Soit a un nombre positif. Il existe un unique nombre positif dont le carré est égal à a, ce nombre est appelé racine carrée de a, et est noté $\sqrt{a}$

Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé le **radical**

Par exemple : Il existe un unique nombre positif dont le carrée est égal à 9:c'est 3.On a donc $\sqrt{9} = 3$

Il existe un unique nombre positif dont le carré est égal à 2, que l'on note $\sqrt{2}$. Ce nombre n'est ni un nombre décimal, ni un nombre rationnel ; on ne peut écrire sa valeur exacte que sous la forme $\sqrt{2}$, mais on peut en donner une valeur approchée à la calculatrice, en utilisant la touche $\sqrt{\ }$:$\sqrt{2} \simeq 1,414213562$ Les nombres positifs dont la racine carrée est un entier sont appelés carrés parfaits; voici la liste des premiers carrés parfaits:

a	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
$\sqrt{a}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

II. Propriétés 1:

Pour tout nombre réel a on a $(\sqrt{a})^2 = a$

Pour tout nombre réel a on a $\sqrt{a^2} = |a|$

: $|a| = a$ si $a \geq 0$.

$|a| = -a$ si $a < 0$

Par exemple : pour a=3, on a $(\sqrt{3})^2=3$

Pour a= -5, on a $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$

III. Propriétés 2 :

- Pour tout nombre positifs a et b, on a $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- Pour tout nombre réel positif a et b ($b \neq 0$) on $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- En règle général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

IV. Expression conjuguée-rendre rationnel

Pour rendre rationnel le dénominateur d'un quotient on multiplie le numérateur et le dénominateur par l'expression conjuguée du dénominateur.

On considère les nombres $A=\frac{2\sqrt{3}+1}{5\sqrt{2}}$ et $B=\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

Pour rendre rationnel A on va multiplier le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{2}$: on obtient

$$A=\frac{(2\sqrt{3}+1)\times\sqrt{2}}{(5\sqrt{2})\times\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}+\sqrt{2}}{5\times2} = \frac{2\sqrt{6}+\sqrt{2}}{10}$$

Pour rendre rationnel B on va multiplier le numérateur et le dénominateur par 1- $\sqrt{3}$ on obtient :

$$B=\frac{(\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{9}}{1^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}-3}{1-3} = \frac{-\sqrt{3}+3}{2}$$

V. Equation $x^2 = a$

Propriété :

Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = a$ dépendent du signe de a.

Si $a < 0$, alors l'équation n'a pas de solution.

Si $a = 0$, alors l'équation possède une unique solution qui est 0.

Si $a > 0$, alors l'équation possède deux solutions qui sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Par exemple: –

- l'équation $x^2+4=0$, qui équivaut à $x^2 = -4$, n'a pas de solution; en effet, un carré est toujours positif.
  - l'équation $2x^2+3=3+x^2$, qui équivaut à $x^2=0$, a une unique solution, qui est $x=0$.
  - l'équation $3x^2-6 = 9$, qui équivaut à $x^2 = 5$, a deux solutions, qui sont $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$
- L'équation $(x+2)^2 = 9$. qui équivaut à $x+2=3$ ou $x+2=-3$.

  L'équation admet deux solutions $x=3-2=1$ et $x=-3-2=-5$.

Factorisation

En utilisant le fait que pour tout nombre positif b on a $(\sqrt{b})^2 = b$, on effectue des factorisations :

$A = 2x^2 + 6\sqrt{2}\,x + 9 = (\sqrt{2}x)^2 + 2 \times 3\sqrt{2}\,x + 3^2 = (\sqrt{2}\,x + 3)^2$

$B = x^2 - 5 = x^2 - (\sqrt{5})^2 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$

$C = 2x^2 - 7 = (\sqrt{2}x)^2 - (\sqrt{7})^2 = (\sqrt{2}x - \sqrt{7})(\sqrt{2}x - \sqrt{7})$

Exemples similaires sans racine :

$A' = 4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

$B' = x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

$C' = 4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

Exemple Classiques

$A = 2\sqrt{45} + \sqrt{20} - 3\sqrt{80}$

$B = \sqrt{81} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27}$

Ecrire A sous la forme $a\sqrt{5}$ et B sous la forme $a+b\sqrt{3}$

Solution :

$A = 2\sqrt{45} + \sqrt{20} - 3\sqrt{80}$

$A = 2\sqrt{9\times5} + \sqrt{4\times5} - 3\sqrt{16\times5}$

$A = 2\sqrt{9}\times\sqrt{5} + \sqrt{4}\times\sqrt{5} - 3\sqrt{16}\times\sqrt{5}$

$A = 2\times3\times\sqrt{5} + 2\times\sqrt{5} - 3\times4\times\sqrt{5}$

$A = 6\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$

$A = -4\sqrt{5}$

Solution :

$B = \sqrt{81} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27}$

$B = 9 + 7\sqrt{3} - \sqrt{9\times3}$

$B = 9 + 7\sqrt{3} - \sqrt{9}\times\sqrt{3}$

$B = 9 + \underline{7\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}$

$B = 9 + 4\sqrt{3}$

Série d'exercices Racine Carrée

EXERCICE 1 : ©

Répondre par vrai ou faux

1) Le produit de 10 par la racine carrée de 2 est égal à 200.
2) Si a est négatif, $(\sqrt{a})^2 = a$
3) Si x est un nombre positif ou nul, $\sqrt{x} \geq 0$.
4) Le carré de la racine carré d'un nombre positif x est égal à x.
5) La racine carrée du carrée d'un nombre négatif x est l'opposé de x.
6) Si a>0, l'équation $x^2=a$ à pour solution $x=\sqrt{a}$
7) $\sqrt{7} + \sqrt{3} = \sqrt{10}$

EXERCICE 2 : ©

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}+c$, avec a, b et c des nombres entiers, les expressions suivantes :

1) $A=\sqrt{45}+2\sqrt{5} - 5\sqrt{20}$ $\qquad$ $E=\sqrt{81}+2\sqrt{200}-3\sqrt{32}+4$
2) $F=3\sqrt{125} - \sqrt{500} + \sqrt{169}$ $\qquad$ $G= (2\sqrt{5} - 3\sqrt{7})^2$
1) $H=9(4\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ $\qquad$ $B= -5\sqrt{48}-\sqrt{27}+2\sqrt{12}$
2) $C=\sqrt{27} \times \sqrt{12} \times \sqrt{48}$ $\qquad$ $D= -2\sqrt{112}+\sqrt{63}-2\sqrt{28}$

EXERCICE 3 : ©

Soit $A=2-\sqrt{3}$ $\quad B=2+\sqrt{3}$

1. Calculer A^2 et B^2 puis en déduire une écriture simplifiée de $C= \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$
2. Rendre rationnel $\frac{A}{B}$

EXERCICE 5 : ©

On considère les 4 expressions suivantes :

- $A=3+5\sqrt{10}$ $\quad B=3 - 5\sqrt{10}$ $\quad C=48\sqrt{45}$ $D=9\sqrt{80}$

1) Calculer A^2 et B^2
2) Montrer que $A\times B$ et $\frac{C}{D}$ sont des entiers relatifs.

EXERCICE 6 : ©

On considère les expressions ci-dessous :

$F(x) = 4x^2+4\sqrt{5}x+5$ $\quad G(x) = (x-2)^2 - 5$ et $H(x) = 4(x+\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}\,(x+\sqrt{3}) + 3$

1) Factoriser F(x) et G(x)

1. Développe, réduis et ordonne H(x).
2. Déduis-en une factorisation de H(x).

EXERCICE 7 :

Soit x un nombre réel positif (ou nul). Détermine si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

$a)\ 6\sqrt{9x} = 18\sqrt{x}$ $\qquad$ $d)\ 5\sqrt{-9+9x} = -15\sqrt{1+x}$

$b)\ \sqrt{36x} = 6x$ $\qquad$ $e)\ \sqrt{49x+25x} = 7\sqrt{x}+5\sqrt{x}$

$c)\ \sqrt{4x+8} = 2\sqrt{x+8}$ $\qquad$ $f)\ \sqrt{4x^2+36x-20} = 2\sqrt{x^2+9x-5}$

EXERCICE 8 :

Soit $A= -\sqrt{27} + 2\sqrt{12} - \sqrt{3} + 2$ et $B=\frac{\sqrt{20}\sqrt{21}}{\sqrt{35}\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

1- Montrer $A= 2 + \sqrt{3}$ et $B=2 - \sqrt{3}$

2- Montrer que l'inverse A est B

Calculer A^2+B^2 puis $\frac{B}{A} + \frac{A}{B}$

EXERCICE 9 :

On donne les expressions ci- dessous

X=$\sqrt{4+\sqrt{7}}$ - $\sqrt{4-\sqrt{7}}$ et Y= $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ - $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

1) Détermine les signes respectifs deX et Y
2) Calcule X^2 et Y^2
3) Déduis-en X et Y

EXERCICE

1) Soit$t$= 45+ 196− 180− 245 Ecris t sous la forme a b + c où a; b et c sont des entiers ;

2) On donne les réels x = $\frac{4}{7+3\sqrt{5}}$ $et y = 3\sqrt{5}-7$

a) Écris x avec un dénominateur rationnel.

b) Justifie que y est négatif.

c) Justifie que : x = - y

d) Encadre x à 10^{-2} près sachant que 2, 236 < 5< 2, 237

EXERCICE 10

Ecris le plus simplement possible les expressions ci-dessous :

$A = \frac{\sqrt{3-\sqrt{3}} \times \sqrt{3+\sqrt{3}}}{\sqrt{6}}$; $B = \frac{-3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{45}-\sqrt{18}}$; $C = \frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{12}\right)}{\sqrt{54}}$;

$D = \left(\sqrt{5}-2\sqrt{80}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{\left(\sqrt{5}-2\sqrt{80}\right)^2}$; $E = \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} - \frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$; $F = \sqrt{4-2\sqrt{3}}$;

$G = \sqrt{76-2\sqrt{37-\sqrt{\frac{21}{25}+\frac{1}{25}\times\sqrt{6+\sqrt{103-2\sqrt{\frac{9}{4}}}}}}}$.

EXERCICE 11

On donne les expressions ci-dessous :

$P = \left[\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+1\right]\left[\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-1\right]$ et $q = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$.

1. Calcule p.
2. Rends rationnel le dénominateur de q.
3. Montre que $\frac{p+q^2}{p-2q} \in \mathbb{Z}$.

EXERCICE 12

On donne les expressions : a = $\sqrt{\frac{7+\sqrt{45}}{2}}$ et b = $\sqrt{\frac{7-\sqrt{45}}{2}}$.

1. Calcule a^2 ; b^2 ; ab ; $(a+b)^2$ et $(a-b)^2$.
2. Déduis –en l'écriture simplifiée de a puis de b.

EXERCICE 13

On donne les réels : $a = 2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $b = \frac{1}{3\sqrt{2}+4}$.

1. Rends rationnel le dénominateur de b puis montre que les nombres a et b sont des nombres opposés.

2. Soit $A = \sqrt{\left(1-2\sqrt{2}\right)^2} + (\sqrt{2}-2)^2 - \sqrt{18}$.

Montre que $A = 5 - 5\sqrt{2}$ puis encadre A à 10^{-2} prés sachant que : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}4$

EXERCICE 14 : ©

Soit les expressions suivantes :

$a = \sqrt{50} - \sqrt{8}\,(\sqrt{2}+1)$ et $b = (1+\sqrt{2})^2 + |-1-\sqrt{2}|$

1).a).Montrer que $a = 3\sqrt{2} - 4$ et $b = 3\sqrt{2} + 4$

b). Montrer que $a.b = 2$.En déduire le signe de a.

c).Ecrire $\frac{2}{b}$ avec un dénominateur entier.

d).Montrer que $\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + 5}$ est un entier.

2).a).Vérifier que $0 < a < 1$.

b).Ranger dans l'ordre croissant les réels : a ; $\sqrt{a}$ et a^2.

c).Vérifier que $|a^2 - a| + |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - a^2| = 0$.

EXERCICE 15

1- Ecrire les inverses des nombres suivants sans radical au dénominateur :

$1-\sqrt{3}$; $\sqrt{7}-\sqrt{6}$; $2\sqrt{2}-\sqrt{7}$

2- D'une manière général , déterminer l'inverse de $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$; $n \in \mathbb{N}$

3- Simplifier $S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

Correction série d'exercices racine carrée

EXERCICE 1 :

1) Faux 2) Faux 3) vrai 4) vrai 5) faux 6) faux 7) faux 8) vrai 9) faux

EXERCICE 2 :

$A=\sqrt{45}+2\sqrt{5}-5\sqrt{20}=\sqrt{9\times 5}+2\sqrt{5}-5\sqrt{4\times 5}=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-10\sqrt{5}=-5\sqrt{5}$ <=> **$A=-5\sqrt{5}$**

$B=-5\sqrt{48}-\sqrt{27}+2\sqrt{12}=-5\sqrt{16\times 3}-\sqrt{9\times 3}+2\sqrt{4\times 3}=-20\sqrt{3}-3\sqrt{3}+4\sqrt{3}=-19\sqrt{3}$ <=> **$B=-19\sqrt{3}$**

$C=\sqrt{27}\times\sqrt{12}\times\sqrt{48}=\sqrt{9\times 3}\times\sqrt{4\times 3}\times\sqrt{16\times 3}=3\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{27}=24\times\sqrt{9\times 3}=72\sqrt{3}$ <=> **$C=72\sqrt{3}$**

$D=-2\sqrt{112}+\sqrt{63}-2\sqrt{28}=-2\sqrt{16\times 7}+\sqrt{9\times 7}-2\sqrt{4\times 7}=-8\sqrt{7}+3\sqrt{7}-4\sqrt{7}=-9\sqrt{7}$ <=> **$D=-9\sqrt{7}$**

EXERCICE 3 :

$A=\sqrt{81}+2\sqrt{200}-3\sqrt{32}+4=9+2\sqrt{100\times 2}-3\sqrt{16\times 2}+4=9+20\sqrt{2}-12\sqrt{2}+4=13+8\sqrt{2}$ <=> **$A=13+8\sqrt{2}$**

$B=3\sqrt{125}-\sqrt{500}+\sqrt{169}=3\sqrt{25\times 5}-\sqrt{100\times 5}+13=15\sqrt{5}-10\sqrt{5}+13=13+5\sqrt{5}$ <=> **$B=13+5\sqrt{5}$**

$C=(2\sqrt{5}-3\sqrt{7})^2=(2\sqrt{5})^2-2\times(2\sqrt{5})(3\sqrt{7})+(3\sqrt{7})^2=20-12\sqrt{35}+63=83-12\sqrt{35}$ <=> **$C=83-12\sqrt{35}$**

$D=9(4\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=9[(4\sqrt{2})^2-2\times 4\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2]=9(32-8\sqrt{6}+3)=9(35-8\sqrt{6})=315-72\sqrt{6}$ <=> **$D=315-72\sqrt{6}$**

EXERCICE 4 :

1) $A^2=(2-\sqrt{3})^2=2^2-2\times 2\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$ <=> **$A^2=7-4\sqrt{3}$**

2) $B^2=(2+\sqrt{3})^2=2^2+2\times 2\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=4+4\sqrt{3}+3$ <=> **$B^2=7+4\sqrt{3}$**

$C=\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=|2-\sqrt{3}|$ cherchons le signe de $2-\sqrt{3}$

On a : $2^2-(\sqrt{3})^2=4-3=1$ donc $2-\sqrt{3}$ *est positif*.parsuite $|2-\sqrt{3}|=2-\sqrt{3}$

D'où **$C=2-\sqrt{3}$**

$$\frac{A}{B}=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\frac{(2-\sqrt{3})^2}{2^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{7-4\sqrt{3}}{4-3}=7-4\sqrt{3} \iff \mathbf{\frac{A}{B}=7-4\sqrt{3}}$$

EXERCICE 5 :

$A^2=(3+5\sqrt{10})^2=3^2+2\times 3\times 5\sqrt{10}+(5\sqrt{10})^2=9+30\sqrt{10}+250=259+30\sqrt{10}$ <=> **$A^2=259+30\sqrt{10}$**

$B^2=(3-5\sqrt{10})^2=3^2-2\times 3\times 5\sqrt{10}+(5\sqrt{10})^2=9-30\sqrt{10}+250=259-30\sqrt{10}$ <=> **$B^2=259-30\sqrt{10}$**

$A\text{x}B=(3+5\sqrt{10})(3-5\sqrt{10})=3^2-(5\sqrt{10})^2=9-250=-241$ <=> **$A\text{x}B=-241$**

$$\frac{C}{D}=\frac{48\sqrt{45}}{9\sqrt{80}}=\frac{48\sqrt{9\times 5}}{9\sqrt{16\times 5}}=\frac{48\times 3\sqrt{5}}{9\times 4\sqrt{5}}=\frac{144}{36}=4.\text{ Donc } \mathbf{\frac{C}{D}=4}$$

EXERCICE 6:

1) Ecrivons plus simplement

a) $\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}=\mathbf{\frac{4}{5}}$

b) $\sqrt{16x49}=\sqrt{16}\,x\,\sqrt{49}=4\text{x}7=\mathbf{28}$

c) $\sqrt{\frac{49}{81}}+\sqrt{\frac{32}{50}}-\sqrt{\frac{64}{100}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}}+\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{50}}-\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}}=\frac{7}{9}+\frac{\sqrt{16x2}}{\sqrt{25x2}}-\frac{8}{10}=\frac{7}{9}+\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}-\frac{8}{10}=\frac{7}{9}+\frac{4}{5}-\frac{8}{10}=\frac{7x5x10+4x9x10-8x9x5}{9x5x10}=\frac{350+450-360}{450}$

<=> $\sqrt{\frac{49}{81}}+\sqrt{\frac{32}{50}}-\sqrt{\frac{64}{100}}=\frac{440}{450}=\mathbf{\frac{44}{45}}$

d) $\sqrt{25x121}+\sqrt{32x2}-2\sqrt{169x9}=\sqrt{25}\text{x}\sqrt{121}+\sqrt{16x2x2}-2\sqrt{169}\text{x}\sqrt{9}=5\text{x}11+\sqrt{16}\text{x}\sqrt{4}-2\text{x}13\text{x}3=55+4\text{x}2-78=\mathbf{-15}$

2) Factoriser les expressions littérales suivantes :

e) $x^2+2\sqrt{3}x+3=(x)^2+2(\sqrt{3})\,x+(\sqrt{3})^2=\mathbf{(x+\sqrt{3})^2}$

f) $4x^2+4\sqrt{5}x+5=(2x)^2+2(\sqrt{5})(2x)+(\sqrt{5})^2=\mathbf{(2x+\sqrt{5})^2}$

g) $(x-2)^2-5=(x-2)^2-(\sqrt{5})^2=[(x-2)-\sqrt{5}][(x-2)+\sqrt{5}]=\mathbf{(x-2-\sqrt{5})(x-2+\sqrt{5})}$

EXERCICE 14

1).a).*). $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}\,(\sqrt{2}+1) = \sqrt{25}.\sqrt{2} - \sqrt{4}.\sqrt{2}(\sqrt{2}+1) = 5.\sqrt{2} - 2.\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$

$= 5.\sqrt{2} - 2.\sqrt{2}.\sqrt{2} - 2.\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 2\text{x}2 = \mathbf{3\sqrt{2} - 4}.$

*). $b = (1+\sqrt{2})^2 + |-1-\sqrt{2}| = 1^2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 + (1+\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + 2 + 2 = \mathbf{3\sqrt{2} + 4}$

b).*).a.b $= (3\sqrt{2} - 4).(3\sqrt{2} + 4) = (3\sqrt{2})^2 - 4^2 = 9\text{x}2 - 16 = 18 - 16 = \mathbf{2}.$

*).On a a.b=2> 0 et b>0 alors **a>0.**

c).On a **a.b=2** signifie $\frac{2}{b} = \text{a} = \mathbf{3\sqrt{2} - 4}.$

d). $\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + 5} = \sqrt{\frac{b-a}{ab} + 5} = \sqrt{\frac{(3\sqrt{2}+4)-(3\sqrt{2}-4)}{2} + 5} = \sqrt{\frac{8}{2} + 5} = \sqrt{4+5} = \sqrt{9} = \mathbf{3} \in \mathbb{N}.$

2).a). On a **a-1**$=3\sqrt{2} - 4 - 1 = 3\sqrt{2} - 5 = \frac{(3\sqrt{2}-5)(3\sqrt{2}+5)}{(3\sqrt{2}+5)} = \frac{(3\sqrt{2})^2 - 5^2}{(3\sqrt{2}+5)} = \frac{9\text{x}2-25}{(3\sqrt{2}+5)} = \frac{-7}{(3\sqrt{2}+5)} < 0$

Signifie **a<0** or on sait que **a>0** donc on a $\mathbf{0 < a < 1}.$

b).On a $\mathbf{0 < a < 1}$ donc $a^2 < \text{a} < \sqrt{a}$.

c). $|a^2 - \text{a}| + |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - a^2| = (-a^2 + a) + (-a + \sqrt{a}) - (\sqrt{a} - a^2)$

$= -a^2 + a - a + \sqrt{a} - \sqrt{a} + a^2 = \mathbf{0}.$

Equation et Inéquation du 1er degré à une inconnue

I. Equation

1) Du type : ax+b=c

ax+b=c <=> ax=c-b <=> x=$\frac{c-b}{a}$ et S=$\left\{\frac{c-b}{a}\right\}$

Ex :2x+1=5 <=> 2x=5-1<=>2x=4 <=> x=$\frac{4}{2}$ <=> x=2 S={2}

2) Du type $\frac{x}{a}=\frac{b}{c}$

$\frac{x}{a}=\frac{b}{c}$ <=> cx=ab <=> x=$\frac{ab}{c}$ et S=$\left\{\frac{ab}{c}\right\}$

Ex : $\frac{x}{3}=\frac{5}{2}$ <=> 2x=15 <=> x= $\frac{15}{2}$ S=$\left\{\frac{15}{2}\right\}$

3) Du type : (ax+b)(cx+d)=0

Propriétés :

- Dire qu'un produit de facteurs est nul, équivaut à dire que l'un au moins des facteurs est nul.
- Le cas particulier de l'équation-produit $(ax + b)(cx + d) = 0$ équivaut à
  $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$ x=$\frac{-b}{a}$ ou x= $\frac{-d}{c}$ et S=$\left\{\frac{-b}{a},\frac{-d}{c}\right\}$

Ex : (3x-4)(4x+7)=0 <=> 3x-4=0 ou 4x+7=0 <=> x=$\frac{4}{3}$ ou x=$\frac{-7}{4}$ S=$\left\{\frac{4}{3},\frac{-7}{4}\right\}$

4) Du type : $|ax+b| = |cx+d|$

On applique la propoiété suivante : $|A|=|B|$ <=>A=B ou A=-B

Ex : $|x+1|=|2x-5|$ <=> x+1=2x-5 ou x+1=-2x+5 <=> x-2x=-5-1 ou x+2x=5-1 <=>-x=-6 ou 3x=4 <=> x=6 ou x=$\frac{4}{3}$ S=[$\frac{4}{3}$, 6]

5) Du type $\frac{P(x)}{Q(x)}$

Toute équation du type $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, où $P(x)$ et $Q(x)$ sont des expressions algébriques (avec $Q(x) \neq 0$), est appelée équation-quotient.

Propriété : Pour tout x qui n'annule pas l'expression $Q(x)$, l'équation-quotient $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ équivaut à $P(x) = 0$.

EXEMPLE

Résoudre dans ℝ : $\frac{3x+5}{x-1}=0$

L'équation n'est pas définie pour $x = 1$.Pour $x \neq 1$, l'équation $\frac{3x+5}{x-1}=0$ équivaut à : $3x+5=0$. D'où $x=-\frac{5}{3}$.

II. Inéquation

1) Du type : $(ax+b)(cx+d) \leq 0$

Résolvons $(2x-4)(x+3) \leq 0$

$2x-4=0 \iff 2x=4 \iff x=2$ et $x+3=0 \iff x=-3$

x	$-\infty$ - 3	2	$+\infty$
2x-4	-	-	+
x+3	-	+	+
(2x-4)(x+3)	+	-	+

S=[-3 , 2]

2) Du type : $\frac{ax+b}{cx+d} \geq 0$

Pour résoudre cette équation il faut d'abord chercher le domaine d'existence, ensuite chercher la racine du numérateur et enfin faire un tableau de signe pour en tirer la solution de l'équation.

Résolvons $\frac{x+4}{x-3} \geq 0$

Ce quotient existe lorsque $x-3 \neq 0 \iff x \neq 3$

$.x+4=0 \iff x=-4$

x	$-\infty$ -4	3	$+\infty$
x+4	-	+	+
x-3	-	-	+
$\frac{x+4}{x-3}$	+	- ‖	+

On en déduit que S= $]-\infty,-4] \cup]3,+\infty[$

La double-barre dans le tableau signifie que le quotient n'est pas défini pour $x = 3$

Série d'exercices Equation et Inéquation du 1er degré à une inconnue

EXERCICE 1 : ©

Résoudre dans R les équations suivantes :

- $4x-1=0$ $\quad \frac{x}{5}=\frac{2}{3}$ $\quad \frac{x}{5}=\frac{2}{3}-\frac{1}{9}$
-
- $\frac{2}{5}x-2=3$ $\quad 16x^2-25=0$ $\quad \frac{2x}{3}=\frac{4}{5}$ $\quad \frac{-3x}{5}=\frac{8}{6}$
- $2x-4=4x+3$ $\quad (2x+1)(3x-4)=0$ $\quad (\frac{3}{4}x+1)(4x-2)=0$ $\quad (\sqrt{2}\,x+1)(2x\sqrt{3}-5)=0$

$|3x-4|=|2x+1|$ $\qquad |3\sqrt{2}x-2|=|2\sqrt{2}x+3|$

EXERCICE 2 : ©

A) Recopie chacun des énoncés ci – dessous et réponds par Vrai ou faux.

1. L'équation $x^2-7=0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.
2. L'équation $x^2=9$ a pour solution $S=\{3\}$
3. L'équation $x^2+7=0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.

B) Résoudre les équations suivantes

1) $x^2=49$ **4)** $x^2=6$ 7) $\frac{4-x}{x-3}=0$ 9) $\frac{(2-x)(x-6)}{x-8}=0$

2) $.x^2=-16$ **5)** $x^2-53=-4$

3) $(x+1)^2=4$ **6)** $(x-2)^2-14=2$ 8) $\frac{3x-3}{x+1}=0$ 10) $\frac{5x-2}{x^2+1}=0$

EXERCICE 3 :

Résoudre les équations suivantes

$a)\ (3x+6)(3x-1)-(3x+6)(2x-4)=0$

$b)\ (x-5)(5x+1)+(x-5)(5x+10)=0$

$c)\ (-x+3)(2x-1)+(-x+3)(x-7)=0$

$d)\ (4x+8)(-x+4)-(4x+8)(x+5)=0$

EXERCICE 4

On donne les expressions ci- dessous

$f(x)=|3x-5|$ et $g(x)=|-5x+2|$.

1. Calcule $f(0)$ et $g(-3)$
2. Ecris chacune des expressions $f(x)$ et $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
3. Résous l'équation $f(x)=g(x)$

EXERCICE 5

On donne $A(x)=(3x-1)^2-(x+5)^2$ et $B(x)=(x-9)^2-(7-2x)^2$.

1. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.
2. Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations $A(x)=0$ et $B(x)=0$.

EXERCICE 6

Recopie chacun des énoncés ci – dessous et réponds par Vrai ou faux.

1. L'inéquation $(x-1)(3-x) \leq 0$ a pour solution : $S = \{1; 3\}$
2. L'inéquation $(x-5)(2-x) > 0$ a pour solution : $S = [2; 5[$
3. L'inéquation $(5x-4)(5x+4) < 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.

EXERCICE 7: ©

Résoudre dans R les inéquations suivantes :

- (3x-6)(x+5)>0 $\quad \frac{2x-8}{x+6} \leq 0 \quad$ (-2x+10)(3x-9)≥0

EXERCICE 8

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(2x-1)(x+2) \geq 0$ 2) $(x+3)(2x-5) < 0$ 3) $(3x+1)(1-4x) \leq 0$

4) $\left(2x-\sqrt{2}\right)\left(x\sqrt{3}-2\right) \leq 0$ 5) $2x-8)(10x+5) <$ 6) $(2-x)(6x+3) \geq 0$

7) $(-5x+3)(2x+3) < 0$ 8) $7-x)(6x+18)$ 9)$(3x-4)(x+7) > 0$

EXERCICE 9

On donne $C = 1 - 4(x-1)^2$

1. Montre que $C = (3-2x)(2x-1)$.
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(3-2x)(2x-1) < 0$.

EXERCICE 10

On donne $A(x) = (3x-1)^2 - (x+5)^2$ et $B(x) = (x-9)^2 - (7-2x)^2$

1. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.
2. Déduis-en la résolution dans $\mathbb{R}$ de chacune des inéquations $A(x) < 0$ *et* $B(x) > 0$.

Résoudre, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations suivantes

a) $\frac{x-3}{x+1} \pounds 0$ **c)** $\frac{x+4}{x-6} > 0$ e) $\frac{x+1}{3-x} + 2 ^{3} 0$ g) $\frac{-2x-10}{4-3x} ^{3} 0$

b) $\frac{3x-6}{x-5} \pounds 0$ **d)** $\frac{2x-9}{1-x} ^{3} 0$ f) $\frac{x+1}{x-2} + 3 < 0$ h) $\frac{-2x-10}{4-3x} ^{3} 0$

Correction Equation et Inéquation du 1er degré à une inconnue

EXERCICE 1 :

Résolvons dans R les équations suivantes :

- $4x-1=0 \iff 4x=1 \iff \boxed{x=\frac{1}{4}}$ $\quad S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$
- $\frac{2}{5}x-2=3 \iff \frac{2}{5}x=3+2 \iff \frac{2}{5}x=5 \iff 2x=25 \iff \boxed{x=\frac{25}{2}}$ $\quad S=\left\{\frac{25}{2}\right\}$
- $2x-4=4x+3 \iff 2x-4x=3+4 \iff -2x=7 \iff \boxed{x=\frac{-7}{2}}$ $\quad S=\left\{\frac{-7}{2}\right\}$
- $(2x+1)(3x-4)=0 \iff 2x+1=0$ ou $3x-4=0 \iff 2x=-1$ ou $3x=4 \iff x=\frac{-1}{2}$ ou $x=\frac{4}{3}$ $\quad S=\left\{\frac{-1}{2},\frac{4}{3}\right\}$
- $(\frac{3}{4}x+1)(4x-2)=0 \iff \frac{3}{4}x+1$ ou $4x-2=0 \iff \frac{3}{4}x=-1$ ou $4x=2 \iff 3x=-4$ ou $x=\frac{2}{4} \iff \boxed{x=\frac{-4}{3}}$ ou $\boxed{x=\frac{1}{2}}$ $\quad S=\left\{\frac{-4}{3},\frac{1}{2}\right\}$
- $(\sqrt{2}\,x+1)(2\sqrt{3}x-5)=0 \iff \sqrt{2}\,x+1=0$ ou $2\sqrt{3}x-5=0 \iff \sqrt{2}\,x=-1$ ou $2\sqrt{3}x=5 \iff x=\frac{-1}{\sqrt{2}}$ ou $x=\frac{5}{2\sqrt{3}}$

  $\iff \boxed{x=\frac{-\sqrt{2}}{2}}$ ou $\boxed{x=\frac{-5\sqrt{3}}{6}}$ $\quad S=\left\{\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{-5\sqrt{3}}{6}\right\}$

EXERCICE 2 :

Résolvons dans R les équations suivantes :

- $\frac{x}{5}=\frac{2}{3} \iff 3x=10 \iff \boxed{x=\frac{10}{3}}$ $\quad S=\left\{\frac{10}{3}\right\}$
- $\frac{2x}{3}=\frac{4}{5} \iff 10x=12 \iff x=\frac{12}{10} \iff \boxed{x=\frac{6}{5}}$ $\quad S=\left\{\frac{6}{5}\right\}$
- $\frac{-3x}{5}=\frac{8}{6} \iff -18x=40 \iff x=\frac{-40}{18} \iff \boxed{x=\frac{-20}{9}}$ $\quad S=\left\{\frac{-20}{9}\right\}$
- $\frac{x}{5}=\frac{2}{3}-\frac{1}{9} \iff \frac{x}{5}=\frac{2*3-1}{9} \iff \frac{x}{5}=\frac{5}{9} \iff 9x=25 \iff \boxed{x=\frac{25}{9}}$ $\quad S=\left\{\frac{25}{9}\right\}$
- $|3x-4|=|2x+1| \iff 3x-4=2x+1$ ou $3x-4=-2x-1 \iff 3x-2x=1+4$ ou $3x+2x=-1+4 \iff x=5$ ou $5x=3$

  $\iff \boxed{x=5}$ ou $\boxed{x=\frac{3}{5}}$ $\quad S=\left\{5,\frac{3}{5}\right\}$
- $|3\sqrt{2}x-2|=|2\sqrt{2}x+3| \iff 3\sqrt{2}x-2=2\sqrt{2}x+3$ ou $3\sqrt{2}x-2=-2\sqrt{2}x-3 \iff 3\sqrt{2}x-2\sqrt{2}x=3+2$ ou $3\sqrt{2}x+2\sqrt{2}x=-3+2$

  $\iff \sqrt{2}x=5$ ou $5\sqrt{2}x=-1 \iff x=\frac{5}{\sqrt{2}}$ ou $x=\frac{-1}{5\sqrt{2}} \iff \boxed{x=\frac{5\sqrt{2}}{2}}$ ou $\boxed{x=\frac{-\sqrt{2}}{10}}$ $\quad S=\left\{\frac{5\sqrt{2}}{2},\frac{-\sqrt{2}}{10}\right\}$

EXERCICE 3 :

Résoudre dans R les inéquations suivantes :

- $(3x-6)(x+5)>0$ on a : $3x-6=0$ et $x+5=0 \iff 3x=6$ et $x=-5 \iff x=2$ et $x=-5$

○ X	-∞ -5	2	+∞
3x-6	-	-	+
X+5	-	+	+
(3x-6)(x+5)	+	-	+

S=]∞,-5[U]2,+∞[

- $\frac{2x-8}{x+6} \leq 0$ ce quotient existe lorsque $x+6 \neq 0 \iff x \neq -6$

  $2x-8=0 \iff 2x=8 \iff x=4$

X	-∞ -6	4	+∞
2x-8	-	-	+
X+6	-	+	+
$\frac{2x-8}{x+6}$	+	-	+

S=]-∞,-6[U [4,+∞[

- $(-2x+10)(3x-9) \geq 0$ on a $-2x+10=0$ et $3x-9=0 \iff -2x=-10$ et $3x=9 \iff x=5$ et $x=3$

X	-∞ 3	5	+∞
-2x+10	+	+	-
3x-9	-	+	+
(-2x+10)(3x-9)	-	+	-

S= [3, 5]

Equation et système d’équation du 1^{er} degré à deux inconnues

I. Equation du 1^{er} degré à deux inconnues

Une équation du 1^{er} degré à deux inconnues s’écrie sous la forme **ax+by+c=0,** avec a, b et c des réels (a et b $\neq 0$), x et y les deux inconnues.

Ex : 3x+4y-10=0

1) Méthode de résolution algébrique

Il faut choisir une valeur arbitraire de x et calculer la valeur correspondant à y et vice-versa

Ex : Résolvons 2x-3y+4=0

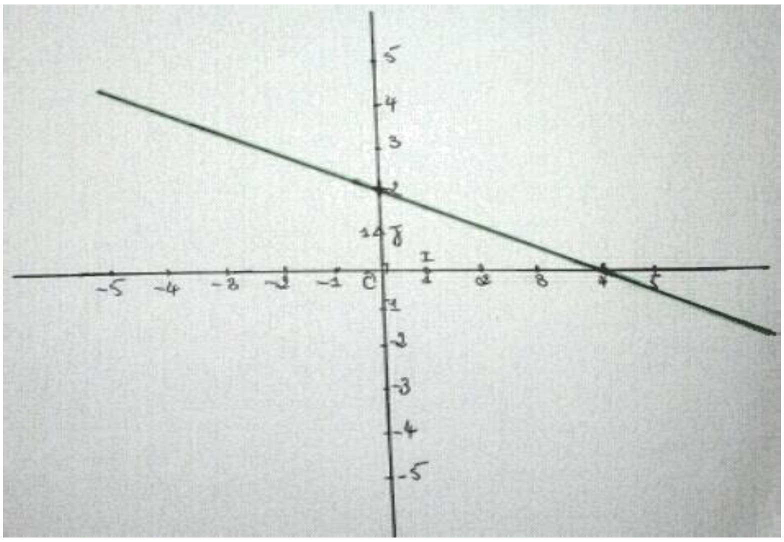
Si x=1 on a 2(1)-3y +4=0 <=> -3y+6=0<=>-3y=-6 <=> y=2 S=⌈(1 ;2)⌋

2) Méthode de résolution graphique

Cette méthode consiste à représenter l’équation par une droite dans un repère orthonormé

Ex : x+2y-4=0

Si $\boxed{x=0}$ on a 0+2y=4 <=> $\boxed{y=2}$ et si $\boxed{y=0}$ on a x+0-4=0 <=> $\boxed{x=4}$



II. Système d’équation du 1^{er} degré à deux inconnues

Un système d’équation du 1^{er} degré à deux inconnues s’écrit sous la forme $\begin{cases} \boldsymbol{ax+by+c=0} \\ \boldsymbol{dx+ey+f=0} \end{cases}$ avec a, b, c, d, e et f des réels (a, b, c et f $\neq 0$)

1) Méthode de résolution par substitution

Elle consiste à exprimer x en fonction de y dans l’une des équations puis remplacer x par sa valeur dans l’autre équation et vice-versa.

Ex : $\begin{cases} \boldsymbol{x-6y+2=0} \\ \boldsymbol{2x+4y-12=0} \end{cases}$

Exprimons x en fonction de y dans la 1^{er} équation : x-6y+2=0 <=> x=6y-2
Remplaçons x par sa valeur dans la $2^{ème}$ équation : 2(6y-2)+4y-8=0 <=> 12y-4+4y-12=0<=>16y=16 <=> $\boxed{\mathbf{y=1}}$

Or on avait x=6y-2 <=> x=6x1-2 <=> $\boxed{\mathbf{x=4}}$ **S=** $\{(\mathbf{4};\mathbf{1})\}$

2) Méthode par comparaison

Elle consiste à exprimer x en fonction de y dans les deux équations puis comparer les valeurs obtenues et vice-versa

Ex : $\begin{cases} x - 6y + 2 = 0 \\ 2x + 4y - 12 = 0 \end{cases}$

Exprimons x en fonction de y dans la 1er équation : x-6y+2=0 <=> x=6y-2 ①
Exprimons x en fonction de y dans la 2ème équation :2x+4y-12=0<=> x+2y-6=0 <=> x= -2y+6 ②
① et ②<=> 6y-2=-2y+6 <=> 6y+2y=6+2 <=> 8y=8 <=> **y=1**
①<=> x=6y-2 <=> x=6x1-2<=> **x=4** S= {(4; 1)}

3) Méthode d'addition

Elle consiste à multiplier l'une ou les deux équations par un nombre convenablement choisi de tel sorte qu'en multipliant membre à membre l'une des inconnues disparait

Ex : $\begin{cases} x - 6y + 2 = 0 \\ 2x + 4y - 12 = 0 \end{cases}$ en multipliant la 1er équation par -2 et en additionnant membre à membre on obtient :

0 + 16y - 16=0 <=> 16y=16 <=> **y=1**

En remplacant y par sa valeur dans la 1er équation on obtient : x-6x1+2=0 <=> x=-2+6 <=> **x=4** S= {(4; 1)}

4) Méthode graphique

Elle consiste à représenter les deux droites dans un repère orthonormé

- Si les deux droites sont parallèles, alors le système n'admet pas de solutions.
- Si les deux droites sont confondues, alors le système admet une infinité de couples de solution et S=R
- Si les deux droites sont sécantes, alors le système admet une unique solution.

EX : Résolvons graphiquement le système : $\begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$

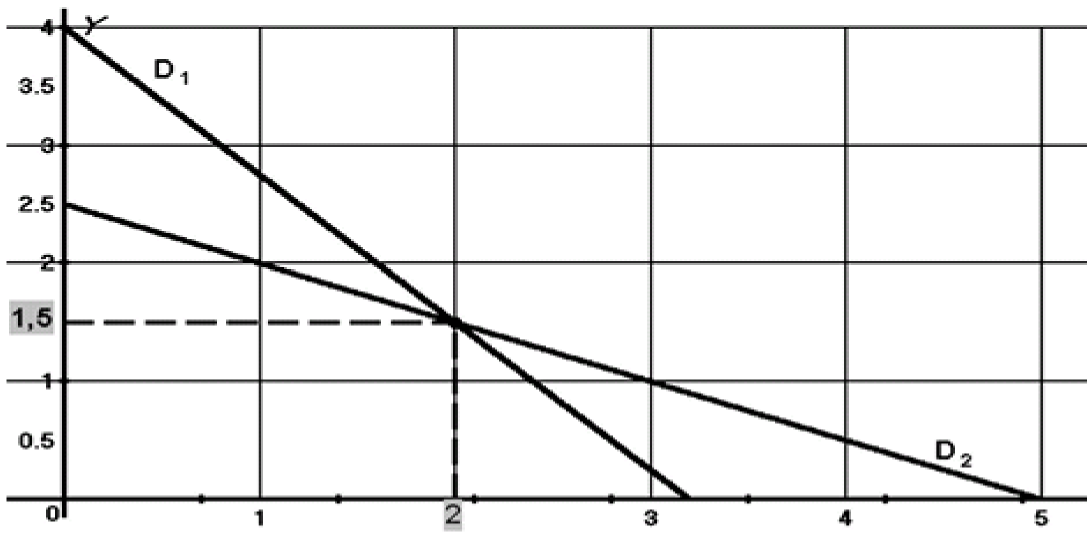
Tracer les deux droites ayant pour équations les deux équations ① et ② du système.

Tracé de la droite D_1 correspondant à l'équation ① : $5x + 4y = 16$

x	0	2,8
y	4	0,5

Tracé de la droite D_2 correspondant à l'équation ② : $3x + 6y = 15$

x	0	3
y	2,5	1



Le couple $\{(2\,;1,5)\}$ est solution du système

Série d'exercices Equation et système d'équation du 1er degré à deux inconnues

EXERCICE 1 :

Dans chaque cas calcul la valeur de y connaissant celle de x

- 2x+3y-2=0 pour x= 1
- -4x+2y-3=0 pour x= -2
- 4x+3y=2x-6y+1 pour x= 0
- 2x+4y=8x-2y+4 pour x= -1

EXERCICE 2 : ©

Résoudre dans R² les systèmes d'équations suivants par:

1) la méthode par substitution
2) la méthode par comparaison
3) la méthode d'addition

a) $\begin{cases} \boldsymbol{x - 3y + 1 = 0} \\ \boldsymbol{2x + 5y - 6 = 0} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \boldsymbol{2x + y - 3 = 0} \\ \boldsymbol{3x - 2y + 6 = 0} \end{cases}$

4) Résous en utilisant la méthode la plus appropriée : $\begin{cases} \boldsymbol{2x - 5y = 5} \\ \boldsymbol{y + 1 = -2} \end{cases}$

EXERCICE 3 :

Pour chaque question, écris la lettre de la seule réponse correcte dans la colonne de droite :

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Ton choix :
1	Le système $\begin{cases} -2y + x = 13 \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$ admet...	une seule solution : (15 ; 1)	une seule solution : (5 ; − 4)	une seule solution : (− 4 ; 5)	
2	L'équation 2x + 3y = 5 admet...	une seule solution : (1 ; 1)	une seule solution : (2,5 ; 0)	plusieurs solutions, dont (2,5 ; 0)	
3	Le couple (3 ; − 1) est solution de...	$\begin{cases} 2x + 7y = -1 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 7y = -1 \\ 3x - 6y = 15 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases}$	

EXERCICE 4: ©

Soit a et b deux réels et le système de deux équations à deux inconnues suivant : $\begin{cases} \boldsymbol{2ax - y - 5b = 0} \\ \boldsymbol{2bx - y - 3a = 0} \end{cases}$

1) Déterminer les réels a et b pour que le couple (2 ; -1) soit solution de ce système

2) Remplacer dans ce système a et b par les valeurs trouvées et Résoudre dans R² le système : $\begin{cases} \boldsymbol{-2ax - y - 5b = 0} \\ \boldsymbol{\sqrt{3}\,x + y = 3} \end{cases}$

EXERCICE 5: © Résolution de Problème

Fatima et Dieynaba se rendent à la boutique.

Fatima achète 5 cahiers et 2 Bic, elle donne 4000frs au boutiquier. Ce dernier lui rend 1800frs

Dieynaba achète 8 cahiers, un Bic et 4 crayons noirs à 50frs l'un, elle donne 5000frs au boutiquier. Ce dernier lui rend 1500frs.
Calculer le prix d'un cahier et celui d'un Bic.

EXERCICE 6 : Résolution de Problème

1. Résous le système : $\begin{cases} x + y = 110 \\ 2x + 5y = 340 \end{cases}$.

2. Un théâtre propose deux types de billets les uns à 1000 F et les autres à 2500 F.

On sait que 110 spectateurs ont assisté à cette représentation théâtrale et que la recette totale s'élève à 170000 F.

Calcule le nombre de billets vendus pour chaque type.

EXERCICE 7 : Résolution de Problème

« Aujourd'hui, la somme de l'âge de fatima et de celui de khadija est 34 ans. Dans 4 ans, Fatima aura le double de l'âge de khadija. Détermine l'âge de fatima et celui de khadija ».

a. Traduis ce problème par un système de deux équations à deux inconnues, en précisant soigneusement le choix des inconnues.
b. Résous le système que tu viens d'écrire, et conclus en donnant l'âge de fatima et celui de khadija.

EXERCICE 8 : Résolution de Problème

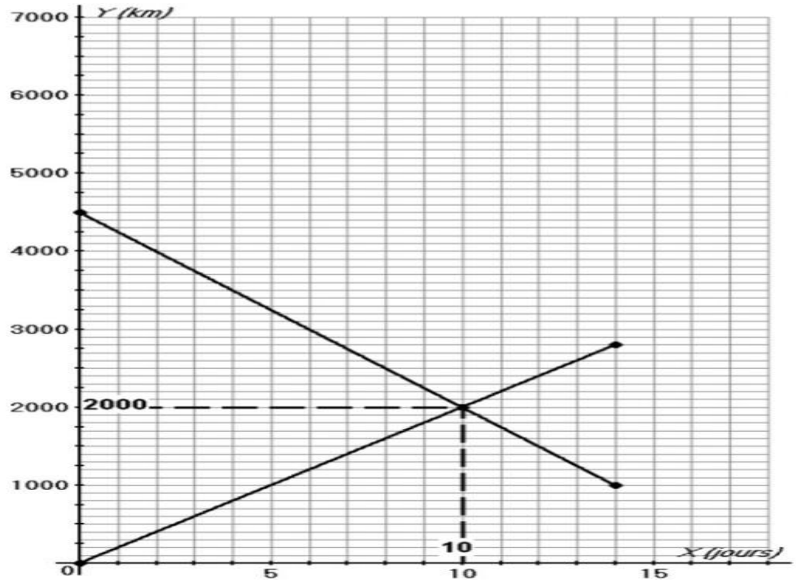
Un groupe de personnes a réservé dans un restaurant. Toutes les tables sont identiques.

- Si les personnes sont réparties sur 5 tables, il reste 4 personnes non placées.
- Si les personnes sont réparties sur 6 tables, 2 places sont inoccupées.

Calculer le nombre *x* de places à chaque table et le nombre *y* de personnes du groupe.

EXERCICE 9 : Résolution graphique

Le graphique ci-dessous représente le nombre de kilomètre parcourue Y en fonction de la duré x en jours lors d'un voyage avec $0 \leq x \leq 14$.



1) En se basant sur le graphique, déterminer un système d'équations à deux inconnues X et Y.
2) Donner le couple solution de ce système en se référant au graphique ci-dessus.

EXERCICE 1 : Les solutions sont multiples. Il faut choisir la valeur de x et chercher celle de y

EXERCICE :2

1) la méthode par substitution

a) $\begin{cases} x-3y+1=0 \\ 2x+5y-6=0 \end{cases}$

Exprimons x en fonction de y dans la 1er équation : x-3y+1=0<=>x=3y-1 ①

Remplaçons x par sa valeur dans la 2ème équation : 2(3y-1)+5y-6=0 <=> 6y-2+5y-6=0<=>11y=8 <=> $y=\frac{8}{11}$ ②

① et ②<=> x=3($\frac{8}{11}$) -1 <=> x=$\frac{24}{11}$ -1 <=> $x=\frac{13}{11}$ D'où S=$\left\{\left(\frac{13}{11};\ \frac{8}{11}\right)\right\}$

a) b) $\begin{cases} 2x+y-3=0 \\ 3x-2y+6=0 \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans la 1er équation : 2x+y-3=0<=> y=-2x+3 ①

Remplaçons y par sa valeur dans la 2ème équation : 3x-2(-2x+3)+6=0<=> 3x+4x-6+6=0 <=>7x=0 <=>x=0 ②

① et ②<=> y=-2x0+3 <=> y=3 D'où S={(0; 3)}

2) la méthode par comparaison

$a)\ \begin{cases} x-3y+1=0 \\ 2x+5y-6=0 \end{cases}$

Exprimons x en fonction de y dans la 1er équation : x-3y+1=0<=>x=3y-1 ①

Exprimons x en fonction de y dans la 2ème équation :2x+5y-6=0<=>2x=-5y+6<=>x=$\frac{-5}{2}$y+$\frac{6}{2}$ <=>x= $\frac{-5}{2}$y+3 ②

① et ②<=>3y-1=$\frac{-5}{2}$y+3 <=> 3y+$\frac{5}{2}$y=3+1<=>$\frac{11}{2}$y=4 <=> $y=\frac{8}{11}$

Remplaçons y par sa valeur dans ① : x=3($\frac{8}{11}$)-1 <=>x=$\frac{24}{11}$-1 <=> $x=\frac{13}{11}$ D'où S=$\left\{\left(\frac{13}{11};\ \frac{8}{11}\right)\right\}$

a) b) $\begin{cases} 2x+y-3=0 \\ 3x-2y+6=0 \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans la 1er équation : 2x+y-3=0<=> y=-2x+3 ①

Exprimons y en fonction de x dans la 2ème équation :3x-2y+6=0<=>2y=3x+6 <=> y=$\frac{3}{2}$x+3 ②

① et ②<=>-2x+3=$\frac{3}{2}$x+3<=> -2x-$\frac{3}{2}$x=3-3 <=> $\frac{-7}{2}$x=0 <=> x=0

Remplaçons y par sa valeur dans ① : y=-2x0+3<=> y=3 D'où S={(0; 3)}

EXERCICE 5

- Choix des inconnues

Soit x le prix d'un cahier et y le prix d'un Bic

- Mise en système d'équation

$\begin{cases} 5x+2y=4000-1800 \\ 8x+y+4x50=5000-1500 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 5x+2y=4000-1800 \\ 8x+y+200=3500 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 5x+2y=2200 \\ 8x+y=3300 \end{cases}$

- Résolvons le système par la méthode d'addition

$\begin{cases} 5x+2y=2200 \\ 8x+y=3300 \end{cases}$

en multipliant la 2ème équation par -2 et en additionnant membre à membre on obtient :

5x-16x+2y-2y=2200-6600 <=> -11x=-4400 <=> x=$\frac{4400}{11}$ <=> x=400

Remplaçons x par sa valeur dans la 2ème équation :

8(400)+y=3300 <=> 3200+y=3300 <=> y=3300-3200 <=> y=100

D'où un cahier coute 400frs et un Bic coute 100frs

EXERCICE 4 :

Le couple (2 ; - 1) est solution du système alors, on a :

$\begin{cases} 4a+1-5b=0 \\ 4b+1-3a=0 \end{cases}$ on a remplacé x par 2 et y par - 1 dans les deux équations.

Résolvons ce système :

$\begin{cases} 4a+1-5b=0 \\ 4b+1-3a=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{matrix}(\times 3) \\ (\times 4)\end{matrix}\begin{cases} 4a+1-5b=0 \\ -3a+1+4b=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} 12a+3-15b=0 \\ -12a+4+16b=0 \end{cases}$

En ajoutant membre à membre, on obtient :

$7+b=0$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{b=-7}$

On trouve a en remplaçant b dans l'une des équations du système :

$4a+1-5b=0$

$\Leftrightarrow 4a+1+5\times 7=0$

$\Leftrightarrow 4a+36=0$

$\Leftrightarrow 4a=-36$

<=> $\boxed{a=-9}$

$\begin{cases} -2ax-y-5b=0 \\ \sqrt{3}\,x+y=3 \end{cases}$

En remplaçant a et b par leurs valeurs, le système devient :

$\begin{cases} 18x-y+35=0 \\ \sqrt{3}\,x+y=3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} 18x-y=-35 \\ \sqrt{3}\,x+y=3 \end{cases}$

En ajoutant membre à membre ces deux équations, on obtient :

$(18+\sqrt{3})x=-32$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{x=\frac{-32}{18+\sqrt{3}}}$

On remplace la valeur de x dans l'une des équations pour trouver y :

$\frac{-32}{18+\sqrt{3}}\times\sqrt{3}+y=3$

$\Leftrightarrow$ $y=3-\frac{-32}{18+\sqrt{3}}\times\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow$ $y=\frac{54+3\sqrt{3}+32\sqrt{3}}{18+\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{y=\frac{54+35\sqrt{3}}{18+\sqrt{3}}}$

Inéquation et système d'Inéquations du 1er degré à deux inconnues

I. Inéquation du premier degré à deux inconnues

1) Définition

Une inéquation du premier degré à deux inconnues s'écrie sous la forme **ax+by+c<0** ou **ax+by+c≤0** ou **ax+by+c>0** ou **ax+by+c≥0**, avec a, b et c des réels(a et b ≠0), x et y sont les deux inconnues.

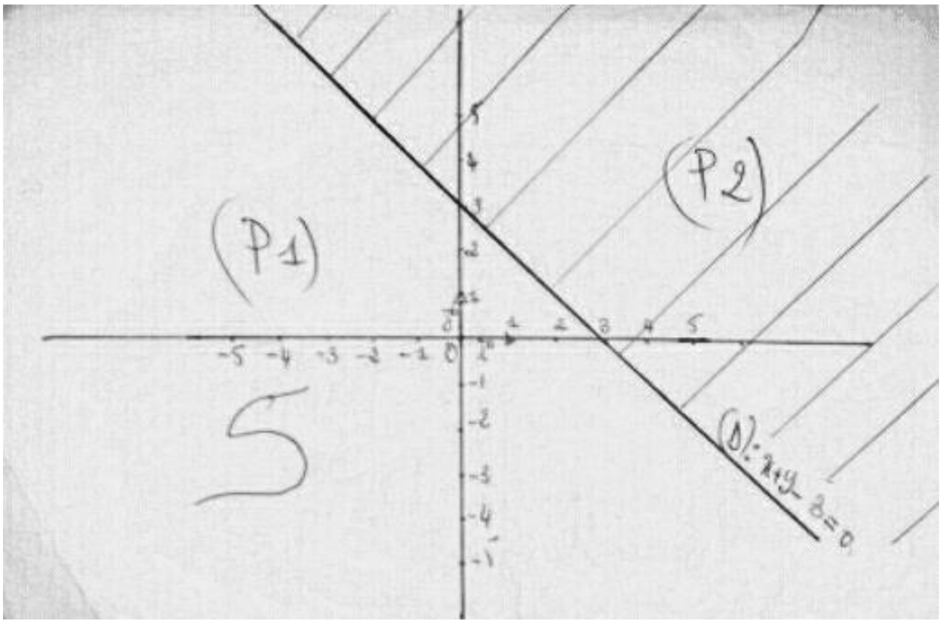
2) Exemple

4x+y-4<0 8x+4y-2≤0 x+y+8>0 -3x+6y-4≥0

3) Résolution

Résoudre une inéquation du premier degré à deux inconnues consiste d' abord à le représenter graphiquement, par une droite, dans un repère orthonormé. Ensuite vérifier le demi-plan solution par les coordonnées d'un point n'appartenant pas à la droite tracée. Enfin hachurer le demi-plan qui n'est pas solution.

Ex : Résolvons l'inéquation x+y-3<0
Soit (D) la droite : x+y-3=0. Si x=0 on a y=3 et si y=0 on a x=3



La droite (D) partage le plan en deux demi-plans (P1) et (P2).
Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution
On a O$\binom{0}{0}$€ (P1) <=> 0+0-3<0 <=> -3<0 ce qui est vrai. Donc(P1) est solution
Hachurons (P2)

II. Système d'Inéquations du premier degré à deux inconnues

1) Résolution

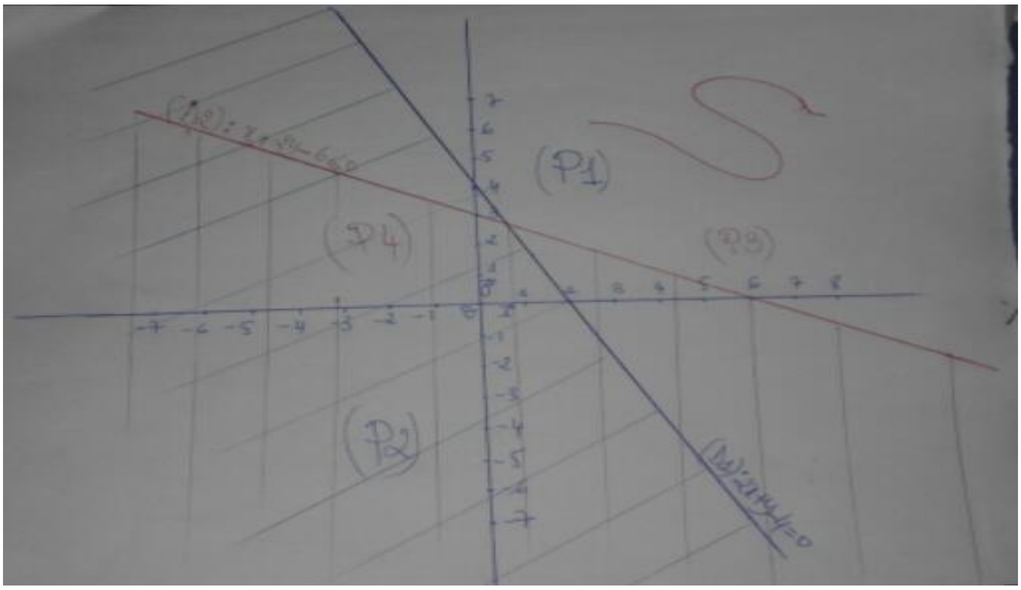
Résoudre un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues consiste à représenter chaque inéquation, par une droite, dans un repère orthonormé. La solution du système sera la partie non hachurée

2) Exemple

Résolvons le système suivant : $\begin{cases} \boldsymbol{2x+y-4 \geq 0} \\ \boldsymbol{x+2y-6 \geq 0} \end{cases}$

Soit (D1) :2x+y-4=0. Si x=0 alors y=4 et si y=0 alors x=2

Soit (D2) :x+2y-6=0. Si x=0 alors y=3 et si y=0 alors x=6



La droite (D1) partage le plan en deux demi-plans (P1) et (P2).
Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution
On a $O\binom{0}{0}$€ (P2) <=> 0+0-4≥0 <=> -4≥0 ce qui est absurde. Donc(P1) est solution
Hachurons (P2)
La droite (D2) partage le plan en deux demi-plans (P3) et (P4).
Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution
On a $O\binom{0}{0}$€ (P4) <=> 0+0-6<0 <=> -3<0 ce qui est vrai. Donc(P3) est solution
Hachurons (P4)

Série d'exercices Inéquation et système d'Inéquations du 1[er] degré à deux inconnues

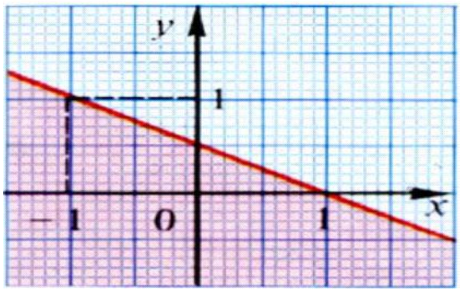
EXERCICE 1 : ©

Résoudre les inéquations suivantes **:**

1) y-2x+2<0 2) 3x-2y+6 >0

EXERCICE 2 : ©

Donner une inéquation dont l'ensemble des solutions correspond au demi-plan contenant le point O dans la représentation graphique suivante :



EXERCICE 3 : ©

Déterminer graphiquement l'ensemble de solution des systèmes suivants :

a) $\begin{cases}-y+2x+1<0\\-2y+x+4>0\end{cases}$ b) $\begin{cases}x+3y+1<0\\2x-y+2>0\end{cases}$ c) $\begin{cases}3x-y+4<0\\2x-y+2>0\end{cases}$

EXERCICE 4 :

1. Soit l'inéquation : $-2x+5y\leq 3$

2. Parmi les couples de nombres réels suivants donne ceux qui sont solutions de l'inéquation en justifiants ta réponse : (2 ; 1) , $(-\frac{1}{2}\,;2)$, (1 ; 1). 3. Pour quelle valeur de a le couple (^{a} ; −a) est solution de cette inéquation. 2 4. Résous graphiquement cette inéquation.

EXERCICE 5:

Soit le système d'inéquations suivants : {

$$-4y > -27 + 3x$$

Vérifie si les points suivants appartiennent à l'ensemble de solution du système :

A (3; 2), B (0 ; 11), C (−4 ; 3) et D (−5 ; 20).

EXERCICE 6 :

Un artisan va chercher deux sortes de peinture chez un grossiste.

La première sorte est conditionnée en pots de 10 kg, la deuxième en pots de 25 kg.

Le pots de 10 kg coûte 60 F et celui de 25 kg coûte 200 F.

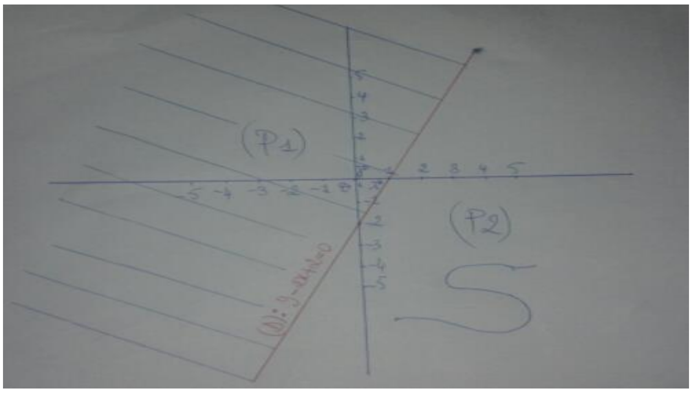
Le chargement ne doit pas dépasser 300 kg et la somme totale ne doit pas s'élever à plus de 2000 F.

Quelles sont les commandes possibles sachant qu'il faut au minimum 5 pots de 25 kg et 2 pots de 10 kg ?

EXERCICE 1 :

Résolvons l'inéquation suivante : y-2x+2<0

Soit (D) : y-2x+2=0. Si x=0 alors y=-2 et si y=0 alors x=1.



La droite (D) partage le plan en deux demi-plans (P1) et (P2). Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution

On a O$\binom{0}{0}$€ (P1) <=> 0+0+2<0 <=> 2<0 ce qui est absurde.

Donc(P2) est solution

Hachurons (P1)

EXERCICE 2 :

Soit (D) :ax+by+c=0 la droite représentant l'inéquation dans le repère orthonormé. pour simplifier le calcul on prend (D) :y=ax+b

En observant le graphe ont obtient les points suivants: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

Le point de coordonnées (1, 0) £(D) <=> 0= ax1+b=0 <=> a+b=0 (1)

Le point de coordonnées (-1, 1) £(D) <=>1= a(-1)+b <=> -a+b=1 (2)

(1) <=> a+b=0<=>b=-a. (3)

En remplaçant b dans (2) on obtient : -a-a=1 <=> -2a=1 <=> $\boxed{\mathbf{a=\frac{-1}{2}}}$ alors (3) <=> $\boxed{\mathbf{b=\frac{1}{2}}}$

Donc on a **(D) :**$\mathbf{y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}}$ en multipliant par 2 on aura : **(D) : x-2y+1=0**

En supposons que l'inéquation s'écrie comme suit : **(Δ) : x-2y+1>0**

Comme O(0, 0) appartient au demi-plan solution on a :0-2x0+1>0 <=> 1>0 ce qui est vrai

D'où **(Δ) : x-2y+1>0** est une inéquation correspondant au demi-plan contenant le point O.

EXERCICE 3 :

Résolvons le système : $\begin{cases} -y + 2x + 1 < 0 \\ -2y + x + 4 > 0 \end{cases}$

Soit (D1) :-y+2x+1=0. Si x=0 alors y=1 et si x=1 alors y=3

Soit (D2) :-2y+x+4=0. Si x=0 alors y=2 et si y=0 alors x=-4

La droite (D1) partage le plan en deux demi-plans (P1) et (P2).

Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution

On a O$\binom{0}{0}$€ (P1) <=> -0+0+1≥0 <=> 1≥0 ce qui est vrai.

Donc(P1) est solution

Hachurons (P2)

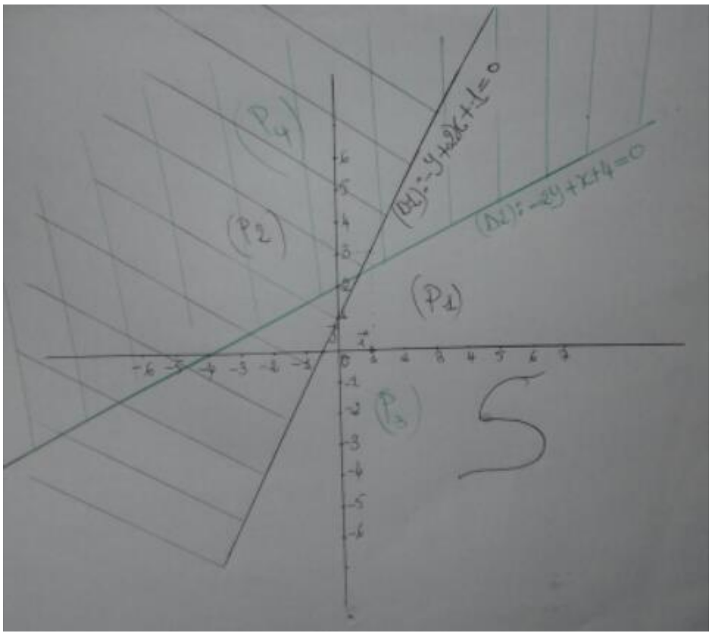
La droite (D2) partage le plan en deux demi-plans (P3) et (P4).

Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution

On a O$\binom{0}{0}$€ (P3) <=> -0+0+4≥0 <=> 4≥0 ce qui est vrai.

Donc(P3) est solution

Hachurons (P4)



Statistiques

I. Vocabulaire

1) Population

C'est l'ensemble sur lequel on recueille des informations

2) Individu

Chaque élément de la population est un individu.

3) Echantillon

Un sous ensemble de la population est un échantillon

4) Caractère

C'est ce qu'on étudie. Chaque information recueillie est un caractère.

Le **caractère est quantitatif** s'il est repérable par un nombre. EX : note, âge, poids, taille…

Le **caractère est qualitatif** s'il n'est pas repérable par un nombre. EX : religion, nationalité, ethnie…

5) Modalité

Toutevaleur possible d'un caractère est une modalité. EX : 15kg est une modalité du caractère poids.

6) Effectif partiel

C'est l'effectif d'une modalité

7) Fréquence et pourcentage

$\boxed{\textbf{Fréquence} = \frac{effectif\ partiel}{effectif\ total}}$. $\boxed{\textbf{Pourcentage = fréquence x 100}}$

NB : la somme des fréquences est toujours égale à 1.

8) Calcul de la moyenne $\overline{X}$

$\boxed{\textbf{Moyenne}(\overline{X}) = \frac{modalité\ x\ effectif\ partiel}{effectif\ total}}$.

9) Notion de Mediane- Premier quartile - Troisieme quartile

La **médiane** d'une série statistique ordonnée, généralement noté Me, est le nombre qui sépare la série en deux échantillons de même effectif.

EX : 1, 1, 2, 3, 5, $\boxed{5}$, 5, 6, 7, 8, 10 N impair

Médiane = 5

EX : 2, 2, 3, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, 7, 9, 13 N pair

Médiane= $\frac{4+5}{2}$= 4,5

Le **premier quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_1 telle qu'au moins 25 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_1.
Le **troisième quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_3 telle qu'au moins 75 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3.

Exemple : Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16	12	1	9	17	19	13	10	4	8	7	8	14	12	14	9

Détermine les valeurs des premier et troisième quartiles de cette série statistique.

On commence par ranger les 16 valeurs dans l'ordre croissant.

1	4	7	8	8	9	9	10	12	12	13	14	14	16	17	19

- Le nombre compris entre la 8e et la 9e valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la demi-somme de ces deux valeurs : m = **11**. (La moitié de ce groupe consacre moins de 11 minutes au petit-déjeuner.)
- 25 % et 75 % de 16 sont égaux à 4 et 12 donc le premier quartile est la 4e valeur, soit Q_1 = **8**, et le troisième quartile est la 12e valeur, soit Q_3 = **14**.

II. Groupement en classe de même amplitude- ECC et ECD

a) Amplitude et centre de classe

Soit l'intervalle [a, b [: $\begin{cases} a \text{ est appelé borne inférieur} \\ b \text{ est appelé borne supérieur} \end{cases}$ **amplitude= b – a** et **centre de classe=**$\frac{a+b}{2}$

b) Le mode et la classe modale

Le **mode** d'une série statistique est la modalité qui a le plus grand effectif.

La **classe modale** est la classe qui a le plus grand effectif.

c) Calcul de la moyenne $\bar{X}$

La moyenne($\bar{X}$)=$\frac{\textit{centre de classe x effectif}}{\textit{effectif total}}$

d) Exercice d'application

Les notes en maths, lors d'un devoir, d'une classe de 30 élèves sont réparties dans le tableau suivant en classe d'amplitude 5

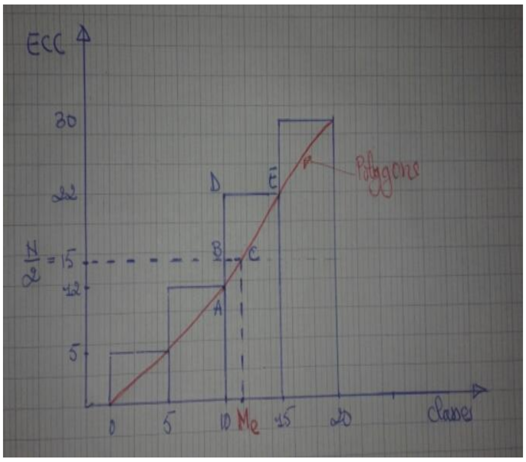
Classe	[0, 5[	[5, 10[	[10, 15[	[15, 20[
Centre de classe	2,5	7,5	12,5	17,5
Effectif	5	7	10	8
ECC	5	12	22	30
ECD	30	25	18	8

- La classe modale est la classe [10, 15[
- L'ECC de la classe [10, 15[est 10 signifie que 10 élèves ont une note inférieure ou égale à 12,5
- L'ECD de la classe [15, 20[est 8 signifie que 8 élèves ont une note supérieure ou égale à 17,5

e) Détermination graphique de la médiane Me

Construisons l'histogramme des effectifs cumulés croissant (ECC) de l'exercice précédent.
Graphiquement on détermine la médiane en utilisant la conséquence du théorème de Thalès :

- On trace l'histogramme
- On trace à main levé le polygone des ECC
- On trace(en pointillés) la droite correspondant à la moitié de l'effectif total ($\frac{N}{2}$). Cette droite coupe le polygone en un point dont son abscisse correspond à la médiane Me
- On choisit convenablement 5 points (A, B, C, D et E), en Appliquant la conséquence du théorème de Thalès on calcul Me



Echelle : 2cm pour une classe en abscisses

1 cm pour 4 élèves en ordonnées

ADE triangle

$\begin{cases} B \in (AD) \\ C \in (AE) \\ (BC) \,//\, (DE) \end{cases}$ D'après la conséquence du théorème de Thalès on a :

$\frac{AB}{AD} = \boxed{\frac{AC}{AE}} = \frac{BC}{DE}$

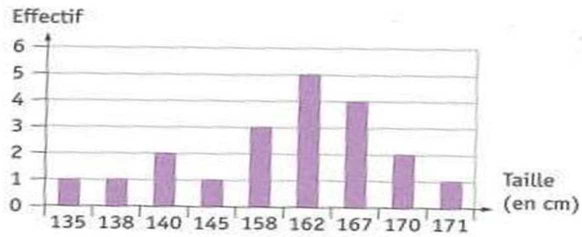
La relation $\frac{AC}{AE}$ n'est pas utilisable dans le calcul car on A, C et E sont des points appartenant au polygoneAlors on a : $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ <=> $\frac{15-12}{22-12} = \frac{Me-10}{15-10}$

<=> $\frac{3}{10} = \frac{Me-10}{5}$ <=> 10(Me-10)=3x5 <=> 10Me-100=15 <=> 10Me=15+100 <=> 10Me=115 <=> **Me=11**

Série d'exercices Statistiques

EXERCICE 1 : ©

On a mesuré la taille en cm d'un groupe de 20 personnes.



1) Quelle est la population étudiée ?
2) Quel est le caractère étudié? Précise sa nature
3) Quelles sont les valeurs prises par le caractère ?
4) Calculer la taille moyenne d'une personne de ce groupe.
5) Déterminer la taille médiane de ce groupe.

EXERCICE 2 : ©

Le tableau ci-dessous représente la répartition des notes de mathématiques lors d'une évaluation où la note moyenne est de 12,5.

Note sur 20	6	8	9	12	15	X
Effectifs	6	9	15	9	15	18
ECC						
ECD						

1) Calculer x, la meilleure note attribuée lors de cette évaluation.
2) Compléter le tableau
3) Combien d'élèves ont une note supérieure ou égale à 9 ?
4) Combien d'élèves ont une note inférieure ou égale à 12 ?
5) Combien d'élèves ont une note au moins égale à 15 ?
6) Quel est le pourcentage des élèves qui ont au plus 15 ?

EXERCICE 3 : ©

L'histogramme ci-contre représente les âges de 150 employés d'une entreprise.

1) Compléter le tableau ci-dessous
2) Quel est le pourcentage des employés qui ont moins de 36 ans
3) Calculer l'âge moyen d'un employé de cette Entreprise

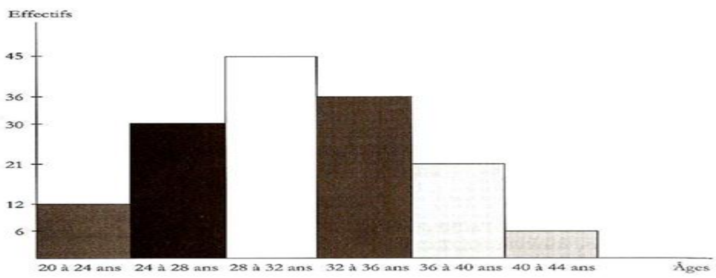


Tableau question 1)

Ages	$20\leq$ âge <24	$24\leq$ âge <28	$28\leq$ âge <32	$32\leq$ âge <36	$36\leq$ âge <40	$40\leq$ âge <44	Total
Centre de classe	22						
effectifs							
Fréquences en %							

EXERCICE 4 : ©

Dans le registre des consultations du dispensaire d'un village, on a relevé les cas de paludisme et on obtient le tableau suivant :

Mois	Jan	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Nbr de cas de paludisme	21	12	5	4	2	6	13	68	92	53	40	20

1) Ajouter au tableau la ligne des effectifs cumulés croissants
2) Tracer le diagramme en bâton de cette série (1cm représente 10 malades)
3) Représenter graphiquement la courbe des effectifs cumulés croissants (2cm représente 50 malades) puis déterminer la période médiane(le mois) pendant laquelle 50% des malades ont été consultés.
4) En moyenne combien y a-t-il de malades du paludisme par mois ?
5) Le paludisme est la maladie qui tue le plus au Sénégal. Sachant que 10% des malades du paludisme sont décédés et qu'ils représentent 75% de l'ensemble des cas de décès annuels du dispensaire, Calculer :
   a) Le nombre annuel de décès de malades du paludisme
   b) Le nombre annuel de malades décédés dans ce dispensaire

EXERCICE 5

Voici un tableau relatif à l'âge des élèves d'un collège . Les âges sont bien évidemment indiqués en années.

Âges	10	11	12	13	14	15	16	Totaux
Effectifs	25	106	98	124	94		5	500
Fréquences								

1. Recopier ce tableau et le compléter en justifiant rapidement vos réponses.
2. Combien d'élèves de ce collège ont moins de 14 ans ?
3. Combien d'élèves de ce collège ont au moins 13 ans ?
4. Calculer la moyenne d'âge des élèves du collège « Haute fréquence ».
5. Construire un histogramme.

EXERCICE 6

Le musée Léonardo est visité par de nombreux touristes. Le tableau ci-dessous indique le nombre de visiteurs au cours d'une semaine.

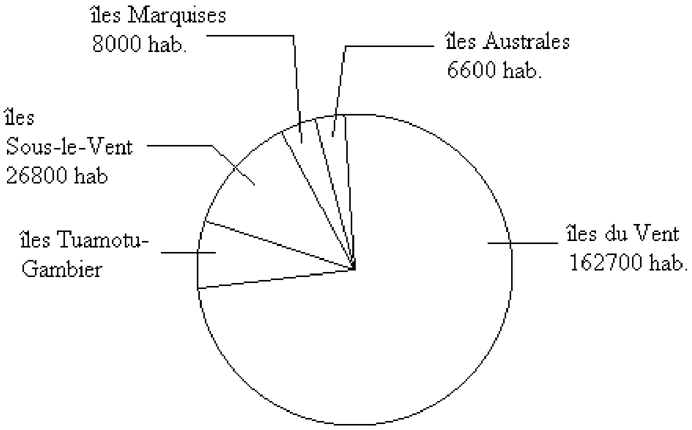
Remarque : le lundi est le jour de fermeture hebdomadaire du musée.

Jours	**Lundi**	**Mardi**	**Mercredi**	**Jeudi**	**Vendredi**	**Samedi**	**Dimanche**	**Totaux**
Nombre de visiteurs	0	324	651		255	660	759	
Fréquences		10,8 %						100 %
Fréquences cumulées								

1. Reproduire ce tableau sur votre copie et le compléter.
2. Quel est le nombre moyen de visiteurs, par jour, durant la semaine ?
3. Est-il exact d'affirmer que :
   a. Plus de la moitié des visiteurs lors de cette semaine sont venus du lundi au jeudi inclus ?
   b. Plus du quart des visiteurs du musée lors de cette semaine sont venus en un seul jour ? Si oui, lequel ?

EXERCICE 7

La Polynésie française compte 219 500 habitants. Leur répartition géographique est repré-sentée par le diagramme circulaire suivant:



a) calculer le nombre d'habitants des îles Tuamotu-Gambier

b) calculer le pourcentage des habitants des îles Sous-le-Vent par rapport à la population totale.

EXERCICE 8 :

La taille moyenne des onze joueurs d'une équipe de football est de 1,81 mètre. On a pu relever la taille, en mètre, des dix joueurs sauf celle du gardien de but :

1,71 – 1,80 – 1,85 – 1,75 – 1,78 – 1,83 – 1,75 – 1,80 – 1,85 – 1,90.

1. Détermine la taille du gardien.

2. Détermine la taille médiane de ces onze joueurs.

3. Dans cette équipe, il y a trois remplaçants de la même taille. La moyenne de la taille de ces quatorze joueurs est alors de 1,84 mètre.

4. Détermine la taille de chacun des trois remplaçants.

5. Détermine la taille médiane de cette nouvelle série.

EXERCICE 9 :

On a réparti 100 personnes selon leur temps de sieste exprimé en minutes (mn).

Classes	[30 ; 50[	[50 ; 70[	[70 ; 90[	[90 ; 110[	[110 ; 130[
Effectifs	10	20	x	40	y

Le temps moyen de sieste est de 82mn.

1. Reproduis puis complète le tableau ci-dessus en mettant les centres de classes.
2. En exprimant l'effectif et la moyenne en fonction de x et y, montre que x et y vérifient

Système suivant : $\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 3y = 65 \end{cases}$

3) pour la suite on donne x=25 et y = 5.

a. Reprends le tableau ci-dessus en indiquant les fréquences (en %) et les fréquences cumulées croissantes (en %).

b. Détermine pourcentage de personnes qui ont un temps de sieste au moins égal à 70mn.

4. Trace l'histogramme et le polygone des fréquences cumulées croissantes (en %).

(1cm pour 10 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 sur l'axe des ordonnées).

5. A l'aide du théorème de Thalès, détermine le temps médian de sieste.

EXERCICE 10:

Le tableau statistique ci-dessous donne la répartition de notes d'élèves obtenues lors d'un examen.

Notes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectifs	2	1	1	2	3	2	4	6	7	6	5	3	2	3	2	1
Effectif Cum. Crois. (ECC)	2	3	4	6	9	11	15	21	28	34	39	42	44	47	49	50
Effectif Cum. Décrois. (ECD)	50	48	47	46	44	41	39	35	29	22	16	11	8	6	3	1
Fréquences en %	4	2	2	4	6	4	8	12	14	12	10	6	4	6	4	2
Fréquences Cum. Crois %	4	6	8	12	18	22	30	42	56	68	78	84	88	94	98	100

1°) Que représente chacun des nombres ci-dessous :

a) 3, effectif de la modalité 6,

b) 15, effectif cumulé croissant de la modalité 8,

c) 46, effectif cumulé décroissant de la modalité 5 ?

d) 98, fréquence cumulée croissante en % de la modalité 16 ?
2°) Déduis de ce tableau le pourcentage des élèves qui ont moins de 14.

On groupe les notes précédentes en classes d'amplitudes 4 dans le tableau ci-dessous.

Notes	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Effectifs					
Effectifs Cum. Crois					

1°) Recopie et complète le tableau.

2°) Construis l'histogramme des effectifs cumulés croissants.
3°) Calcule la moyenne des notes obtenues par ces élèves.

EXERCICE 11:

Les lutteurs d'une écurie sont répartis en cinq classes de poids (catégories de poids) d'amplitude 15 kg.
On a les classes suivantes : [80; 95[, [95; 110[, [110; 125[, [125; 140[et [140; 155[.

1. Les lutteurs de la classe [95; 110[sont au nombre de 6 et représentent 12% de l'effectif del'écurie.
Montre qu'il y a 50 lutteurs dans cette écurie.
2. L'angle de la représentation de la classe [110; 125[dans le diagramme circulaire de la série est 36°
Montre que le nombre de lutteurs de cette classe est 5
3. La fréquence de la classe [125; 140[est 0,3. Vérifie que cette classe compte 15 lutteurs
4. L'effectif de la classe [140; 155[est le tiers de l'effectif de la classe [80; 95[
Montre qu'il y a 6 lutteurs dans la classe [140; 155[.
5. Etablis le tableau des effectifs cumulés croissants de cette série puis déduis-en la classe médiane.

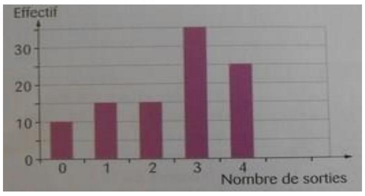
EXERCICE 12:

1er trimestre	8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; 19 ; 20.
2e trimestre	10 ; 11 ; 13 ; 16 ; 17 ; 19 ; 20.
3e trimestre	16 ; 14 ; 12 ; 14 ; 14 ; 9 ; 17.

Doc. 1 : Voici les notes obtenues par Yona en français au cours de l'année scolaire.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3
Effectif	10	24	12	4

Doc. 2 : On a demandé à des élèves le nombre de leurs frères et sœurs. Voici les résultats relevés.



Doc. 3 : On a demandé à des élèves le nombre de fois où ils sont allés à la piscine dans le mois. Le diagramme en bâtons représente les résultats relevés.

a) Déterminer l'étendue des notes pour chaque trimestre de Yona.
b) Quel est le trimestre où les notes sont les plus dispersées ?
c) Déterminer l'étendue des séries des documents 2 et 3.
d) Déterminer la médiane des notes de chaque trimestre.
e) Justifier que la médiane du document 2 est 1 frère ou sœur.
f) Une élève dit à un autre : « Puisque la médiane est égale à 1, on peut dire que exactement la moitié des élèves ont au moins un frère ou une sœur. » Qu'en pensez-vous ? g) Justifier que la médiane de la série du document 3 est égale à 3.
h) La moitié des élèves sont-ils allés au moins 3 fois à la piscine ?
i) Déterminer les 1^{er} et 3^{e} quartiles des trois documents.
j) Calculer le pourcentage d'élèves qui sont allés au moins une fois à la piscine.
k) Calculer le pourcentage d'élèves qui sont allés 4 fois à la piscine.
l) Calculer le pourcentage d'élèves qui n'ont ni frère ni sœur.

Correction série d'exercices Statistique

EXERCICE 1 :

1) Population : Le groupe de 20 personnes
2) Caractère : La taille. Nature : quantitative
3) Les valeurs prises par le caractère sont : 135, 138, 140, 145, 158, 162, 167, 170 et 171
4) Calculons la taille moyenne $\overline{X}$
5) On a : $\overline{X}=\frac{135x1+138x1+140x2+145x1+158x3+162x5+167x4+170x2+171x1}{20}$= 158cm
6) L'effectif total est pair et la médiane (Me) est compris entre les termes de rang 10 et 11(c-à-d $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}$+1 avec N=20)

Reportons les données sous forme de série statistique ordonnée :
135 ;138 ;140 ;140 ;145 ;158 ;158 ;158 ;162 ;162 ;162 ;162 ;162 ;167 ;167 ;167 ;167 ;170 ;170 ;171.

On a : Me=$\frac{162+162}{2}$ = 162

EXERCICE 2 :

1) On a : 12,5 = $\frac{6x6+8x9+9x15+12x9+15x15+18X}{6+9+15+9+15+18}$ <=> 12,5=$\frac{576+18X}{72}$ <=>12,5x72 = 576+18X <=> 900=576+18X

   <=> 18X=900-576 <=> 18X=324 <=> **X=18**

2)

Note sur 20	6	8	9	12	15	X
Effectifs	6	9	15	9	15	18
ECC	6	15	30	39	54	72
ECD	72	66	57	42	33	18

3) 57 élèves ont une note supérieure ou égale à 9
4) 39 élèves ont une note inférieure ou égale à 12
5) 33 élèves ont une note au moins égale à 15

EXERCICE 3 :

1) **Complétons le tableau**

Ages	20≤âge<24	24≤âge<28	28≤âge<32	32≤âge<36	36≤âge<40	40≤âge<44	Total
Centre de classe	22	26	30	34	38	42	
effectifs	12	30	45	36	21	6	150
Fréquences en %	8	20	30	24	14	4	100

2) Pourcentage des employés qui ont moins de 36 ans= 8+20+30+24=82
   Donc 82% des employés sont âgés de moins de 36 ans.
3) Calculons l'âge moyen $\overline{X}$

$$\overline{X}=\frac{22x12+26x30+30x45+34x36+38x21+42x6}{150} = 31,36$$

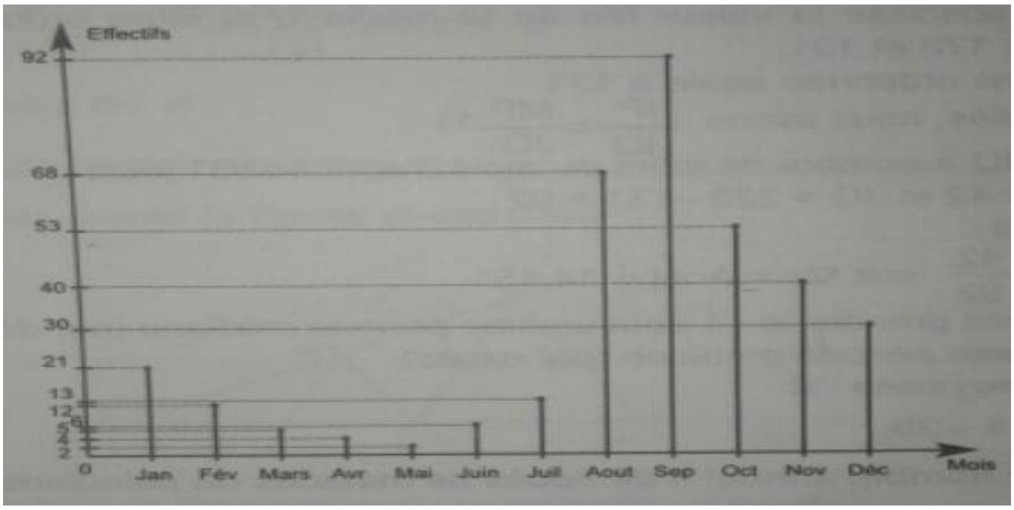
Donc l'âge moyen d'un employé est de 31 ans.

EXERCICE 4 :

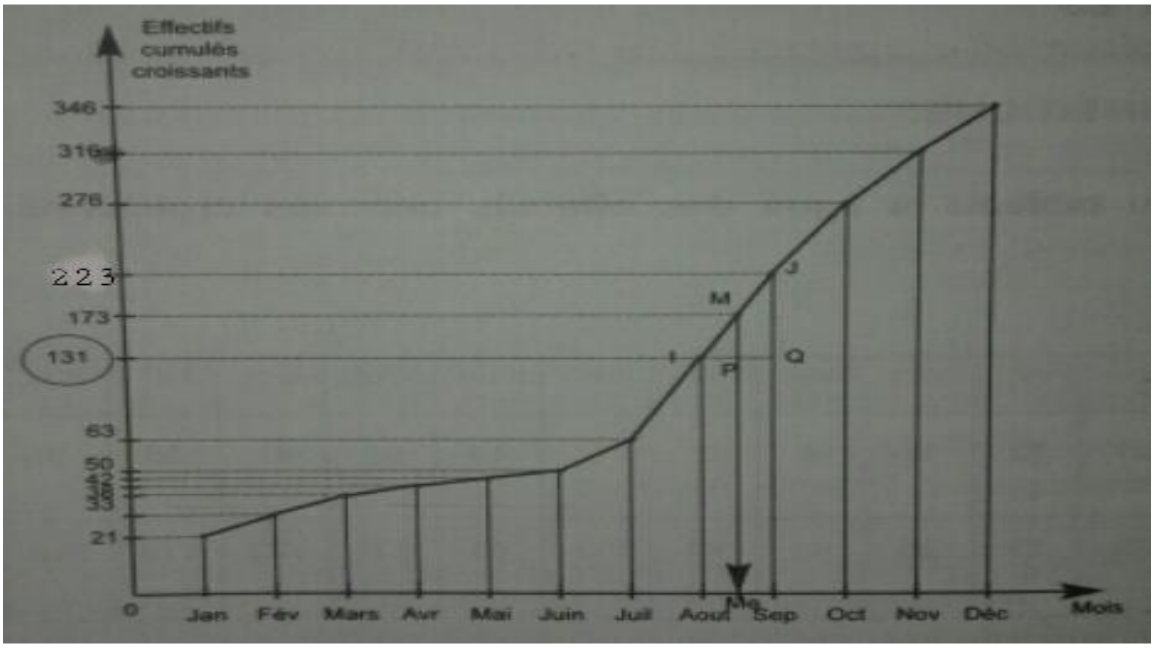
1) **Ajoutons au tableau la ligne des effectifs cumulés croissants**

Mois	Jan	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Nbr de cas de paludisme	21	12	5	4	2	6	13	68	92	53	40	20
ECC	21	33	38	42	44	50	63	131	223	276	316	346

2) **Tracer le diagramme en bâton de cette série (1cm représente 10 malades)**



3) **<u>Représenter graphiquement la courbe des effectifs cumulés croissants (2cm représente 50 malades)</u>**



- **<u>Déterminons la période médiane</u>**

  50% des malades correspond à un effectif égal à : $\frac{346\ x\ 50}{100}$ = 173

  Sur le graphique 173 est l'ordonnée du point M dont l'abscisse Me correspond à la valeur de la médiane

  IJQ triangle

  .$\begin{cases} M \pounds (IJ) \\ P \pounds (IQ) \\ (MP) // (JQ) \end{cases}$ D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{IP}{IQ} = \frac{MP}{JQ} <=> \frac{Me-Aout}{31} = \frac{173-131}{233-131}$ (IQ=31= nbr de jours du mois d'Aout)

  .<=> (Me – Aout)x92= 31x42 <=> Me – Aout= $\frac{1302}{92}$=14,15 <=> Me = Aout + 14,15

  Donc, nous pouvons prendre **Me = 14 Aout** comme période médiane (par défaut) ou **Me = 15 Aout** comme période médiane (par excès).

4) Calculons la moyenne $\overline{x}$

   $\overline{x} = \frac{346}{12}$ = 29 <=> $\boldsymbol{\overline{x}}$ **= 29**

5) **<u>a) calculons le nombre annuel n de décès de malades du paludisme :</u>**

   $n = \frac{346\ x\ 10{,}5}{100}$= 36,33. Donc **n** $\approx$ **36**.

   .**<u>b) calculons le nombre de malades annuel n' décédés dans ce dispensaire</u>**

   .on a : n=36 correspond à 75% des cas de décès annuels du dispensaire et n' correspond à 100%

   On a : n'=$\frac{36\ x\ 100}{75}$ <=> **n' = 48**.

Application Affine-Application affine par intervalle

I. Application Affine

1) définition

on appelle application affine de coefficient a et de terme constant b, la correspondance qui à tout nombre réel x associe le nombre réel y = ax+b
on dit que l'application affine f est définie par f(x) = ax+b
si a=0 f(x) = b est une application constante
si b=0 f(x) = ax est une application linéaire

2) exemple

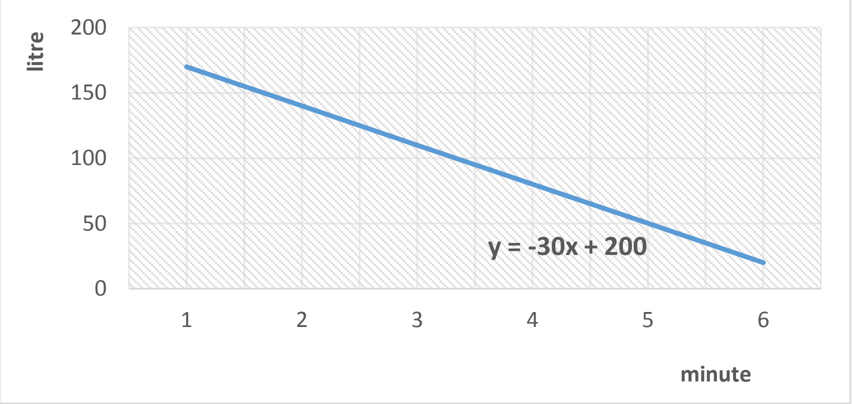
f, g et h sont les applications définie par f(x) = 4x-5 ; g(x) = 6x et h(x)=5
f(x) est de la forme ax+b, avec a=4 et b=-5 est une application affine.
g(x) est de la forme ax+b, avec a=6 et b=0 est une application affine aussi appelé application linéaire.
h(x) est de la forme ax+b, avec a=0 et b=0 est une application affine aussi appelé application constate.

3) Représentation graphique

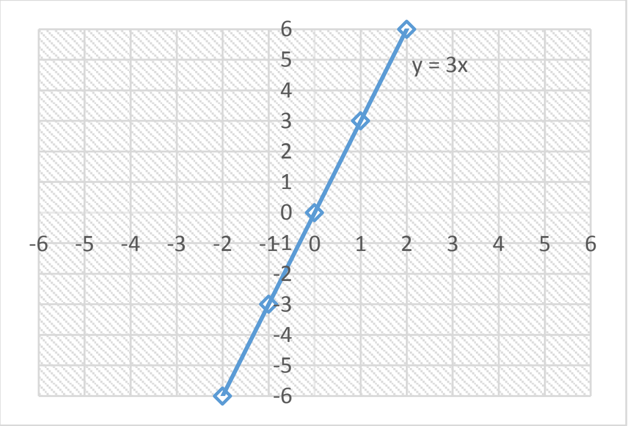
a) Un réservoir contient 200litres d'eau. Mamadou ouvre le robinet et laisse couler l'eau régulièrement avec un débit de 30 litres par minute.

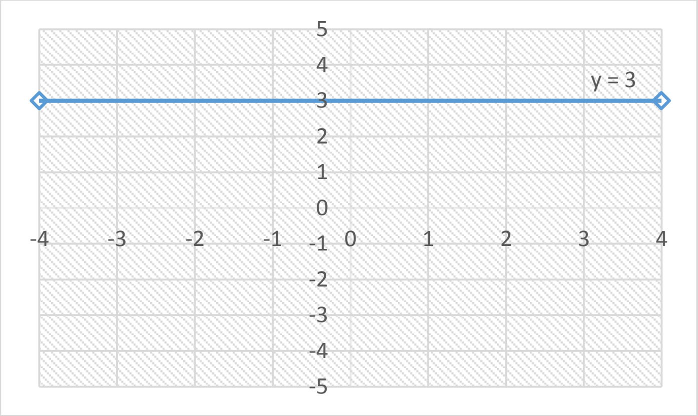
L'application affine f associé à cet activité est **f(x) = -30x+200**
La représentation graphique de f dans un repère orthonormé est une droite d'équation y=-30x+200
Si x=1 on a y=170 on dit que 1 est l'antécédent de 170 par f.
si x=2 on y=140 on dit que 140 est l'image de 2 par f.
Pour chaque valeur de x correspond une valeur de y
Ces valeurs constituent le tableau de correspondance suivant :

Duré d'écoulement x (en min)	1	2	3	4	5	6
Quantité d'eau restant dans le réservoir y (en L)	170	140	110	80	50	20



b) Représentons graphiquement **y=3x** qui est une application linéaire et **y= 3** qui est une application constante





4) Sens de variation

Soit l'application affine f(x) = ax+b

- f est croissante $\nearrow$ lorsque a>0
- f est décroissante $\searrow$ lorsque a<0
- f est constante ——— lorsque a=0

5) Détermination d'une application affine

a) Connaissant son coefficient directeur, un réel et son image

Déterminons l'application affine f sachant que a=2 et f(1)=4

On a : f(x) = 2x+b

.f(1)= 2(1)+b=4 <=> 2+b=4 <=> b=4-2 <=> b=2

D'où f(x) = 2x+4

b) Connaissant deux Réels et leurs images

soit l'application affine f tel que $f(x_1) = y_1$ et $f(x_2) = y_2$ on a : $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{f(x2)-f(x1)}}{\boldsymbol{X2-X1}}$

EX : f(2)=2 et f(4)=8 alors on a : a= $\frac{f(4)-f(2)}{4-2} = \frac{8-2}{4-2} = \frac{6}{2} = 3$ <=> f(x) = 3x+b

F(2)=2 <=> 3(2)+b=2 <=> 6+b=2 <=> b=2-6 <=> b=-4

D'où f(x) = 3x-4

c) Dont la représentation graphique passe par deux points de coordonnées connues

Soit f l'application affine dont la représentation graphique passe par $A\binom{x1}{y1}$ et $B\binom{x2}{y2}$ alors on a : $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{y2-y1}}{\mathbf{x2-x1}}$

EX : $A\binom{2}{6}$ et $B\binom{6}{7}$ alors on a : a= $\frac{7-6}{6-2} = \frac{1}{4}$ <=> f(x) = $\frac{1}{4}$ x +b <=> (D) :y= $\frac{1}{4}$ x +b

$A\binom{2}{6}$ £ (D) <=> 6=$\frac{1}{4}$(2)+b <=> 6= $\frac{1}{2}$ + b <=> b= 6-$\frac{1}{2}$=$\frac{6x2-1}{2}$ <=> b=$\frac{11}{2}$

D'où f(x) = $\frac{1}{4}$ x + $\frac{11}{2}$

II. Application affine par intervalle

1) Définition

Une application affine par intervalle est une application affine qui est définit sur des intervalles de x.

2) Application

Soit h(x) = |2x-4|

On a : $\begin{cases} |2x-4| = 2x-4 \text{ si } 2x-4 \geq 0 \\ |2x-4 = -(2x-4) \text{si } 2x-4 \leq 0 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} |2x-4| = 2x-4 \text{ si } 2x \geq 4 \\ |2x-4| = -2x+4) \text{ si } 2x \leq 4 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} |2x-4| = 2x-4 \text{ si } x \geq 2 \\ |2x-4| = -2x+4 \text{ si } x \leq 2 \end{cases}$

Donc on a : sur l'intervalle $\begin{cases} [\,2,+\infty\,[\;\; , h(x) = 2x-4 \\ ]-\infty,\;2\,],\; h(x) = -2x+4 \end{cases}$

D'où h est une application affine par intervalle

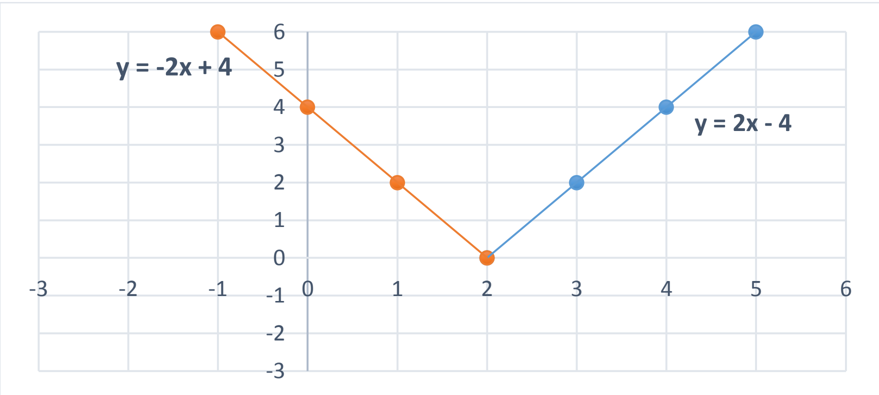
Faisons la représentation graphique de h dans un repère orthonormé.

On a : sur $[\,2,+\infty\,[\;\;, h(x) = 2x-4$ sa représentation graphique est une demi-droite (D1) :y=2x - 4, d'origine x=2.

Si x=2 on a y=2x2-4=0 et si x=3 on a :y=2x3-4=2

Sur $]-\infty,\;2\,],\; h(x) = -2x+4$ sa représentation graphique est une demi-droite (D2) :y= -2x+4, d'origine x=2

Si x=2 on a : y=-2x2+4=0 et si x=1 on a : y=-2x1+4=2



Série d'exercices Application Affine-Application affine par intervalle

EXERCICE 1 : ©

Soit les applications f et g définies par f(x)= 4x-5, g(2)= 4 et g(1)=3.

1) Calculer les valeurs de f pour x=1 et pour x=-2
2) Quels sont les antécédents de -2 et 5 par f
3) Déterminer l'expression, en fonction de x, de l'application affine g.
4) Existe-t-il une ou des valeurs de x pour que f(x) = g(x) ?

EXERCICE 2 : ©

Soit H(x)= $|x-3|$ et I(x)= $|2x-4|-4$

1) Montrer que H et I sont des applications affines par intervalles.
2) Existe-t-il une ou des valeurs de x pour que H(x) = I(x) ?

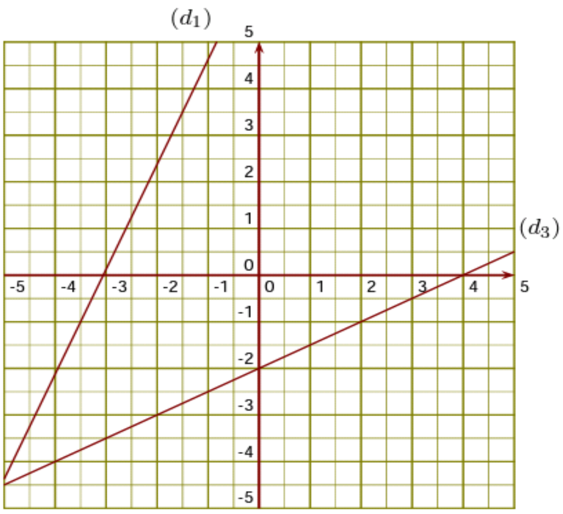
EXERCICE 3 : ©Dans le plan P muni du repère orthonormé (O, I, J) on donne les points A(2 ; 3) et B(-2 ; 4)

1) Déterminer l'application affine f, dont la représentation graphique passe par les points A et B.
2) Déterminer les images de 1 et -3 par f.
3) Déterminer les antécédents de 2 et -4 par f.
4) Quelle sont les valeurs de x de y pour que la représentation graphique de f passe par l'axe des ordonnées.
5) Quelle sont les valeurs de x et de y pour que la représentation graphique de f coupe l'axe des abscisses.

EXERCICE 4 : ©

(d1) est la droite représentative de la fonction f.

1) Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction f
2) Donner l'image de -1,5 par la fonction f.
3) Donner l'antécédent de 4 par f
4) Déterminer l'expression de la fonction h représentée ci-contre par la droite (d3).



EXERCICE 5 : ©

Une salle de cinéma propose trois types de tickets suivant l'âge du spectateur :

200f pour un spectateur de 0 à 10 ans ; 300f pour un spectateur de 10 à 17 ans et 500f pour un spectateur adulte de plus de 17 ans.

1) Exprime le prix p(x) à payer en fonction de l'âge x du spectateur
2) Représente graphiquement p(x)

EXERCICE 6 : ©

f et sont deux applications dans R définies comme suit f(x) = x-1 et $\begin{cases} g(x) = -2x + 2 \text{ pour } x \text{ £ }]-\infty\,;\, 2] \\ g(x) = \frac{5}{2}x - 7 \text{ pour } x \text{ £ } [2\,;\, 4] \\ g(x) = 3 \text{ pour } x \text{ £ } [4\,;+\infty[\end{cases}$

1) Déterminer la nature des applications f et g
2) Peut-on trouver des réels x pour lesquels f(x) = g(x) ?
3) Trace dans une même repère les représentations graphique les applications f et g
4) Ces représentations graphiques ont-elles des points communs ? Si oui quelles sont leurs abscisses ? pouvait-on prévoir ces résultats .

EXERCICE 7:

On donne l'expression suivante : f(x) = x + 1 + $\sqrt{(2x - 3)2}$

1. Calcule f (0) et f (-1).
2. Montre que f est une application affine par intervalles.
3. Représente graphiquement l'application f dans un repère orthonormal. 4. Résous dans IR chacune des équations suivantes : f(x) = x ; f(x) = x+2.

EXERCICE 8 :

Pour financer une sortie pédagogique, une école décide de vendre les tomates de son jardin.

Le client paye en plus de la quantité de tomates achetée une somme forfaitaire fixe pour le transport.

Un commerçant qui a acheté 300 kg a versé au gestionnaire une somme totale de 125000 F.

Un membre de l'association des parents d'élèves a acheté 100 kg et a payé 45000 F.

1. Calcule le prix d'un kilogramme de tomates et la somme forfaitaire allouée au transport.
2. Soit p(x) le somme totale, en francs, payée par un client qui a acheté kilogrammes de tomates.

   Détermine l'expression p(x).
3. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement p en prenant 1 cm pour 50 kg en abscisses et 1 cm pour 10000 F en ordonnées.
4. Détermine la somme totale à payer pour un achat de 75 kg de tomates.

EXERCICE 9 :

Onagre est un opérateur de téléphonie mobile qui propose les abonnements suivants :

- Abonnement A : abonnement 19 €, puis 0,30 € la minute de communication ;
- Abonnement B : abonnement 29 €, puis 0,20 € la minute de communication.

1) Recopier puis compléter le tableau suivant :

Durée (en min)	30	45	60	90
Abonnement A (en €)				
Abonnement B (en €)				

2) Soit y le prix de la communication à payer en fonction du temps.
On note y_A le prix pour l'abonnement A et y_B le prix pour l'abonnement B. Exprimer yA et YB en fonction de x.
3) Déterminer le nombre de minutes correspondant à un montant de 151 € pour l'abonnement A.
4)Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement les fonctions affines définies par : f$x = 0{,}3x + 19$ et g($x = 0{,}2x + 29$.

On choisira pour unités :

a. En abscisse, 1 cm pour 10 minutes,
b. En ordonnée, 1 cm pour 5 €.

5)

a) Résoudre l'équation $19 + 0{,}3x = 29 + 0{,}2x$

En déduire le nombre de minutes pour lequel les deux tarifs sont égaux.

b) Quel est le tarif le plus avantageux si l'on consomme moins d'une heure de communication par mois ?

6)

a) Déterminer graphiquement le nombre de minutes dont on dispose pour un montant de 70 € si l'on a choisi l'abonnement A.

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

EXERCICE 10:

Pour organiser une colonie de vacances pour les 50 enfants de ses employés, une société établie à

Dakar lance un appel d'offre auquel trois agences ont soumissionné :

- ✓ L'agence A réclame pour chacun de ses cars un forfait de 30 000F et 500F pour chaque km parcouru.
- ✓ L'agence B réclame pour chacun de ses cars un forfait de 40 000F et 300F pour chaque km parcouru.
- ✓ L'agence C réclame 64 000F pour chacun de ses cars.

1. Etablis une relation exprimant la somme y à payer en fonction du nombre x de km parcourus pour chacune des trois agences.
2. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement les trois relations obtenues.

   On prendra : $\begin{cases} \text{1 cm pour 10 km sur l'axe des abscisses.} \\ \text{1 cm pour 1000F sur l'axe des ordonnées.} \end{cases}$
3. Détermine graphiquement sur quelle longueur de trajet :
   - L'agence A réclame plus que l'agence B
   - L'agence A réclame la même somme que l'agence C
   - L'agence B réclame moins que l'agence C
4. Les enfants sont répartis en deux groupes :
   - ➢ Le groupe1 va à Thiès, ville distante de 70 km de Dakar
   - ➢ Le groupe2 va à Kaolack, ville distante de 192 km de Dakar.

   a. Indique sur chacun de ses deux trajets l'agence le moins chère qui sera retenue.

   b. Quelle est l'agence qui n'aura aucun part de ce marché ? pourquoi

Correction Série d'exercices Application Affine-Application affine par intervalle

EXERCICE 1 :

1) .f(1)=4x1-5=4-5=-1 <=> **f(1)= -1**

   f(-2)=4(-2)-5=-8-5=-13 <=> **f(-2)= -13**

2) On a -2=4x-5 <=> 4x=-2+5 <=> 4x=3 <=> **$x=\frac{3}{4}$.** Donc $\frac{3}{4}$ est l'antécédent de -2 par f

   On a 5=4x-5 <=> 4x=5+5 <=> 4x=10 <=> **$x=\frac{5}{2}$**. Donc $\frac{5}{2}$ est l'antécédent de 5 par f.

3) On pose g(x)= ax+b

g(2)= 4 <=> g(2)=ax2+b=3 <=> 2a+b=4 ①

g(1)=3 <=> g(1)=ax1+b=4 <=> a+b=3②

① et ②<=> a=1 et a+b=3 <=> b=2. D'où **g(x)= x+2**

4) f(x)=g(x) <=> 4x-5=x+2 <=> 4x-x=2+5 <=> 3x=7 <=> **$x=\frac{7}{3}$** donc f(x)=g(x) pour $x=\frac{7}{3}$.

EXERCICE 2 :

1) H(x)= |x-3| .on a x-3=0 <=>x=3

X	-∞ 3	+∞
x-3	-	+
|x-3|	-x+3	x-3

Sur]-∞, 3] on a H(x)=-x+3 et sur [3,+ ∞[on a H(x)= x-3

D'où H est une application affine par intervalles

On a I(x)= |4x-2| -4. On a :2x-4=0 <=> 2x=4 <=> x=2

X	-∞ 2	+ ∞
4x-2	-	+
|4x-2|	-4x+2	4x-2
|4x-2| -4	-4x+2-4	4x-2-4
I(x)	-4x-2	4x-6

Sur]-∞ ; 2] on a I(x)= -4x-2 et sur [2,+ ∞[on a I(x)=4x-6

D'où I est une application affine par intervalles

2) Sur]-∞ ; 2] , H(x)=I(x) <=> -x+3= -4x-2<=>-x+4x=-2-3 <=> 3x=-5 <=> $x=\frac{-5}{3}$ appartient a]-∞ ; 2]

   Sur [2,+ ∞[, H(x)=I(x) <=> x-3=4x-6<=>x-4x=-6+3<=>-3x=-3<=> x=1 appartenant pas à [2,+ ∞[

D'où H(x)=I(x) pour $x=\frac{-5}{3}$

EXERCICE 3 :

1) On a f(x) = ax+b.

   Déterminons d'abord le coefficient a.

On a : $a=\frac{y2-y1}{x2-x1}=\frac{4-3}{-2-3}=\frac{1}{-5}$ <=> $\mathbf{a=\frac{-1}{5}}$ alors on a : f(x) = $\frac{-1}{5}$x+b <=> y= $\frac{-1}{5}$x+b (1)

Remplaçons x et y de (1) par les coordonnées de A : y= $\frac{-1}{5}$x+b <=> 3= $\frac{-1}{5}$(2)+b <=> 3= $\frac{-2}{5}$+b <=> b= 3+$\frac{2}{5}$ <=> $\mathbf{b=\frac{17}{5}}$

D'où f(x) = $\frac{-1}{5}x+\frac{17}{5}$

2) Déterminons les images de 1 et -3 par f .

On a : f(1) = $\frac{-1}{5}$(1)+ $\frac{17}{5}$ <=> f(1) = $\frac{-1}{5}+\frac{17}{5}$ <=> f(1)= $\frac{16}{5}$ Donc $\frac{16}{5}$ est l'image de 1 par f

On a : f(-3) = $\frac{-1}{5}(-3)+\frac{17}{5}$ <=> f(-3) = $\frac{3}{5}+\frac{17}{5}=\frac{20}{5}$ <=> f(-3) = 4 Donc 4 est l'image de -3 par f

3) Déterminer les antécédents de 2 et -4 par f.

On a : $\frac{-1}{5}$x + $\frac{17}{5}$=2 <=> $\frac{-1}{5}$x = 2- $\frac{17}{5}$ <=> $\frac{-1}{5}$x= $\frac{10-17}{5}$ <=> $\frac{-1}{5}$x=$\frac{-7}{5}$ <=> x= $\frac{7}{5} x \frac{5}{1}$ <=> x=7. Donc 7 est l'antécédent de 2 par f

On a : $\frac{-1}{5}$x + $\frac{17}{5}$=-4 <=> $\frac{-1}{5}$x= -4+$\frac{17}{5}$ <=> $\frac{-1}{5}$x=$\frac{-20-17}{5}$ <=> $\frac{-1}{5}$x=$\frac{-37}{5}$ <=> x= 37. Donc 37 est l'antécédent de -4 par f.

4) pour que la représentation graphique de f coupe l'axe des ordonnées il faut que x =0

si x=0 on a : $y = \frac{-1}{5}(0) + \frac{17}{5}$ <=> y=$\frac{17}{5}$

5) pour que la représentation graphique de f coupe l'axe des abscisses il faut que y=0

si y=0 on a : $\frac{-1}{5}$x + $\frac{17}{5}$ =0 <=> $\frac{-1}{5}$x = -$\frac{17}{5}$ <=> x= 17.

EXERCICE 4 :

1) -3,5 est l'image de -1 par f.
2) 3,5 est l'image de -1,5 par f.
3) -1,5 est l'antécédent de 4 par f
4) Déterminer l'expression de la fonction h

On a : h(x) = ax+b.

D'après le graphe on a : $\begin{cases} x = 0 \iff y = -2 & (1) \\ x = 4 \iff y = 0 & (2) \end{cases}$

(1) <=> h(0)=ax0+b= -2 <=> b= -2 (3)

(2) <=> h(4)= 4a+b=0 <=> 4a+b=0 (4)

(3) Et (4) <=> 4a-2=0 <=> 4a=2 <=> a=$\frac{2}{4}$ <=> a= $\frac{1}{2}$

D'où **h(x) = $\frac{1}{2}$ x-2**

EXERCICE 5 :

1) Exprime le prix p(x) à payer en fonction de l'âge x du spectateur

Si x £]0 ; 10] on a : p(x) = 200

Si x £]10 ; 17] on a : p(x) = 300

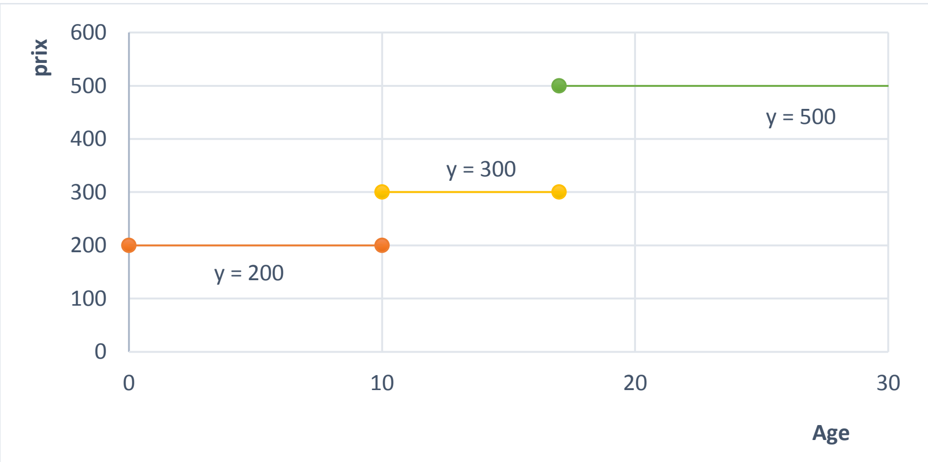
Si x >17 on a p(x) = 500

2) Représente graphiquement p(x).

Sur]0 ; 10] on : p(x) = 200, sa représentation graphique est un segment.

Sur]10 ; 17] on : p(x) = 300, sa représentation graphique est un segment.

Sur x >17 on : p(x) = 500, sa représentation graphique est une demi-droite d'origine x=17



EXERCICE 6

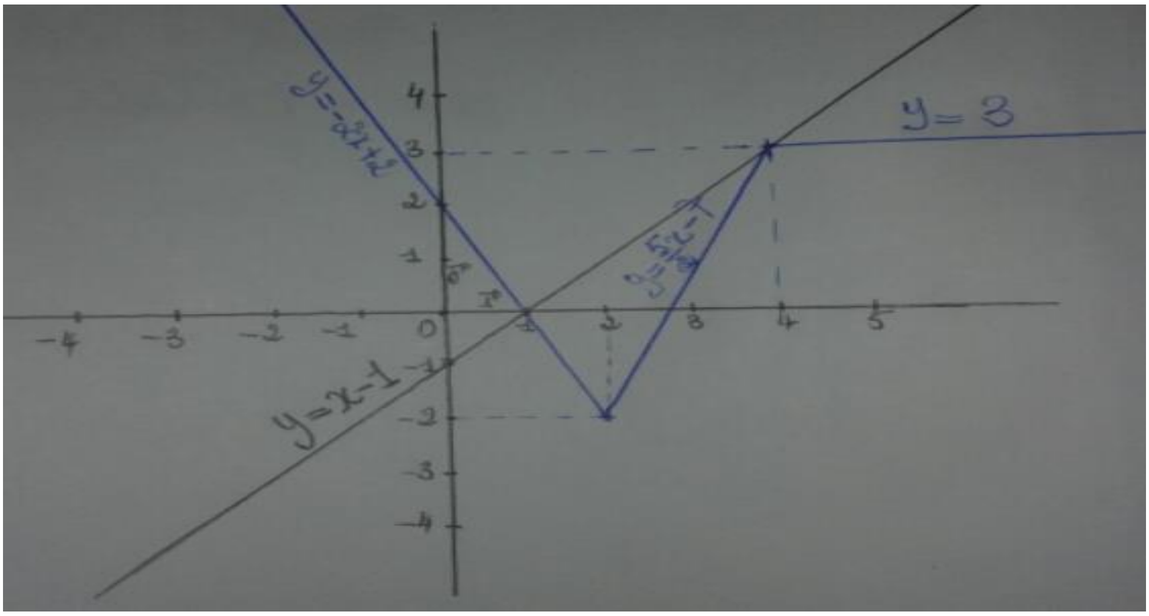
1) .f est une aplication affine et g une application affine par intervalle.
2) sur]-∞ ; 2] on a f(x) = g(x) <=> x-1=-2x+2 <=> x+2x=2+1<=> 3x=3<=> x=1 or 1 £]-∞ ; 2].

sur [2 ; 4] on a f(x) = g(x) <=> x-1=$\frac{5}{2}$x-7 <=> x- $\frac{5}{2}$x =-7+1 <=> -$\frac{3}{2}$x=-6 <=> x=$\frac{-12}{-3}$ <=> x=4 or 4 x £ [2 ; 4]

sur [4 ;+∞[on a f(x) = g(x) <=> x-1=3 <=> x=4 or 4£ [4 ;+∞[.
Donc f(x) = g(x) pour **x=1** et pour **x=4**.

3) faisons les représentations graphiques de f et g :

on a f(x) = x-1 sa représentation graphique est une droite d'équation y=x-1
si **x=0** on a y=0-1<=> **y=-1** et si **x=1** on a y=1-1 <=> **y=0**
sur]-∞ ; 2] on a g(x)=-2x+2 sa représentation graphique est une demi-droite d'origine x=2.
Si **x=2** on a y=-2x2+2 <=> **y=-2** et si **x=0** on a y=-2x0+2 <=>**y=2**
sur [2 ; 4] on a g(x)=$\frac{5}{2}$x-7 sa représentation graphique est un segment compris entre x=2 et x=4
si **x=2** on a y=$\frac{5}{2}$ *2-7<=>**y=-2** et si **x=4** on a y=$\frac{5}{2}$ *4-7 <=>**y=3**
sur [4 ;+∞[on a g(x)=3 sa représentation graphique est une droite d'équation y=3,parallèle à l'axe des abscisses.



4) Oui ces représentations graphiques ont des points en communs et leurs abscisses sont 1 et 4.
   On pouvait prévoir ces résultats car d'après la question pour 2) f(x)=g(x) on a les points d'abscisses x=1 et x=4.

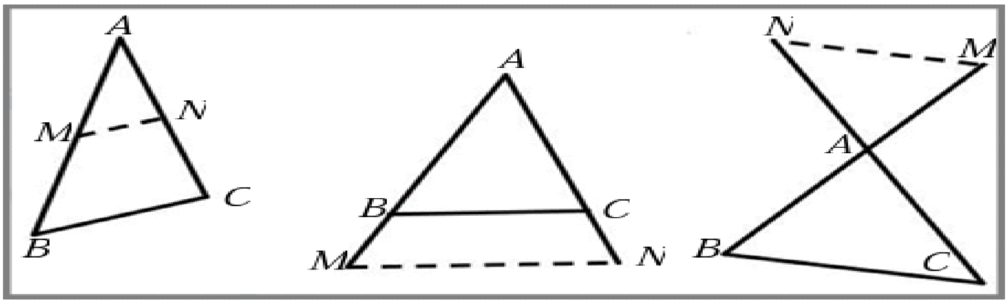
Théorème de Thalès

I. Théorème de Thalès

a) Configuration de Thalès

$$\begin{cases} Soient\ (D)\ et\ (D')\ deux\ droites\ sécante\ en\ A \\ Soient\ B\ et\ M\ deux\ points\ de\ (D)\ distincts\ de\ A \\ Soient\ C\ et\ N\ deux\ points\ de\ (D')\ distinct\ de\ A \end{cases}$$

Voici les trois configurations (classique) de Thalès :



Dans toutes les configurations de Thalès on retrouve les triangles aux cotés parallèles et dont les longueurs sont proportionnelles.

On peut résumer la position des points A, B, C, M et N par une seule phrase : « **les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A et (MN)//(BC) »**

b) Théorème de Thalès

ABC triangle si $\begin{cases} M \pounds (AB) \\ N \pounds (AC) \\ (MN) \mathbin{//} (BC) \end{cases}$ alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

II. Conséquence du Théorème de Thalès

ABC triangle si $\begin{cases} M \pounds (AB) \\ N \pounds (AC) \\ (MN) \mathbin{//} (BC) \end{cases}$ alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

III. Réciproque du théorème de Thales

Méthode 1 :

ABC triangle si $\begin{cases} M \pounds (AB) \\ N \pounds (AC) \\ \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \end{cases}$ alors **(MN)//(BC)**

Méthode 2 :

Si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre alors **(MN)//(BC**

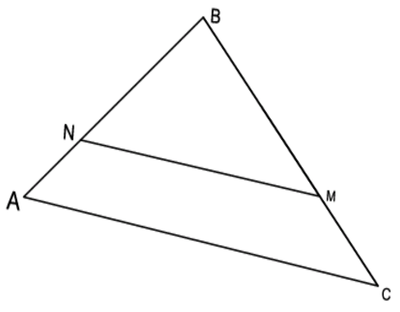
Série d'exercices Théorème de Thalès

EXERCICE 1 : ©

On considère un triangle ABC tel que AB=5cm, BC=6cm et AC=7cm.

On place sur le segment [BC] un point M tel que BM=4cm. La parallèle à (AC) passant par M coupe (AB) en N.

Calculer BN, AN et MN



EXERCICE 2 : ©

On considère un triangle MNP tel que MN=7cm, NP=5cm et PM=8cm.

On place sur le segment [NP] un point A tel que NA=1,25cm et sur le segment [MP] un point U tel que PU=6cm.

Démontrer que les droites AU et MN sont parallèles.

EXERCICE 3 : ©

On considère un triangle ABC tel que AB=3cm, BC=4cm et AC=5cm.

Soit M un point de [AB) tel que AM=6cm. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N.

1) Calculer AN et MN
2) Soit E un point de (AC) tel que AE=2,5cm.
   Montrer que (MC)//(BE)

EXERCICE 4 : ©

On considère un segment [AB] tel que AB=7cm. Soit M un point du segment [AB] tel que AM=2cm.

On trace les cercles (C_1) et (C_2) de diamètre [AM] et [MB].

Le point P est un point du cercle (C_2) tel que BP=3cm.

La droite (MP) recoupe le cercle (C_1) en N.

1) Prouver que les droites (BP) et (AN) sont parallèles.
2) Calculer la distance AN
3) Calculer les distances MP et MN

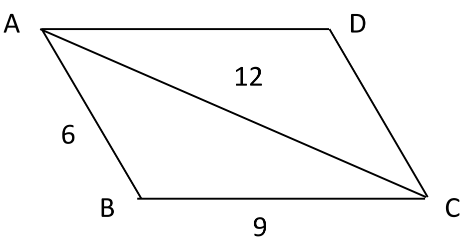
EXERCICE 5:

On considère un parallélogramme ABCD tel que AB = 6 cm ; AC = 12 cm ; BC = 9 cm.

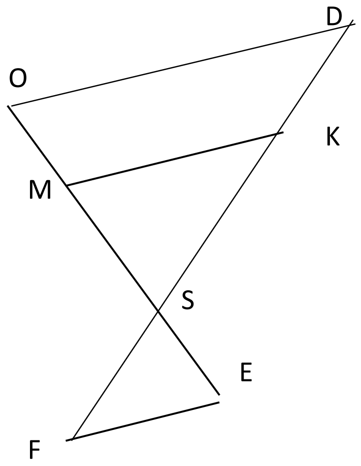
1) On note V le point du segment [AB] tel que AV = 4 cm.
   La parallèle à la droite (BC) passant par V coupe la droite (AC) en E.

   Démontrer que le segment [AE] mesure 8 cm.

2) R est le point du segment [AD] tel que AR = 6 cm.
   Démontrer que les droites (ER) et (CD) sont parallèles.



EXERCICE 6:



Sur la figure ci-contre (où les dimensions ne sont pas respectées) :

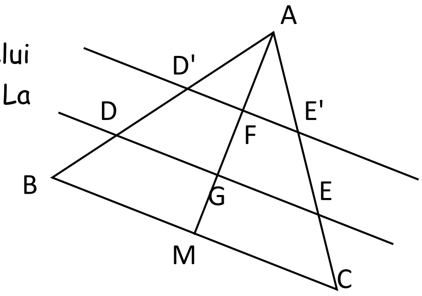
- les droites (MK) et (OD) sont parallèles
- Les points E,S,M et O sont alignés dans cet ordre
- Les points F,S,K et D sont alignés dans cet ordre

On donne : SO = 6 cm   SF = 3 cm   SE = 2 cm

SM = 4,8 cm   SD = 10 cm

1) Calculer SK.
2) Les droites (EF) et (OD) sont-elles parallèles ? Justifier.

EXERCICE 7



Soit G le centre de gravité d'un triangle ABC. F est le milieu de [AG] et M celui de [BC] . la parallèle (BC) qui passe par G coupe (AB) en D et (AC) en E. La parallèle à (BC) qui passe par F coupe (AB) en D' et (AC) en E'

Montrer que BD = DD' = D'A et CE = EE' = E'A

EXERCICE 8

ABCD est un trapèze rectangle tel que AB = 4 cm, AD = 3 cm et DC = 6 cm.

1. Fais la figure en vraie grandeur que tu compléteras au fur et à mesure.
2. Calcule BD et AC.
3. La perpendiculaire à la droite (DC) passant par B coupe (DC) en E.

   Montre que BC =$\sqrt{13}$.
4. Soit F le point de la droite (EB) n'appartenant pa à [BE] tel que EF = 1,5 cm.

   Démontre que (CF) et (DB) sont parallèles.
5. Calcule (FC).

EXERCICE 9

Soient F, A et B trois points alignés dans cet ordre sur une droite (D) tels que FA = 4 cm et AB = 6 cm. $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont deux cercles de diamètres respectifs [AB] et [AF].

Place un point C sur le cercle $(\mathcal{C})$ tel que BC = 3 cm.

1. Donne en justifiant, la nature du triangle ABC.
2. Calcule la longueur AC
3. La droite (AC) coupe le $(\mathcal{C}')$ en E.
   a. Donne en justifiant, la nature du triangle AEF puis démontre que (BC) // (EF).
   b. Calcule les longueurs AE et EF.

EXERCICE 10

1. Construis le triangle ABC tel que : AB = 6 cm ; AC = 9 cm ; BC = 7 cm.
2. Construis le point M de [BC] tel que : BM = $\frac{2}{3}$ BC.
3. La parallèle à (AB) passant par M coupe (AC) en N.

a. Démontre que $CN=\frac{1}{3}AC$

b. Calcule NC.

4. Calcule MN.

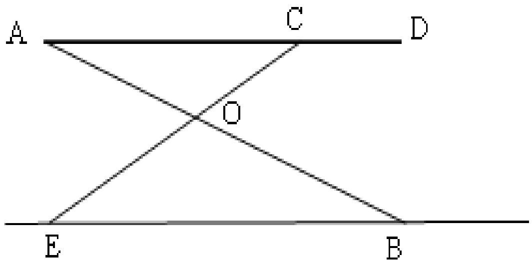
5. La parallèle à (BC) passant par N coupe (AB) en F.

La parallèle à (BN) passant par F coupe (AC) en G.

Démontre que : $AN^2 = AC \times AG$.

EXERCICE 11

La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.



Le segment [AD] représente la planche. Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.

Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.

On donne : AD = 125 cm ; AC = 100 cm ; OA = 60 cm ; OB = 72 cm ; OE = 60 cm ; OC = 50 cm.

1. Montre que la droite (AC) est parallèle à (EB).
2. Calcule l'écartement EB en cm.
3. Le triangle EOB est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

Correction Série d'exercices Théorème de Thalès

EXERCICE 1 :

ABC Triangle

$\begin{cases} N \pounds (AB) \\ M \pounds (BC) \\ (NM) // (AC) \end{cases}$ Les triangles ABC et BNM sont en position de Thalès. D'après la conséquence du théorème de Thalès on a :

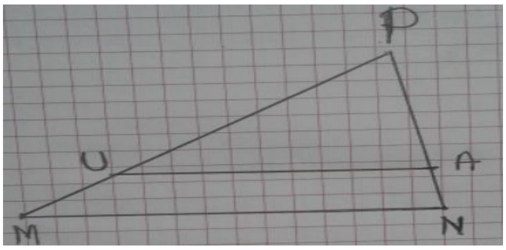
(a) $\frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{NM}{AC}$ <=> $\frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BC}$ <=> BN= $\frac{BA \ x \ BM}{BC} = \frac{5x4}{6}$ <=> $\boxed{\textbf{BN} = \frac{10}{3}\ \textbf{cm}}$ ou **BN= 3,33 cm**

On a : AN= AB - BN =5 - $\frac{10}{3}$ <=> AN=$\frac{15-10}{3}$ <=> $\boxed{\textbf{AN} = \frac{5}{3}\ \textbf{cm}}$ ou AN=1,66 cm

(a) <=> $\frac{BM}{BC} = \frac{NM}{AC}$ <=> BC x NM = BM x AC <=> MN = $\frac{BM \ x \ AC}{BC} = \frac{4x7}{6}$ <=> $\boxed{\textbf{MN}= \frac{14}{3}\ cm}$ ou **MN= 4,66 cm**

EXERCICE 2 :

Démontrons que les droites AU et MN sont parallèles.



MPN triangle

P, U, M alignés d'une part et P, A, N alignés d'autre part dans le même ordre

On a : $\begin{cases} \frac{PU}{PM} = \frac{6}{8} = 0{,}75 \\ \frac{PA}{PN} = \frac{3.75}{5} = 0{,}75 \end{cases}$ <=> $\frac{PU}{PM} = \frac{PA}{PN}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès (AU)⫽(MN)

EXERCICE 3 :

1) Calculer AN et MN

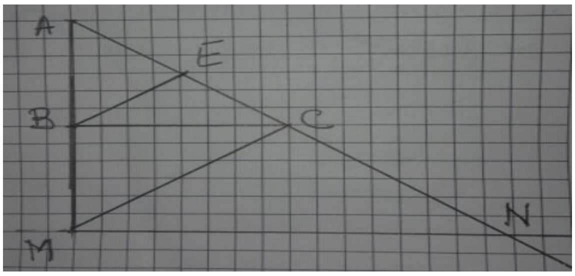
ABC triangle

$\begin{cases} M \pounds (AB) \\ N \pounds (AC) \\ (MN) // (BC) \end{cases}$ D'après la conséquence du théorème de Thalès

On a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ (1)

(1) <=> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ <=> AN= $\frac{AM \ X \ AC}{AB} = \frac{6x5}{3}$ <=> **AN= 10 cm**

(1) <=> $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ <=> MN= $\frac{AM \ X \ BC}{AB} = \frac{6x4}{3}$ <=> **MN= 8 cm**

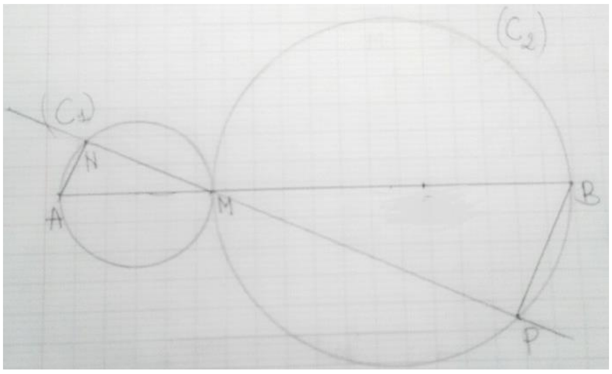


2) Montrons que (MC)⫽(BE)

A, B, M alignés d'une part et A, E, C alignés d'autres part dans le même ordre

$\begin{cases} \frac{AB}{AM} = \frac{3}{6} = 0{,}5 \\ \frac{AE}{AC} = \frac{2{,}5}{5} = 0{,}5 \end{cases}$ <=> $\frac{AB}{AM} = \frac{AE}{AC}$ Donc (MC)⫽(BE)

EXERCICE 4 :



1) Prouvons que les droites (BP) et (AN) sont parallèles.

On a MBP triangle rectangle en P et AMN triangle rectangle en N <=>

$\begin{cases} (BP) \perp (PN) \\ (AN) \perp (PN) \end{cases}$ <=> (BP)⫽(AN)

2) Calculer la distance AN

A, M, P alignés d'une part et N, M, P alignés d'autres part dans le même ordre

Les triangles AMN et MBP sont en position de Thalès

D'après la conséquence du Théorème de Thalès on a : $\frac{MA}{MB} = \frac{MN}{MP} = \frac{AN}{BP}$ (1)

(1) <=> : $\frac{MA}{MB} = \frac{AN}{BP}$ <=> AN= $\frac{MA \ x \ BP}{MB} = \frac{2 \ x \ 3}{5} = \frac{6}{5}$ <=> $\boxed{\textbf{AN = 1,2 cm.}}$

3) Calculer les distances MP et MN

- Calcul de MP

  MBP triangle rectangle en P. d'après le théorème de Pythagore o n a :

  MB² = MP² + BP² <=> MP² = MB² - BP² = 5² - 3² = 25-9=16 ² <=> MP = √16 <=> $\boxed{\textbf{MP= 4 cm}}$

- Calcul de MN

  .(1) <=> $\frac{MA}{MB} = \frac{MN}{MP}$ <=> MN= $\frac{MA \ x \ MP}{MB} = \frac{2 \ x \ 4}{5} = \frac{8}{5}$ <=> $\boxed{\textbf{MN = 1,6 cm}}$

Relations Trigonométriques dans un triangle rectangle

I. Rappels sur le triangle rectangle

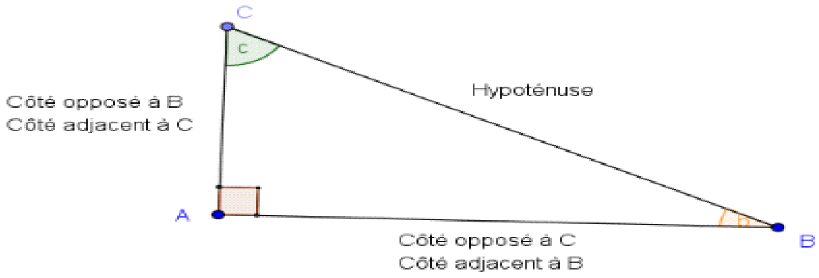
Soit ABC un triangle rectangle en A

[AC] est le **côté adjacent** à l'angle C

[AB] est le **côté opposé** à l'angle C

[BC] est l'**hypoténuse** du triangle.

Les angles aigus C et B sont **complémentaires** (la somme de leur mesure est égale à 90°)



En appliquant le théorème de Pythagore on aura : $\mathbf{BC^2 = AB^2 + AC^2}$

II. cosinus d'un angle aigu

Le cosinus d'un angle aigu α est le rapport du côté adjacent à cet angle sur l'hypoténuse. On note : Cos (α)

$$\boxed{\text{Cos}\ (\alpha) = \frac{\text{coté adjacent}}{\text{hypotenuse}}}$$

Le cosinus d'un angle est toujours inférieur à 1

III. Sinus d'un angle aigu

le sinus d'un angle aigu α est le rapport du côté opposé à cet angle sur l'hypoténuse. On note : Sin (α)

$$\boxed{\text{Sin}\ (\alpha) = \frac{\text{coté opposé}}{\text{hypotenuse}}}$$

Le cosinus d'un angle est toujours inférieur à 1

NB : si deux angle sont complémentaires, le cosinus de l'un est égal au sinus de l'autre (si A et B sont complémentaires on a : **cos(A)= sin(B)** et **Sin(A) = cos =(B)**

IV. Tangente d'un angle aigu

La tangente d'un angle aigu α est le rapport du côté opposé à l'angle sur le côté adjacent à l'angle. On note : Tan (α)

La tangente d'un angle aigu Â est définie comme étant égale au rapport du sinus de l'angle sur le cosinus de l'angle.

$$\boxed{\text{Tan}\ (\alpha) = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\text{Tan}\ (\alpha) = \frac{\text{sinus}}{\text{cosinus}}}$$

V. Relation fondamental de la trigonométrie

Si a et b sont deux angles complémentaires on a : $\boxed{\mathbf{cos^2(a) + sin^2(b) = 1}}$

VI. Cosinus – sinus – tangente de quelques angles remarquables

Angle en degré	0	30	45	60	90
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-------

NB : Connaissant le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle on peut calculer (avec une calculatrice électronique) la mesure de l'angle en tapant 2nd fonction (shift) puis sur cos, sin ou tan.

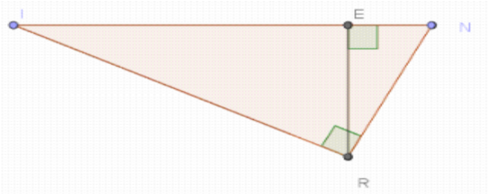
On a **mes** $(\hat{A})$**=** $\cos^{-1}(\hat{A})$ ou **mes** $(\hat{A})$**=** $\sin^{-1}(\hat{A})$ ou **mes** $(\hat{A})$**=** $\tan^{-1}(\hat{A})$

Série d'exercices Relations Trigonométriques dans un triangle rectangle

EXERCICE 1 : ©

Cocher la bonne réponse (a) ; b) ou c))

1) Soit PIC un triangle rectangle en C, le côté opposé à l'angle $\widehat{PIC}$ est :
   .a) $[PI]$ .b) $[IC]$ .c) $[PC]$
2) Soit ROI un triangle rectangle dont l'hypoténuse est RO. Le coté adjacent à l'angle $\widehat{ROI}$ est :
   a) $[RO]$ .b) $[OI]$ c) $[IR]$
3) Soit la figure si dessous :

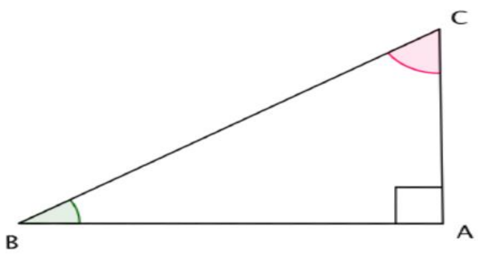


   L'égalité correcte est :
   a) $\text{Sin}(\widehat{IRE}) = \frac{IR}{IE}$ .b) $\text{Sin}(\widehat{INR}) = \frac{RE}{EN}$ c) $\text{Sin}(\widehat{ERN}) = \frac{EN}{NR}$
4) Soit EST un triangle rectangle en S tel que ES = 6cm et ST = 5cm
   Une valeur approchée de l'angle $\widehat{SET}$ est :
   .a) 38,7° b) 39,8° c) 50,2
5) Soit SUD un triangle rectangle en S tel que DU= 4cm et $\widehat{SUD}$=71°
   La valeur approchée à 0,1 cm près de la longueur DS est :
   .a) 4,2cm b) 1,3cm c) 3,8cm.
6) L'égalité correcte est :
   .a) $\text{Sin}(30°)^2 + \text{Cos}(30)° = 1$ b) $\sin^2(30°)+\cos^2(30°) = 1$ c) $\text{Sin}(30°) + \text{Cos}(30°) = 1$

EXERCICE 2 : ©

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 4cm et AC = 3cm.

1) Calculer BC
2)Comment sont les angles $\hat{C}$ et $\hat{B}$?
3)Calculer $\cos(\hat{C})$ et $\sin(\hat{C})$. En déduire $\sin(\hat{B})$ et $\cos(\hat{B})$
4)Calculer $\tan(\hat{B})$
5)Calculer $\tan(\hat{C})$



EXERCICE 3 : ©

L'unité de longueur est le cm.

ABC est un triangle tel que : AB = 5cm, mes(A) = 45° et mes(C) = 30°

Le point H est le projeté orthogonal du sommet B sur la droite (AC).

Calculer AH, BH, BC, HC et AC.

EXERCICE 4 : ©

Tous les angles donnés sont aigus.

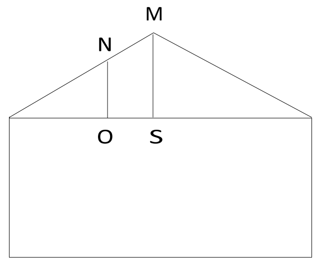
1. On donne : $\sin x = \frac{2}{5}$ et $\cos x = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Donner la valeur **exacte** de $\tan x$.
2. On donne : $\cos \hat{a} = \frac{3}{4}$. Donner les valeurs **exactes** de $\sin \hat{a}$, puis de $\tan \hat{a}$.
3. On donne : $\sin \hat{b} = \frac{1}{2}$. Donner les valeurs **exactes** de $\cos \hat{b}$, puis de $\tan \hat{b}$.
4. On donne : $\tan \hat{f} = \sqrt{3}$. Donner les valeurs **exactes** de $\sin \hat{f}$, puis de $\cos \hat{f}$.

EXERCICE 5

Le dessin ci-contre représente la coupe d'une maison.

Le triangle MAI est isocèle. La droite perpendiculaire à AI passant par *M* coupe *AI* en S

On sait que : *MS* = 2,5*m* et *AI*=11*m*



1/ Combien mesure *AS* ? Calcule la valeur arrondie au dixième près l'angle AMS

2/ Dans le toit, il y a une fuite en N qui fait une tache en O sur le plafond. La droite (*NO*) est perpendiculaire à la droite (*AI*) . On sait aussi que *AO*=4,5 et OAN = 24°. Calcule *AN* arrondi à 0,1 près.

EXERCICE 6

1. a. Construis un cercle (C) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont diamétralement opposés. Place un point M sur (C) tel que : AM = 4 cm.

b. Quelle est la nature du triangle AMI?

c. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BIM}$.

2. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a. Justifie que AMB est un triangle rectangle.

b. En remarquant que cos $\widehat{BAM}$ = cos$\widehat{KAI}$. Calcule AK et KI.

3. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB). Calcule cos $\widehat{B}$ de deux manières différentes.

EXERCICE 7

Construis le triangle ABC rectangle en A tel que AB= 8 cm et AC = 6 cm.

1. Calcule BC, cos $\widehat{ABC}$, sin $\widehat{ABC}$ puis tan $\widehat{ABC}$.
2. Place le point M sur le segment [AB] tel que AM = $\frac{1}{3}$ AB.
3. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. Calcule AN.
4. Soient O et P les symétriques respectifs des points M et N, par rapport à A.
   Montre que (MN) est parallèle à (OP).

EXERCICE 8

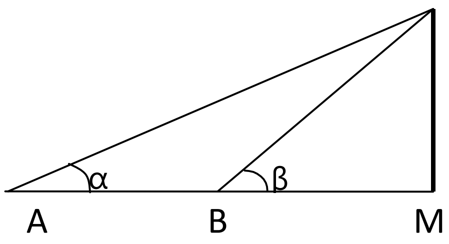
Soit un cercle (***C***) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de (***C***) diamétralement opposés et M un point de (***C***) tel que AM = 4 cm.

1. Justifie que AMB est un triangle rectangle.
2. Quelle est la nature du triangle AMI ?
3. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BIM}$.
4. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).
   En remarquant que $\widehat{BAM}$ = $\widehat{KAI}$, calcule AK et KI.
5. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB).
   a. Calcule cos $\hat{B}$ de deux manières différentes. puis démontre que BH= BM^2 .
   b. Exprime BH en fonction de cos *B* et *AB*
6. Soit le point E sur le segment [AM] tel que AE = 3 cm. La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [A I] en F.

   Quelle est la nature du triangle AEF ?

EXERCICE 9

Pour mesurer la hauteur d'un mât, on procède selon le schéma ci-contre, en mesurant l'angle de vision du sommet en 2 endroits A et B tels que A, B et M soient alignés. Déterminez la hauteur du mât lorsque :



$\alpha = 22{,}5°$ $\beta = 45°$ $AB = \sqrt{200}$

EXERCICE 10

1. Soit un demi-cercle (***C***) de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 2r.
Soit M un point du demi-cercle (***C***), plus proche de B que de A.
Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifie ta réponse.
2. Soit a et b les mesures respectives des angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{BOM}$ et C le pied de la hauteur du triangle AMB issue de M.

a. Donne deux expressions différentes de cos a.

b. Déduis-en que : $AC = AM \cos a$; $AM^2 = AB\square AC$.

c. On sait que AC = AO + OC.
Exprime OC en fonction de cos b et de r. Déduis-en que AC = r (1 + cos b).

d. Déduis des questions précédentes que $\cos^2 a = \dfrac{1+cosb}{2}$

Correction Série Relations Trigonométriques dans un triangle rectangle

EXERCICE 1 :

1) c) $[PC]$
2) b) $[OI]$
3) c) Sin($\widehat{ERN}$) = $\frac{EN}{NR}$
4) b) 39,8° (car tan($\widehat{SET}$)=$\frac{ST}{SE}$ = $\frac{5}{6}$ = 0,833 et tan-1(0,833) = 39,8 = $\widehat{SET}$)
5) c) 3,8cm. (car SD= UD.Sin71° = 4.sin71°=3,78)
6) b) sin²(30°)+cos²(30°) = 1

EXERCICE 2 :

1) Calculons BC

ABC triangle rectangle en A

D'après le théorème de Pythagore on a : BC² = AB²+AC² <=> BC² = 4² + 3² =16+9=25 <=> BC=√25 <=> BC = 5 cm

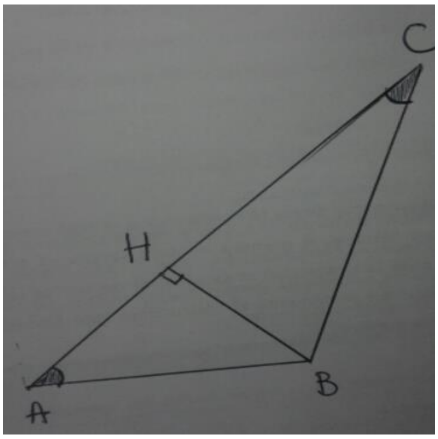
2) Les angles $\hat{C}$ et $\hat{B}$ sont complémentaires
3) On a : cos($\hat{C}$)= $\frac{AC}{BC}$=$\frac{3}{5}$ <=> **cos($\hat{C}$)= 0,6**

   Sin($\hat{C}$)=$\frac{AB}{BC}$ = $\frac{4}{5}$ <=> **sin($\hat{C}$) = 0,8**

   $\hat{C}$ et $\hat{B}$ sont complémentaires or si deux angle sont complémentaires le cosinus de l'un est égale au sinus de l'autre.

   On en déduit que **cos(B) = sin($\hat{C}$)=0,8** et **sin(B) = cos($\hat{C}$) =0,6.**
4) Tan(B) = $\frac{AC}{AB}$ = $\frac{3}{4}$ <=> **tan(B) = 0,75**
5) Tan($\hat{C}$) = $\frac{AB}{AC}$ = $\frac{4}{3}$ <=> **tan($\hat{C}$) = 1,33**

EXERCICE 3 :



- Calcul de AH

ABH triangle rectangle en H

cos$\hat{A}$=$\frac{AH}{AB}$ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (Car cos 45°=$\frac{\sqrt{2}}{2}$)<=> $\frac{AH}{AB}$ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ <=>AH=$\frac{AB\ x\ \sqrt{2}}{2}$=$\frac{5x\sqrt{2}}{2}$ <=>AH=$\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm

- Calcul de BH

ABH triangle rectangle en H

Sin$\hat{A}$=$\frac{BH}{AB}$ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ <=> BH= $\frac{AB\ x\ \sqrt{2}}{2}$ <=>BH=$\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm

- Calcul de BC

BHC triangle rectangle en H

Sin $\hat{C}$ = $\frac{BH}{BC}$ = $\frac{1}{2}$ <=> $\frac{BH}{BC}$ = $\frac{1}{2}$ <=> BC= 2 BH <=> BC= 2x$\frac{5\sqrt{2}}{2}$ <=> BC= 5$\sqrt{2}$ cm

- Calcul de HC

BHC triangle rectangle en H

Cos $\hat{C}$ = $\frac{HC}{BC}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Car cos30° =$\frac{\sqrt{3}}{2}$) <=> $\frac{HC}{BC}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ <=> HC = $\frac{BC\ x\ \sqrt{3}}{2}$= $\frac{5\sqrt{2}x\sqrt{3}}{2}$ <=> HC= $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ cm

- Calcul de AC

AC= AH+HC= $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ + $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ <=> AC= $\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{2}$ cm

EXERCICE 4 :

1) On a : tan(x) = $\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ = $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{\sqrt{21}}{5}}$ = $\frac{2}{5}$ x$\frac{5}{\sqrt{21}}$ = $\frac{2}{\sqrt{21}}$ = $\frac{2\sqrt{21}}{21}$ <=> tan(x) = $\frac{2\sqrt{21}}{21}$

2) On a : cos²$\hat{a}$ +sin²$\hat{a}$ = 1 <=> sin²$\hat{a}$ = 1 - cos²$\hat{a}$ <=> sin $\hat{a}$ = $\sqrt{1 - \cos^2\hat{a}}$ = $\sqrt{1-(\frac{3}{4})^2}$ = $\sqrt{1-\frac{9}{16}}$ = $\sqrt{\frac{16-9}{16}}$ = $\sqrt{\frac{7}{16}}$ = $\frac{\sqrt{7}}{4}$

   <=> sin $\hat{a}$ = $\frac{\sqrt{7}}{4}$ et tan $\hat{a}$ = $\frac{\sin\hat{a}}{\cos\hat{a}}$ = $\frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}}$ = $\frac{\sqrt{7}}{4} x \frac{3}{4}$ = $\frac{3\sqrt{7}}{16}$ <=> tan $\hat{a}$ = $\frac{3\sqrt{7}}{16}$

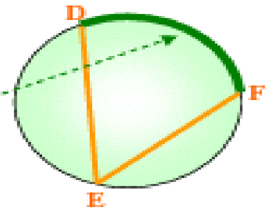
3) On a : cos²$\hat{a}$ +sin²$\hat{a}$ = 1 ⇔ cos²$\hat{a}$ = 1- sin²$\hat{a}$ ⇔ cos$\hat{a}$ = $\sqrt{1-\sin^{2\hat{a}}}$ = $\sqrt{1-(\frac{1}{2})^2}$ = $\sqrt{1-\frac{1}{4}}$ = $\sqrt{\frac{4-1}{4}}$ = $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

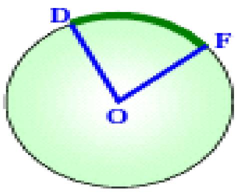
   <=> cos$\hat{a}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et tan $\hat{a}$ = $\frac{\sin\hat{a}}{\cos\hat{a}}$ = $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ = $\frac{1}{2}$ x $\frac{\sqrt{3}}{2}$ <=> tan $\hat{a}$ = $\frac{\sqrt{3}}{4}$

4) tan$\hat{f}$ = $\sqrt{3}$ <=> $\hat{f}$=60° et sin$\hat{f}$= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et cos$\hat{f}$ = $\frac{1}{2}$

I Vocabulaire

D, E et F sont trois points d'un cercle $\mathcal{C}$.
On dit alors que $\widehat{DEF}$ est <u>un angle inscrit</u> dans le cercle $\mathcal{C}$.
L'arc de cercle $\mathcal{C}$ d'extrémité D et F qui ne contient pas E est appelé <u>arc de cercle intercepté par l'angle inscrit</u> $\widehat{DEF}$.



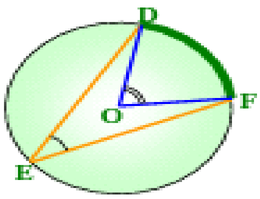


D et F sont deux points d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O.
L'angle $\widehat{DOF}$ (rentrant ou saillant) est appelé <u>angle au centre</u> de $\mathcal{C}$.

II Propriétés

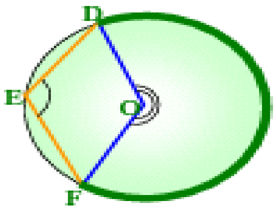
Dans un cercle, si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.

Démonstration : fait en Activité



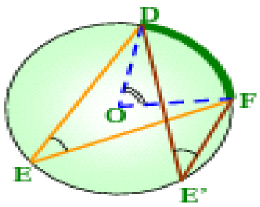
Pour les deux figures on a :

$$\widehat{DOF} = 2 \times \widehat{DEF}$$



De la propriété précédente, on en déduit deux autres :

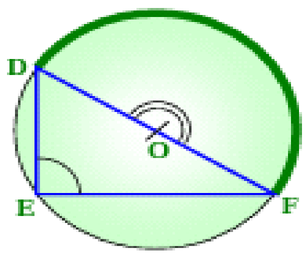
Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc, alors ces deux angles sont de même mesure.



<u>Démonstration</u> :
Deux angles inscrits $\widehat{DEF}$ et $\widehat{DE'F}$ interceptent le même arc.
$\widehat{DOF}$ est un angle au centre qui intercepte aussi cet arc.
On a donc $\widehat{DEF} = \dfrac{\widehat{DOF}}{2}$ et $\widehat{DE'F} = \dfrac{\widehat{DOF}}{2}$
Donc $\widehat{DEF} = \widehat{DE'F}$

Si DEF est inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [DE] alors le triangle DEF est rectangle en F.

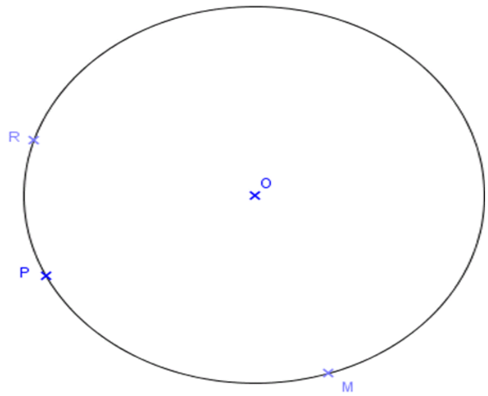
<u>Démonstration</u> :
DEF est un triangle inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$
Donc $\widehat{DEF}$ est un angle inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$
$\widehat{DOF}$ est un angle au centre qui intercepte le même arc que $\widehat{DEF}$
Donc $\widehat{DEF} = \dfrac{\widehat{DOF}}{2}$
Comme $\widehat{DOF}$ est plat,
On a $\widehat{DEF} = 90°$
DEF est bien un triangle rectangle



Série d'exercices Angle Inscrit – Angle au Centre

EXERCICE 1

On considère la figure suivante :les points R, P et M sont sur le cercle de centre O.



1) Sachant que $\widehat{ROP} = 65°$, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{RMP}$.

2) a) Colorier l'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit $\widehat{RPM}$.

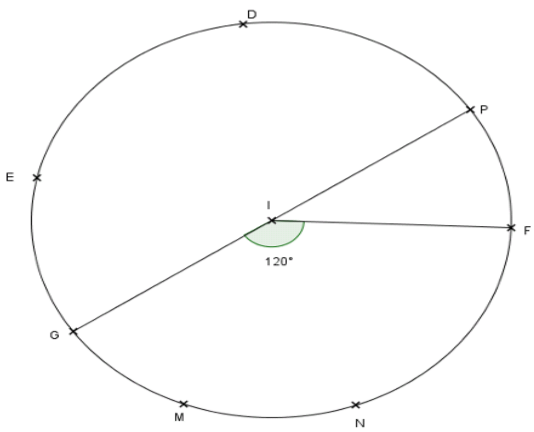
b) Colorier l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{RPM}$.

c) Sachant que $\widehat{RPM} = 105°$, déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{RPM}$.

EXERCICE 2 :

On considère la figure ci-dessous dans laquelle :

- Les points E, D, P, F, N, M et G appartiennent au cercle de centre I.
- Le segment [GP] est un diamètre du cercle.



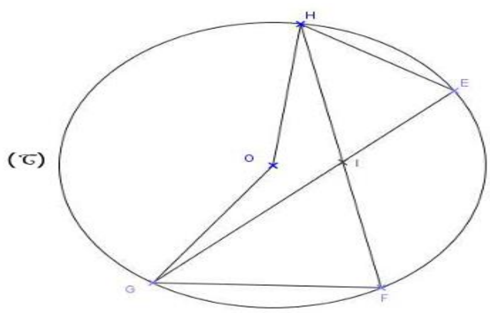
1) Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{GEF}$ est égale à celle de l'angle $\widehat{GDF}$.
Quelle est cette mesure ? Justifier.

2) Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{GEP}$ est égale à celle de l'angle $\widehat{GMP}$.
Quelle est cette mesure ? Justifier.

3) Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{GMF}$ est égale à celle de l'angle $\widehat{GNF}$.
Calculer la mesure de $\widehat{GMF}$. Justifier.

EXERCICE 3:

Sur la figure ci-dessous, les points E, F, G et H sont sur le cercle ($\mathcal{C}$) de centre O.
Les droites (FH) et (EG) sont sécantes au point I.
$\widehat{HOG} = 130°$ et $\widehat{EHF} = 40°$



Calculer la mesure de chaque angle du triangle FGI.
Justifier chaque réponse.

EXERCICE 4

Construis un triangle ABC puis trace le cercle (C) circonscrit à ce triangle.
Soit O le centre de ce cercle et M le symétrique de B par rapport à O.

1. a. Donne la relation entre les mesures des angles suivants:
   b. $\mathrm{M\hat{O}C}$ et $\mathrm{M\hat{B}C}$.
   c. $\mathrm{M\hat{O}A}$ et $\mathrm{M\hat{B}A}$.
   d. Déduis-en $\hat{}\mathrm{ABC}$ en fonction de $\mathrm{A\hat{O}C}$
2. a. Compare $\mathrm{BA\hat{M}}$ et $\mathrm{BC\hat{M}}$.
   b. Déduis-en la nature de chacun des triangles ABM et MCB.

EXERCICE 5

On considère un cercle (C) de centre O et A, M et B trois points distincts de (C) non diamétralement opposés deux à deux.

1. Justifie que les triangles AOB, AOM et BOM sont isocèles.
2. Exprime la mesure de l'angle $\mathrm{A\hat{O}B}$ en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{OAB}$.
3. On note $\widehat{OAB} = a$; $\widehat{OMA}$ = b et $\widehat{OBM}$ = c.

a. Exprime la somme des angles du triangle AMB en fonction de a, b et c.
b. En utilisant la propriété de la somme des angles dans un triangle, exprime 2a en fonction de b et c.
c. Déduis du b. et du 2. l'expression de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction b et c.
d. Déduis, en factorisant par 2, l'expression de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction de l'angle inscrit A

EXERCICE 6

Soit SUD un triangle tel que SU = 6 cm, $S\widehat{U}\mathrm{D}$ = 60° et $\mathrm{DS\hat{U}}$ = 45°, (C) est le cercle de centre O circonscrit au triangle SUD.

1. Fais une figure.
2. Montre que $\mathrm{U}\widehat{O}\mathrm{D}$= 90°
3. Soit A le point diamétralement opposé à D.
   a. Calcule $\mathrm{S\hat{A}D}$.
   b. Montre que (SU) est la bissectrice de $\mathrm{D}\hat{S}\mathrm{A}$
4. Soit M un point de l'arc $\overset{\frown}{DU}$
   a. Quel est l'angle au centre associé à $\mathrm{D}\widehat{M}\mathrm{U}$?
   b. En déduis la mesure de l'angle $\mathrm{D}\widehat{M}\mathrm{U}$.

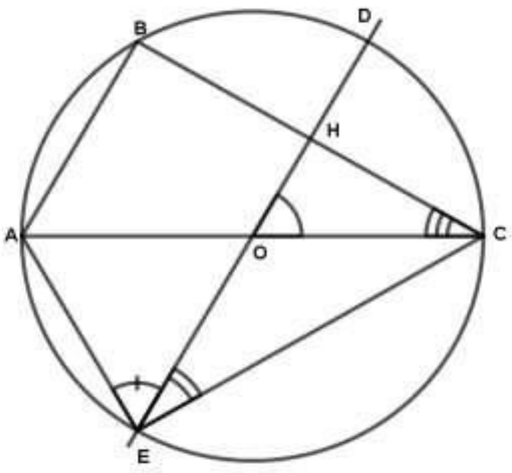
EXERCICE 7

ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 5 cm ; $\widehat{BAC}$ =30°.

1. Construis ABC.
2. Construis le cercle circonscrit au triangle ABC son centre est O.
3. La hauteur (BI) de ABC coupe (AC) en I et le cercle en J.
   Détermine $\mathrm{BJ\hat{C}}$
4. Calcule les mesures des angles du triangle BOC
5. Calcule les mesures des angles du triangle ABJ.

EXERCICE 8

On considère la figure ci-contre où le cercle de centre O a pour diamètre AC = 10 cm ; B sur le cercle tel que AB = 5 cm.



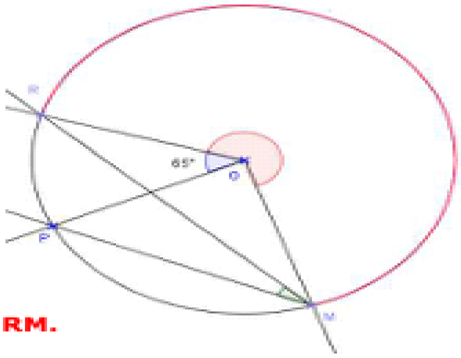
1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.
2. Calcule la valeur exacte de la distance BC.
3. Calcule la mesure de l'angle $A\hat{C}B$
4. La parallèle à la droite (AB) passant par O coupe le segment [BC] en H et le cercle en deux points D et E tels que CD < CE.
   a. Calcule la mesure de l'angle $H\hat{O}C$.
   b. Déduis-en la mesure de l'angle $D\hat{E}C$ et celle de l'angle $D\hat{E}A$.

EXERCICE 9

Construis un cercle C (O ; r) et marque sur (C) les points A, B et E tels que A et E soient diamétralement opposés et $A\hat{E}B$ = 30°.

1. Calcule l'angle $A\hat{O}B$.
2. Montre que le triangle AOB est équilatéral.

EXERCICE 1 :



1) Dans le cercle, $\widehat{ROP}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{RMP}$ et $\widehat{ROP} = 65°$.

Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la mesure de l'angle au centre associé.

Donc : $\widehat{RMP} = \frac{\widehat{ROP}}{2} = \frac{65°}{2} =$ **32,5°**

2) a) L'angle inscrit $\widehat{RPM}$ intercepte **le grand arc RM.**

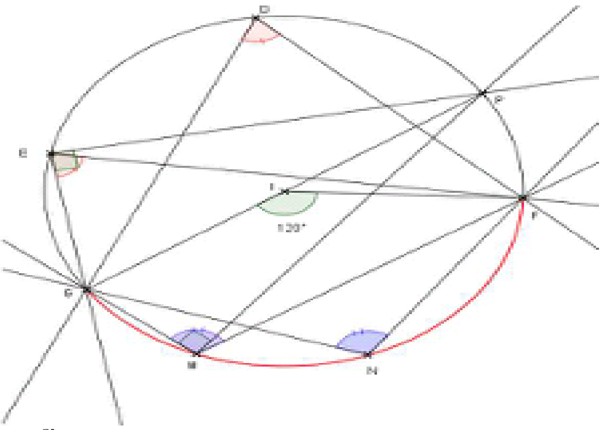
b) L'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{RPM}$ est **l'angle rentrant ROM.**

c) Dans le cercle, ROM est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{RPM}$ et $\widehat{RPM} = 105°$.
Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

Donc : $\widehat{RPM} = \frac{\text{ROM}}{2}$

D'où ROM $= 2 \times \widehat{RPM} = 2 \times 105° =$ **210°**

EXERCICE 2 :



1) Dans le cercle, $\widehat{GEF}$ et $\widehat{GDF}$ sont deux angles inscrits interceptant le même arc GF

Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Donc : **$\widehat{GEF} = \widehat{GDF}$**

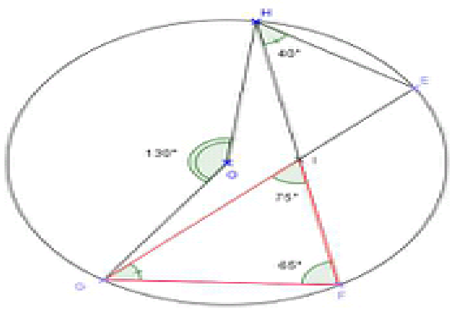
Dans le cercle, $\widehat{GIF}$ est l'angle au centre associé aux angles inscrits $\widehat{GEF}$ et $\widehat{GDF}$. De plus $\widehat{GIF} = 120°$.

Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

Donc : $\widehat{GEF} = \widehat{GDF} = \frac{\widehat{GIF}}{2} = \frac{120°}{2} =$ **60°**

-

EXERCICE 3 :



Calcul de $\widehat{HFG}$:
Dans le cercle ($\mathscr{C}$), $\widehat{HOG}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{HFG}$ et $\widehat{HOG} = 130°$.

Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

Donc : $\widehat{HFG} = \frac{\widehat{HOG}}{2} = \frac{130°}{2} =$ **65°**

Calcul de $\widehat{EGF}$:
Dans le cercle ($\mathscr{C}$), $\widehat{EGF}$ et $\widehat{EHF}$ sont deux angles inscrits interceptant l'arc $\overset{\frown}{EF}$ et $\widehat{EHF} = 40°$
Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.
Donc : $\widehat{EGF} = \widehat{EHF} =$ **40°**

Calcul de $\widehat{FIG}$:
Dans le triangle FIG,

$\widehat{FIG} + \widehat{FGI} + \widehat{IFG} = 180°$
$\widehat{FIG} + 40° + 65° = 180°$
$\widehat{FIG} + 105° = 180°$
$\widehat{FIG} = 180° - 105° =$ **75°**

–

I. Pyramide

1) Définition

Une pyramide est un solide constitué d'une base dont ses sommets sont reliés à un point n'appartenant pas au même plan de base .Ce sommet est appelé sommet de la pyramide.

La droite issue du sommet et perpendiculaire au plan de la base est appelée hauteur H de la pyramide.

Une pyramide est dit régulière si sa base est un polygone régulier (cotés égaux, angle de même mesure et inscriptible dans un cercle). EX : le carré et le triangle équilatéral sont des polygones réguliers.

2) Les formules de calcul

a) Le volume V

$\boxed{V = \frac{B \times H}{3}}$ avec B :aire de base de la pyramide et H :la hauteur de la pyramide

Pour un carré : **B= coté x coté** et pour un triangle : **B** = $\frac{\textit{arrete de base x hauteur}}{2}$

b) L'aire d'une face A

$\boxed{A = \frac{\textit{arete de base x apothème}}{2}}$ avec apothème : le segment issu du sommet et perpendiculaire à l'arête de base

c) L'aire latérale Al

$\boxed{AL = A \times N}$ avec N= nombre de face de la pyramide. $\begin{cases} N = 4 \ \textit{pour un pyramide à base carré} \\ N = 3 \ \textit{pour un pyramide à base troangulaire} \end{cases}$

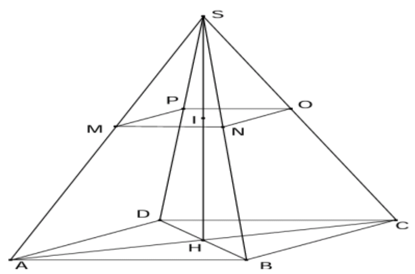
d) L'aire Total AT

$\boxed{AT = AL + B}$

II. Section d'une pyramide par un plan // à sa base.

1) Définition- description

En sectionnant une pyramide par un plan parallèle à sa base, on obtient une pyramide réduite de même nature et un tronc de pyramide.



en sectionnant la pyramide SABCD ci-contre on obtient :

- une pyramide réduite SMNOP
- un tronc de pyramide délimité par les bases ABCD et MNOP.
- Un coefficient de réduction k = $\frac{SN}{SB} = \frac{SO}{SC} = \frac{NO}{BC}$ …..

Si la pyramide est sectionnée à mi-hauteur alors k = $\frac{1}{2}$

Si la pyramide est sectionnée au tiers de sa hauteur à partir de sa base alors k=$\frac{2}{3}$

Si la pyramide est sectionnée au tiers de sa hauteur à partir du sommet alors k=$\frac{1}{3}$

2) Formule de calcul

$\boxed{V' = k^3 V}$ et $\boxed{V'' = V - V' = V(1 - k^3)}$ avec V' :volume de la pyramide réduite et V'' : volume du tronc

$\boxed{AL' = k^2 AL}$ et $\boxed{AL'' = AL - AL' = AL(1 - k^2)}$ avec AL :aire latérale de la pyramide réduite et AL'' : aire latéral du tronc

$\boxed{A' = k^2 A}$ et $\boxed{A'' = A - A' = A(1 - k^2)}$ avec A :aire d'une face de la pyramide réduite et A'' : aire d'une face du tronc

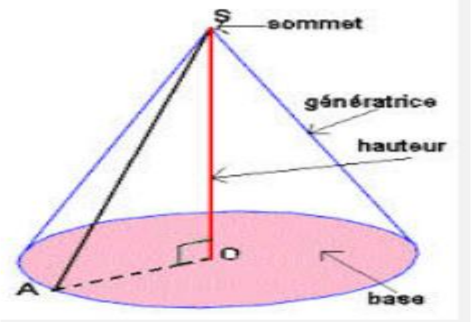
$\boxed{B'' = B + B'}$ avec B'' : aire de base du tronc, B' : aire de base de la pyramide réduite et B : aire de base de la pyramide

III. Cône de révolution

1) Définition-description

Un cône de révolution est un solide constitué d'un disque appelé base du cône et dont les points du cercle de la base sont reliés à un point n'appartenant pas au plan de la base : appelé sommet du cône.

Tout segment joignant le cercle de la base au sommet du cône est appelé **génératrice** : noté **g.**



2) Les formules de calcul

a) Le volume V

$\boxed{V = \frac{B \times H}{3}}$ avec B :aire de base du cône et H :la hauteur du cône.

b) L'aire de base B

$\boxed{B = \pi R^2}$ avec R : rayon du cercle de base

c) L'aire latérale AL

$\boxed{AL = \pi g R}$ avec g : génératrice du cône

d) L'aire Total AT

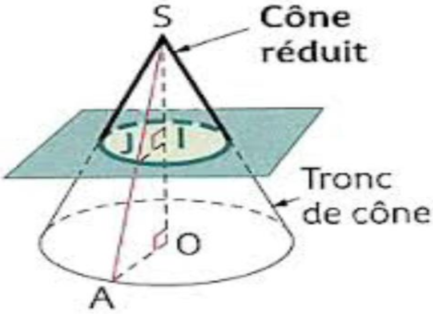
$\boxed{AT = AL + B}$

IV. Section d'un cône par un plan // à sa base.

1) Définition- description

En sectionnant un cône de révolution par un plan parallèle à sa base, on obtient un cône réduite et un tronc de cône.

Pour obtenir le coefficient de réduction k on applique le théorème de Thalès ou sa conséquence.



Dans la figure ci- dessus k = $\frac{SI}{SO} = \frac{SJ}{SA} = \frac{IJ}{OA}$

1) Formule de calcul

$\boxed{V' = k^3 V}$ et $\boxed{V'' = V - V' = V(1 - k^3)}$ avec V' :volume du cône réduite et V'' : volume du tronc

$\boxed{AL' = k^2 AL}$ et $\boxed{AL'' = AL - AL' = AL(1 - k^2)}$ avec AL :aire latérale du cône réduite et AL'' : aire latérale du tronc

$\boxed{B'' = B + B'}$ avec B'' : aire de base du tronc, B' : aire de base du cône réduite et B : aire de base de la pyramide

NB : Il n'Ya pas de face dans un cône de révolution.

Série d'exercices Géométrie dans l'espace

EXERCICE 1 : ©

Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré ABCD tel que AB = 5 cm et sa hauteur [SH] est de 10 cm.

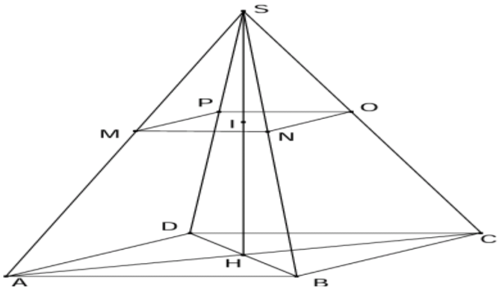
On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base en passant par les points M, N, O, P tel que SI = 4 cm , I appartient à [SH].

1) Calculer le volume V de la pyramide SABCD au cm3 près.

2) La pyramide SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD. Calculer le coefficient de cette réduction.

3) Calculer la valeur exacte de l'aire B' de la section MNOP.

4) Calculer la valeur exacte du volume V' de la pyramide SMNOP ?



EXERCICE 2 : ©

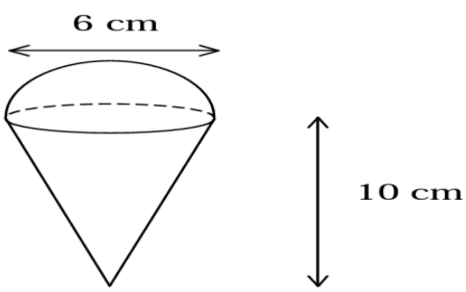
Soit un cône de révolution de sommet S et de base le disque de centre O et de diamètre [AB]. On donne AB=10cm et SA=13cm.

E est un point de SA tel que SE=9cm.le Plan(P) Parallèle à la base et contenant E coupe (SB) en F.

1) Calculer la hauteur SO du cône puis son aire latérale
2) Calculer l'aire latérale du cône de sommet S et de base le disque de Diamètre [EF].
3) Quelle est l'aire latérale du tronc délimité par le disque de diamètre AB et le disque de diamètre [EF] ? Calculer le volume de ce tronc de cône

EXERCICE 3 : ©

Un glacier vend des cornets qui sont des cônes de 10 cm de hauteur et de 6 cm de diamètre surmontés d'une demi-boule de même diamètre.



1) Montrer que le volume exact de ce cornet est 48π cm 3.

La glace est stockée dans un bac qui est un pavé droit de longueur 40cm, de largeur 30cm et de hauteur 20cm.

2) Calculer le volume de glace contenu dans un bac.
3) En déduire le nombre maximum de cornets que l'on peut faire avec un bac de glaces. (on supposera que les cornets sont entièrement remplis de glace de la pointe du cône au sommet de la boule)

EXERCICE 4 : ©

SABCD est une pyramide de sommet S et de base le carré ABCD de centre O tel que AB=$6\sqrt{2}$ cm et l'arête SA=10cm.

1) Calculer la hauteur SO de cette pyramide.
2) Calculer l'aire latérale de cette pyramide
3) On sectionne cette pyramide, au tiers de sa hauteur à partir de sa base, par un plan parallèle à sa base.
   a) Donner le coefficient de réduction k.
   b) Calculer le volume de la pyramide réduite obtenue
   c) En déduite le volume du tronc de pyramide obtenu.

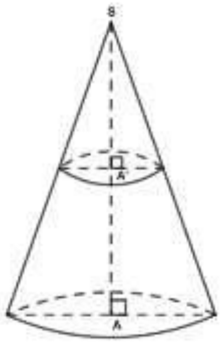
d) Calculer l'aire latérale de la pyramide réduite obtenue.

EXERCICE 5 ;

Sur la figure ci-contre on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm.

Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SA' = 3 cm.

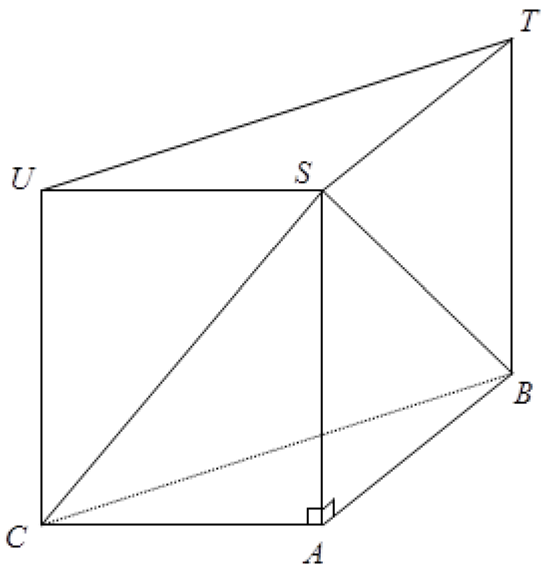
(La figure ci-contre n'est pas à l'échelle).



1. Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.
2. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?
3. Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donne la valeur arrondie au centimètre-cube près.

EXERCICE 6 ;

$STUABC$ est un prisme droit, et $SABC$ est une pyramide à base triangulaire.
Dans la suite du problème, les longueurs, en centimètres, sont données par :
$AC = 4{,}5$; $AB = 6$; $BC = 7{,}5$; $SB = 7$.



1.

- **a.** Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
- **b.** Dessiner un patron de la pyramide $SABC$ **sur son cahier**. (Laisser en évidence les lignes de construction)

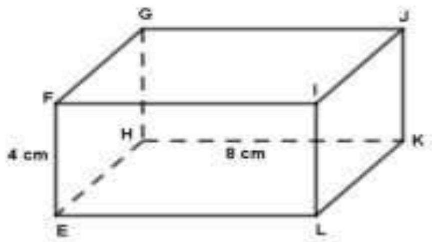
2.

- **a.** Calculer la hauteur SA de la pyramide. Donner la valeur exacte.
- **b.** En déduire le volume du prisme $STUABC$ en cm^3.
- **c.** Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ASB}$. On donnera la valeur arrondie à 1° près.
- **d.** Calculer le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide $SABC$
- **e.** On a placé un point M sur l'arête $[SB]$ et un point N sur l'arête $[SC]$ de façon que la droite (MN) soit parallèle à la droite (BC), et que $SM = 4{,}2$. Calculer la longueur du segment $[MN]$.
- **f.** Quel est le volume de la pyramide de sommet S et de base parallèle à ABC passant par M ?

EXERCICE 7

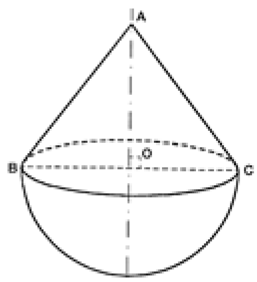
EFGHLIJK est un parallélépipède rectangle tel que :

EF = 4 cm, EH = 4 cm et HK = 8 cm.



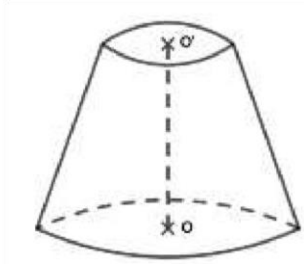
1. Calcule le volume du parallélépipède.
2. Calcule EG.
3. Calcule l'aire du triangle EGH.
4. Calcule le volume de la pyramide de base EGH et de sommet L.
5. Calcule l'aire totale de cette pyramide.

EXERCICE 8



Le Culbuto est un jouet formé d'une demi-boule surmontée d'un cône comme l'indique la figure ci-après. On donne AB = 10 cm et BC = 12 cm.
1. Calculer la distance AO.
2. Quel est le volume du jouet arrondi au cm^3 près ?

EXERCICE 9

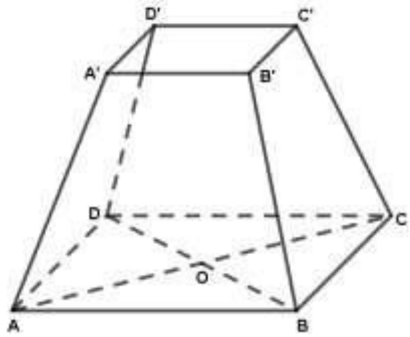


La figure ci-contre représente un tronc de cône dont les bases ont pour aires 12 cm^2 et 100 cm^2.

La distance OO' des centres de bases est égale à 6 cm.

1. Calcule la hauteur puis le volume du cône.
2. Calcule le volume du tronc de cône.

EXERCICE 10



Le solide A'B'C'D'ABCD est une caisse qui a la forme du tronc d'une pyramide régulière SABCD à base carrée qui peut contenir 2054 cm^3 de mil.

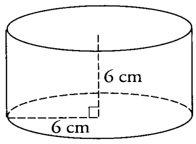
On donne : SA'= 10 cm, SO = 28 cm,

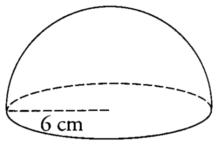
AC = 20 cm et AB = 15 cm.

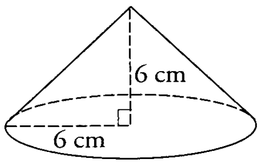
1. Que représente [SA] pour la pyramide ?
2. Calcule sa longueur.
3. Calcule le volume de la pyramide SABCD.

EXERCICE 11

On considère le cylindre, la demi-boule et le cône représentés ci-dessous :



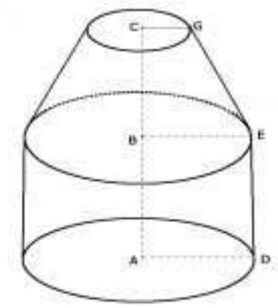




1) Calculer le volume V_1 du cylindre, le volume V_2 de la demi-boule et le volume V_3 du cône sous la forme $k\pi$ ou le nombre k est un nombre entier.

2) Vérifier au moyen d'un calcul que $V_2 = 2V_3$:

EXERCICE 12



Le dessin ci–contre représente un réservoir formé d'un tronc de cône de hauteur 6 dm et de rayon de base (petite base) 4 dm ; d'un cylindre de hauteur 8,5 dm et de rayon 7 dm.

Calcule :

a. Le volume V_1 du tronc de cône ;
b. Le volume V_2 du cylindre et le volume total V_t du réservoir.

EXERCICE 13

SABCD est une pyramide à base carrée ABCD de centre H.

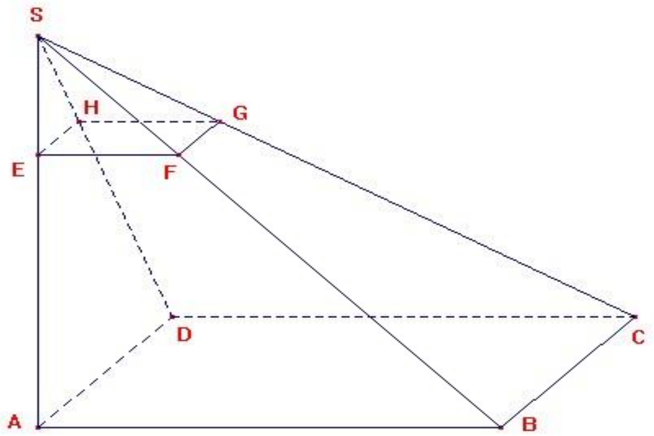
On donne : AB = 20 cm, SA = 40 cm, SH est la hauteur et A' est le milieu de [SA].

On coupe la pyramide par un plan parallèle à sa base passant par A'.

1. Calcule AC, AH et SH.
2. Soit K milieu de [AB], calculer SK.
3. Calcule le volume de la pyramide SABCD. Déduis-en le volume V' de la pyramide réduite.
4. Calcule le volume du tronc de la pyramide obtenue après la section.

EXERCICE 14

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que AB = 9 cm et SA = 12 cm. Le triangle SAB est rectangle en A.



Partie A

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que SE = 3 cm

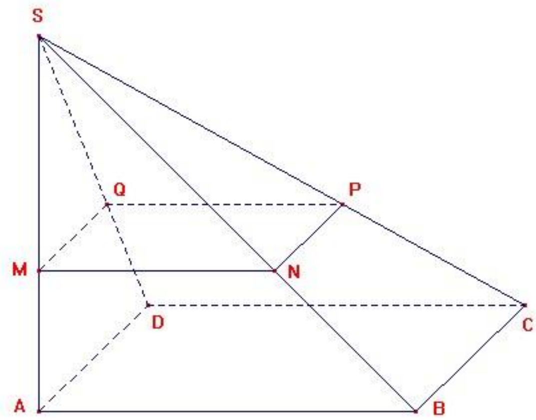
1) *a*) Calculer EF. *b*) Calculer SB.

2) *a*) Calculer le volume de la pyramide SABCD.
b) Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide
SABCD à la pyramide SEFGH. *c*) En déduire le volume de SEFGH. On
donnera une valeur arrondie à l'unité.

Partie B

Soit M un point de [SA] tel que SM = x cm, où x est compris entre 0 et 12.

On appelle MNPQ la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par M.



1) Montrer que MN = 0,75 x.

2) Soit $A(x)$ l'aire du carré MNPQ en fonction de x. Montrer que $A(x)$ = 0,5625 x^2.

3) Compléter le tableau suivant.

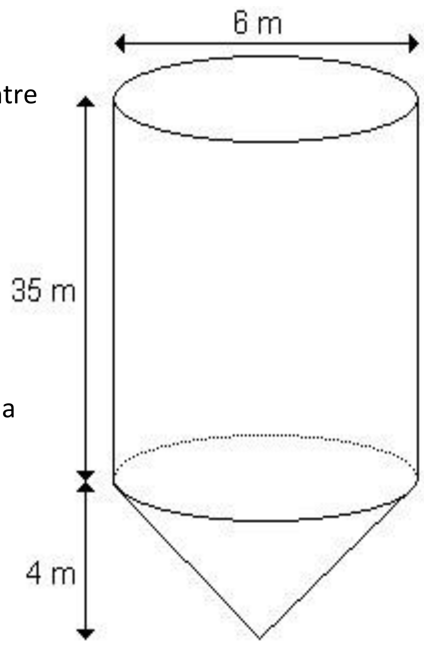
4) Placer dans un repère sur papier millimétré (1cm = 1 unité en abscisses, 1
cm = 10 unités en ordonnées) les points d'abscisse x et d'ordonnée $A(x)$ données par le tableau.

5) L'aire de MNPQ est-elle proportionnelle à la longueur SM? Justifier à l'aide du graphique.

EXERCICE 15

On s'intéresse dans cet exercice au réservoir de la fusée XYZ2005, nouveau prototype de fusée interplanétaire.

Ce réservoir est constitué d'un cône surmonté d'un cylindre, comme le montre le dessin ci-contre.



Le diamètre du réservoir est de 6 m , le cylindre mesure 35 m de hauteur et le cône 4 m de hauteur.

1. Calculer le volume total du réservoir ; on donnera d'abord la valeur exacte en m^3, puis la valeur en dm^3, arrondie au dm^3.

2. Le volume de ce réservoir est-t-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1500 litres de carburant par seconde ?

3. Rappels:

Volume d'un cône de hauteur

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$$

Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon de base R

$$V = \pi \times R^2 \times h$$

EXERCICE 16

On considère la figure code ci-dessous :

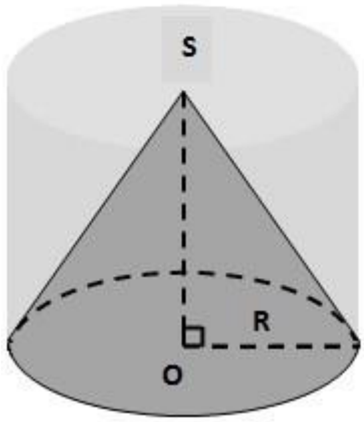
On donne les formules de calcul de volume de solides ci-dessous : volume d'un c ne de révolution :$V_{CONE} = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

Volume d'une boule :$V_{BOULE} = \frac{3}{4} \times \pi \times R^3$.

Volume d'un cylindre : $V_{CYLINDRE} = \pi \times R^2 \times h$. R désigne le rayon et h la hauteur.

1. Calcule le volume exact de chacun de ces trois solides pour

h = R = 1 m.



2. Exprime le volume d'une boule et c lui d'un cylindre en fonction du volume d un c ne de révolution pour R = h. 2 points
3. Un récipient servant recueillir de l'eau de pluie est constitué d'un cylindre de ra on R = 50 cm ouvert sa base supérieure et d'un c ne de révolution situé l'intérieur de ce cylindre. Le c ne et le cylindre ont la même hauteur et la base du c ne coïncide avec la base inférieure ferme du cylindre (voir figure ci-contre). Exprime le volume de ce récipient en fonction du volume cylindre.

EXERCICE 17

Une bougie décorative a la forme d'un cône de révolution de sommet S, de hauteur 27 cm. Sa base est un disque de centre O et de rayon 15 cm.
Cette bougie est forme de trois parties de couleurs différentes séparées par des plans parallèles au plan de sa base et qui coupent sa hauteur respectivement en M et N tels que SM = MN = ON.
La partie supérieure est en cire de couleur jaune, la partie intermédiaire est de couleur verte et la partie inférieure est bleue.

1.

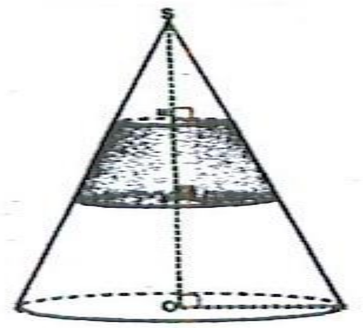
a. Montre que la longueur SM = 9 cm puis justifie que le c ne de hauteur SM est une réduction de la bougie de coefficient $\frac{1}{3}$
b.Le cone de hauteur SN est aussi une réduction de la bougie; calcule le coefficient de réduction.

2.

a. Montre que le rayon de la base du c ne de hauteur SM est 5 cm.
b. Calcule son volume V_1.

3.

a. Calcule le volume V_2 de la partie intermédiaire
b. Calcule le volume V_3 de la partie inférieure.
c. Exprime V_2 et V_3 en fonction de V_1.



EXERCICE 18

Un flacon de parfum rempli au $\frac{4}{5}$ a la forme d'un cône de révolution dont le rayon du disque de base est 4 cm et la hauteur 10 cm.

Le flacon de parfum coûte 13 800 F.

1°) Calculer le volume de parfum dans le flacon.

2°) Sachant que l'emballage coûte 1 000 F, combien coûte 1 cm^3 de ce parfum ?
On prendra $\pi = 3$.

EXERCICE 1 :

1) $V=\frac{B\,x\,H}{3}=\frac{5x5x10}{3}=\frac{250}{3}$cm3<=> **$V=\frac{250}{3}$ cm3**

2) Calculons le coefficient de réduction k :On a $k=\frac{SI}{SH}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ <=> **$k=\frac{2}{5}$**

3) On a $B=k^3xB$ avec B l'aire de la section ABCD <=> $B=(\frac{2}{5})^3x5x5=\frac{8}{5}$ <=> **$B=\frac{8}{5}$ cm^2**

4) $V'=k^3xV$ <=> $V'==(\frac{2}{5})^3x\frac{250}{3}=\frac{8}{125}x\frac{250}{3}=\frac{8}{125}x\frac{2x125}{3}=\frac{16}{3}$ <=> **$V'=\frac{16}{3}$ cm^3**

EXERCICE 2 :

1) SOA triangle rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore on a :

$SA^2=SO^2+OA^2$ <=> $SO^2=SA^2-OA^2$ <=>$SO=13^2-5^2=169-25=144$ <=> $SO=\sqrt{144}$ <=> **SO=12cm.**

Calculons l'aire latérale AL du cone : $AL=\pi gR$ <=> $AL=\pi$ x13x5 <=> **$AL=65\pi$ cm^2**

2) Calculons l'aire latérale AL' du cone de sommet S et de base le disque de diamètre EF :

$AL'=k^2AL$ avec $k=\frac{SE}{SA}=\frac{9}{13}$ <=>$AL'=(\frac{9}{13})^2x65\pi=\frac{81}{169}x65\pi$ <=>**$AL'=\frac{5265\pi}{169}$** <=> AL=97.82cm²

3) L'aire latérale du tronc AL''

On a $AL''=AL-AL'=65\pi-\frac{5265\pi}{169}=\frac{65\pi x169-5265\pi}{169}=\frac{5720\pi}{169}$ <=> **$AL''=\frac{5720\pi}{169}$cm^2** <=>AL''=33,85cm²

Calculons le volume du tronc V'' : on a $V''=V(1-k^3)$ avec $V=\frac{Bxh}{3}=\frac{\pi x5^2x12}{3}$ <=> $V=100\pi$

Alors on a $V''=100\pi(1-(\frac{9}{13})^3)=100\pi(1-\frac{81}{169})=100\pi(\frac{169-81}{169})=100\pi$ x $\frac{88}{169}=\frac{8800\pi}{169}$ <=> **$V''=\frac{8800\pi}{169}$ cm^3**

EXERCICE 3 :

1) Montrer que le volume exact Vc de ce cornet est 48π cm 3.

On a V = V1+V2 avec V1 volume du cone et V2 volume du demi-boule

On a :$V1=\frac{Bxh}{3}=\frac{\pi x3^2x10}{3}$ <=> $V1=30\pi$ cm^3 et $V2=\frac{\frac{4}{3}\pi R3}{2}=\frac{4}{6}\pi R^3=\frac{4}{6}\pi x3^3$ <=> $V2=18\pi$ cm^3

Donc on a : V=30+18<=> **$Vc=48\pi$ cm^3**

2) Calculons le volume de glace Vg contenu dans un bac.

On a : Vg=longueur x largeur x hauteur = 40x30x20 <=> **Vg=24000cm^3**

3) Déduisons-en le nombre maximum de cornets que l'on peut faire avec un bac de glaces

On a $n=\frac{Vg}{Vc}=\frac{24000}{48\pi}$=159,23 <=> **n=159**

Donc on peut faire au maximum 159 cornets.

EXERCICE 4 :

1) SOA triangle rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore on : $SO^2=SA^2-OA^2$. (1)

Calcul de OA : ABD triangle rectangle en A. on a : $BD^2=AB^2+AD^2=2AB^2+2x(6\sqrt{2})^2=2x36x2=144$ <=> $BD=\sqrt{144}$ <=>

BD=12 cm or $OA=\frac{BD}{2}$ <=> OA=6cm. (2)

(1) et (2)<=> $SO^2=10^2-6^2=100-36=64$ <=>$SO=\sqrt{64}$ <=> **SO=8 cm**

2) Calculons l'aire latérale AL de cette pyramide.

AL= Ax4 avec $A=\frac{aire\ de\ base\ x\ apothème}{2}=\frac{BxSI}{2}$

Calcul de SI : SIB triangle rectangle en I. on a $SI^2=SB^2-IB^2=10^2-(3\sqrt{2})^2=100-18=82$ <=> $SI=\sqrt{82}$ cm

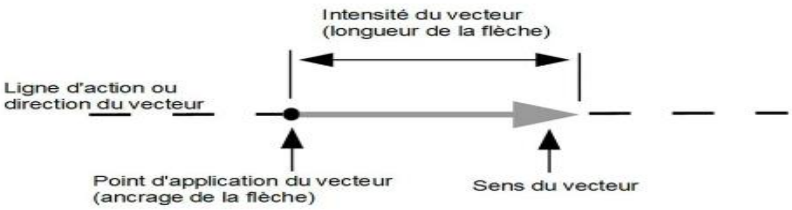
On a $A=\frac{6\sqrt{2}x6\sqrt{2}x\sqrt{82}}{2}=36\sqrt{82}$ <=> $A=36\sqrt{82}$cm² Donc on a AL= Ax4=$36\sqrt{82}$x4 <=> **$AL=144\sqrt{82}$cm^2**

Vecteurs

I. Rappels

1) Caractéristiques d'un vecteur

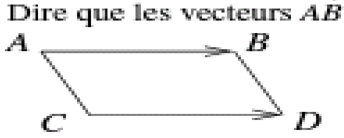
Un vecteur est caractérisé par son point d'application, sa direction, son sens et sa longueur ou norme.



2) Egalité de deux vecteurs

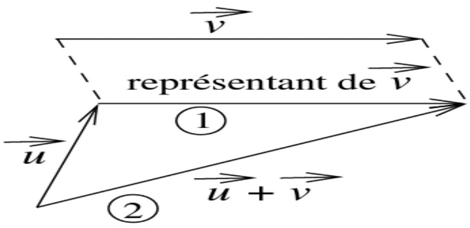
Deux vecteurs sont égaux quand ils ont la même direction, le même sens et la même norme.

Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux équivaut à dire que $ABDC$ est un parallélogramme.



II. Somme de deux vecteurs

Pour construire la somme de deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$:



a) On trace le représentant de $\vec{v}$ partant de l'extrémité de $\vec{u}$.

b) On joint l'origine de $\vec{u}$ avec l'extrémité du représentant de $\vec{v}$ que l'on vient de tracer. On obtient alors un représentant de $\vec{u}$ +$\vec{v}$

NB : pour construire $\vec{u}$ - $\vec{v}$, on effectue la somme de $\vec{u}$ avec (-$\vec{v}$)

3) Vecteurs opposés

Deux vecteurs sont opposés lorsqu'ils ont la même direction, la même norme mais de sens contraires.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés, on écrit $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{BA}$ =$\vec{0}$ ou $\overrightarrow{BA}$ = $-\overrightarrow{AB}$

III. Relation de Chasles

Pour tous points A, B et C on a : $\boldsymbol{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$

Application : simplifier les expressions vectorielles

Quand on remplace $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ par $\overrightarrow{AC}$, on dit qu'on a simplifié l'expression $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

Exemple de simplification :

$$\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \underbrace{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}} + \underbrace{\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \underbrace{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}} = \overrightarrow{CB}$$

- Décomposer un vecteur :

Quand on remplace $\overrightarrow{AC}$ par $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, on **décompose** le vecteur $\overrightarrow{AC}$ en faisant apparaître le point B.

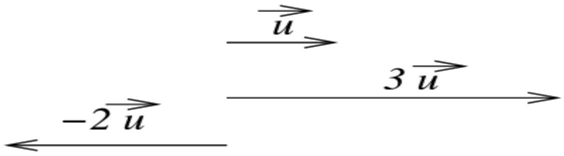
Autre exemple de décomposition : si on veut décomposer le vecteur $\overrightarrow{CM}$ en faisant apparaître le point A, on écrit que $\overrightarrow{CM}$ = $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}$.

IV. Multiplication d'un vecteur par un réel

Pour tout réel k et pour tout vecteur $\vec{u}$ non nuls, le vecteur k$\vec{u}$ est tel que :

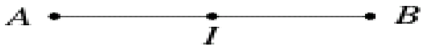
- $\vec{u}$ et k$\vec{u}$ sont de meme direction
- *si* k >0, $\vec{u}$ et k$\vec{u}$ sont de meme sens et la longueur de k$\vec{u}$ est égale à celle de $\vec{u}$ multipliée par k.
- *si* k <0, $\vec{u}$ et k$\vec{u}$ sont de sens contraire et la longueur de k$\vec{u}$ est égale à celle de $\vec{u}$ multipliée par (-k).

Exemple :



V. Vecteur et milieu d'un segment

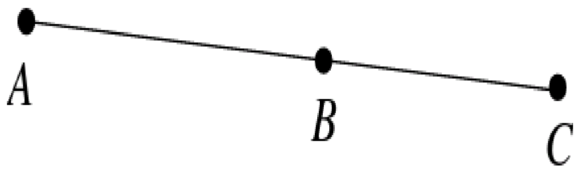
Dire que I est le mileu de $[AB]$ équivaut à dire que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ou que $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$.



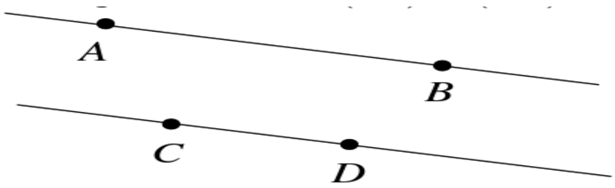
VI. Vecteur colinéaires, alignement, parallélisme.

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires s'il existe un réel k tel que $\boldsymbol{\vec{u} = k\,\vec{v}}$

Dire que les points A, B et C sont aligné équivaux à dire qu'il existe un réel k tel que $\boldsymbol{\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}}$

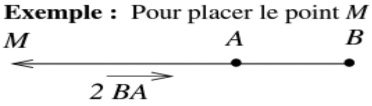


Dire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles équivaut à dire qu'il existe un réel k tel que $\boldsymbol{\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}}$

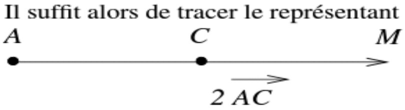


VII. Construction de points définie vectoriellement.

• **1er cas :** Le point M à tracer est défini par une relation vectorielle de la forme $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.
Méthode : on trace le représentant de $\vec{u}$ ayant pour origine le point A. L'extrémité de ce vecteur donne le point M.
Exemple : Pour placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BA}$, on a tracé le représentant de $2\overrightarrow{BA}$ partant du point A.



• **2ème cas :** Le point M à tracer intervient plusieurs fois dans la relation.
Méthode : On choisit un point particulier et on décompose tous les vecteurs où ce point n'intervient pas de façon à le faire apparaître (grâce à la relation de Chasles). Ainsi, le point M n'intervient plus qu'une seule fois et on est ramené au 1er cas.
Exemple : Etant donné les points A et C, on cherche à placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{CM}$. On choisit A comme point particulier de façon à n'avoir plus que ce point avec M. Pour cela, on décompose $\overrightarrow{CM}$ en faisant apparaître le point A.
On obtient : $\overrightarrow{AM} = 2\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}\right)$. D'où, $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AM}$
On fait passer tous les $\overrightarrow{AM}$ dans un membre et tous les autres vecteurs dans l'autre.
On a alors : $\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{CA}$.
On en déduit que $-\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{CA}$, c'est à dire que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC}$.
Il suffit alors de tracer le représentant de $2\overrightarrow{AC}$ partant de A pour obtenir M.

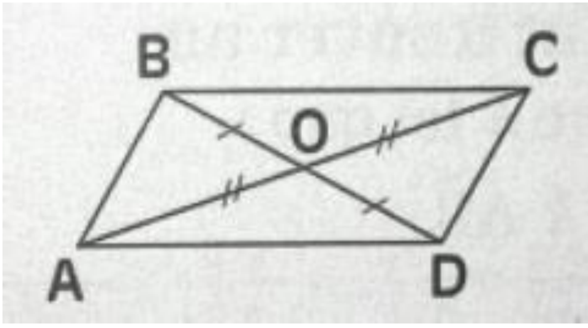


Série d'exercices Vecteurs

EXERCICE 1: ©

ABCD est un parallélogramme de centre O

Nommons un vecteur de la figure égal à :



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
c) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$
d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$
e) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}$
f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CO}$
g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$
h) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$

EXERCICE 2 : ©

A, B et C sont trois points non alignés

1) Construire les point M et N tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
2) Montrer que $\overrightarrow{MN}$ *et* $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

EXERCICE 3 : ©

A, B et C sont trois points tels que A est le milieu de [BC]. Soit O un point n'appartenant pas à (AB)

1) Construire les points A', B' et C' tel que $\overrightarrow{OA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OC}$
2) Montrer que $\overrightarrow{A'B'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{A'C'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
3) En déduire que A' est le milieu de [B'C']

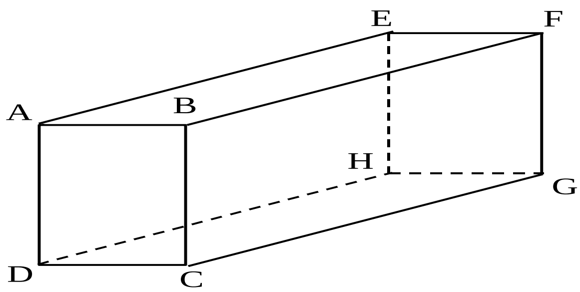
EXERCICE 4 : ©

ABC est un triangle équilatéral et I un point extérieur à ce triangle

a)Construis les points D, E et F tels que : $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC}$
b) Démontre que les droites (DE) et (AB) sont parallèles
c)Démontre que le triangle DEF est équilatéral.

EXERCICE 5 :

Soit le prisme droit à base rectangulaire ci-contre.



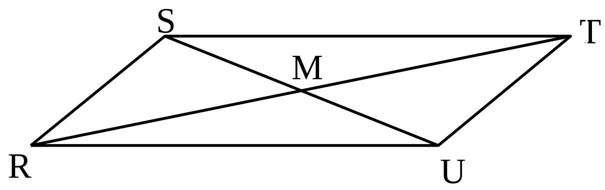
Quel vecteur est égal à la résultante de l'expression $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{AE}$?

A) $\overrightarrow{DH}$ C) $\overrightarrow{FB}$

B) $\overrightarrow{BE}$ D) $\overrightarrow{BC}$

EXERCICE 6:

Le quadrilatère RSTU est un parallélogramme et M est le point de rencontre de ses diagonales.



Antoine fait les affirmations ci-dessous sur les opérations vectorielles :

1) $\overrightarrow{ST} + \overrightarrow{SR} = 2\overrightarrow{MU}$
2) $\overrightarrow{UT} + \overrightarrow{UR} = 2\overrightarrow{SM}$
3) $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU} = \overrightarrow{RT}$
4) $\overrightarrow{MT} + \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MU} = \vec{0}$
5) $\overrightarrow{SR} - \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{RT}$

Lesquelles de ces affirmations sont vraies?

A) 1, 2 et 3 seulement
B) 1, 2 et 5 seulement
C) 2, 4 et 5 seulement
D) 1, 3 et 4 seulement

EXERCICE 7:

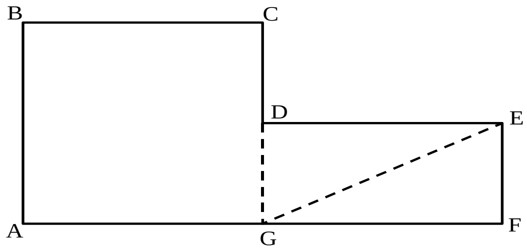
Soit $\vec{u} = (9, 2)$ et $\vec{v} = (a, b)$, deux vecteurs qui constituent une base vectorielle.

Le vecteur *w* = (24, 16) peut être exprimé par la combinaison linéaire suivante : $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$.
Quelles sont les composantes du vecteur *v*

EXERCICE 8:

Dans le polygone ci-dessous, ABCDG est un carré.

D et G sont respectivement les points milieu des côtés CG et AF. De plus, le côté AB est parallèle au côté EF.



À l'aide des propriétés des vecteurs, montrez que $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GE}$.

EXERCICE 7:

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls.

Lequel des énoncés suivants est FAUX?

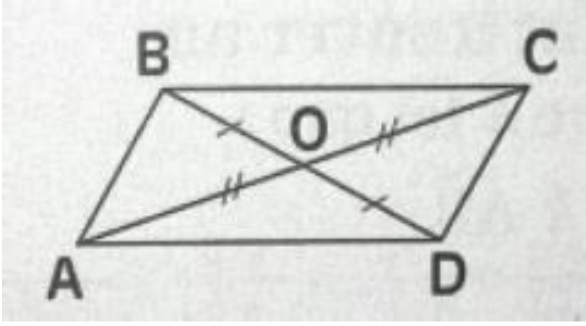
A) $\vec{u} \bullet \vec{v} = \vec{v} \bullet \vec{u}$

B) $2\vec{u} \bullet 3\vec{v} = 6\vec{v} \bullet \vec{u}$

C) $2(\vec{u} + \vec{v}) = 2\vec{u} + 2\vec{v}$

D) $2\vec{u} + 3\vec{v} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$

EXERCICE 1 :



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
c) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$
d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$
e) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD}$
f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AO}$
g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$
h) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

EXERCICE 2 :

1)Construction
2)

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ (Relation de Chasles)

Donc $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

D'où $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaire

EXERCICE 3 :

1)construction

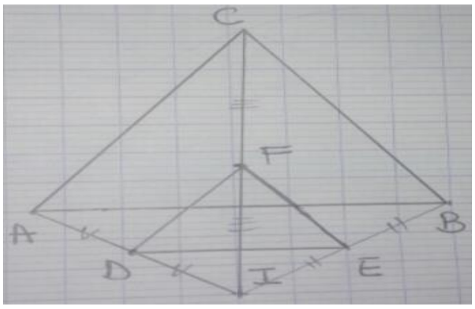
2)$\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'O} + \overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB'} - \overrightarrow{OA'} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

De la même façon $\overrightarrow{A'C'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

3) on A milieu de [BC] donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

Calculons $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$ donc A' milieu de [B'C']

EXERCICE 4 :



- Démontrons que les droites (DE) et (AB) sont parallèles

AIB triangle

$\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$ <=> D milieu de [AI]

$\overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB}$ <=> E milieu de [IB]

D'après droite des milieux : (DE)$//$(AB)

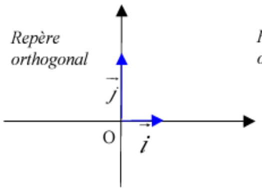
- Démontrons que le triangle DEF est équilatéral

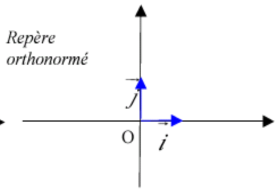
$\begin{cases} \text{F milieu de [IC]} \\ E \text{ milieu de } [IB] \\ D \text{ milieu de } [AI] \end{cases}$ d'après droite des milieux: $\begin{cases} \text{EF} = \frac{1}{2}\text{BC} \\ \text{DE} = \frac{1}{2}\text{AB} \\ \text{DF} = \frac{1}{2}\text{AC} \end{cases}$ Or BC = AB = AC <=> EF = DE = DF. D'où DEF est un triangle équilatéral

Repérage dans le plan

I. Repère du plan

On appelle repère du plan tout triplet (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) où 0 un point et $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ Sont deux vecteurs non colinéaires.

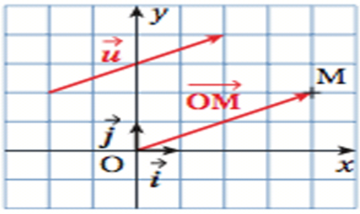




- Un repère est dit orthogonal si $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ ont des directions perpendiculaires
- Un repère est dit orthonormé s'il est orthogonal et si $\vec{\imath}$ et j sont de norme 1.

II. Coordonnées d'un vecteur

1) définition



Soit M un point quelconque d'un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)
et un vecteur $\vec{u}$ tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$
Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont les coordonnées du point M
Si M$\binom{x}{y}$, on note $\vec{u}\binom{x}{y}$ ou $\vec{u}$(x, y).

2) propriété

Soit A et B deux points de coordonnées $\binom{x_A}{y_A}$ et $\binom{x_B}{y_B}$ dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$).

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A}$.

Soit A$\binom{2}{-3}$ et B$\binom{6}{3}$ alors on a : AB$\binom{6-2}{3-(-3)}$ <=> AB$\binom{4}{6}$

III. vecteurs égaux et vecteurs orthogonaux

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées $\binom{x}{y}$ et $\binom{x'}{y'}$ dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ Sont égaux si et seulement si $\begin{cases} \boldsymbol{x = x'} \\ \boldsymbol{y = y'} \end{cases}$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ Sont orthogonaux si et seulement si **xx'+yy'= 0**

IV. Critères de colinéarité de deux vecteurs

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées $\binom{x}{y}$ et $\binom{x'}{y'}$ dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si **xy'- yx'= 0** ou s'il existe un réel k tel que $\boldsymbol{\vec{u}=k\vec{v}}$

Exemple :

On considère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) un repère du plan.
Soit A$\binom{-1}{1}$, B$\binom{3}{2}$, C$\binom{-2}{-3}$, D$\binom{6}{-1}$ et E$\binom{5}{0}$.

1) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2) Démontrer que les points E, B et D sont alignés.

1) $\overrightarrow{AB} = \binom{3-(-1)}{2-1} = \binom{4}{1}$ et $\overrightarrow{CD} = \binom{6-(-2)}{-1-(-3)} = \binom{8}{2}$.

Comme les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont proportionnelles, on en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
Les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

2) $\overrightarrow{EB} = \binom{3-5}{2-0} = \binom{-2}{2}$ et $\overrightarrow{ED} = \binom{6-5}{-1-0} = \binom{1}{-1}$.

-2 x (-1) – 2 x 1 = 0

Les coordonnées de $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{ED}$ vérifient le critère de colinéarité des vecteurs.

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont colinéaires.
Les points E, B et D sont donc alignés.

V. Coordonnées du milieu d'un segment

Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Le milieu M du segment [AB] a pour coordonnées :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_A + x_B) \\ \frac{1}{2}(y_A + y_B) \end{pmatrix}$$

VI. Distance dans un repère orthonormé

Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère *orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$ alors :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors AB = $\sqrt{x^2 + y^2}$

VII. Vecteur directeur – coefficient directeur

- Soit l'équation cartésienne (D) : ax+by +c=0 alors $\vec{u}\binom{-b}{a}$ est un vecteur directeur de (D) .a est appelé coefficient directeur de la droite (D)

EX : $\vec{u}\binom{-2}{3}$ est un vecteur directeur de la droite (D) :3x+2y-4=0

- Soit l'équation réduite (Δ) : y = mx+p alors $\vec{u}\binom{1}{m}$ est un vecteur directeur de (Δ).

EX : $\vec{u}\binom{1}{-4}$ est un vecteur directeur de la droite (Δ) : y= -4x+6

Soit (D1) et (D2) deux droite de coefficient directeur respectif a et a' :

- (D1) et (D2) sont parallèles <=> **a = a'**
- (D1) et (D2) sont orthogonaux <=> **axa'= -1**

VIII. Equation de droite

1) Déterminons l'équation de droite (Δ) passant par A(2 ;4) et parallèle à la droite (D) : 4x-3y+1=0

On a $\vec{u}\binom{3}{4}$ dirige (D)

Soit M$\binom{x}{y}$ appartient à (D) <=> $\overrightarrow{AM}\ \binom{x-2}{y-4} // \binom{3}{4}$ <=> 4(x-2)-3(y-4)=0 <=> 4x-8-3y+12=0 <=> 4x-3y+4=0

D'où **(Δ) : 4x-3y+4=0**

2) Déterminons l'équation de la droite (D) passant par B(-2 :6) et perpendiculaire à (Δ) :3x+2y-8=0

On a $\vec{u}\binom{-2}{3}$ dirige (Δ)

Soit M$\binom{x}{y}$ appartient à (Δ) <=> $\overrightarrow{BM}\ \binom{x-(-2)}{y-4} \perp \vec{u}\ \binom{-2}{3}$ <=> $\overrightarrow{BM}\ \binom{x+2)}{y-4} \perp \vec{u}\ \binom{-2}{3}$ <=>-2(x+2)+3(y-4)=0 <=> -2x+4+3y-12=0 <=> -2x+3y-8=0

D'où **(D) : -2x+3y-8=0**

Série d'exercices Repérage dans le plan

EXERCICE 1 : ©

Soit A(2 ;3), B(-4 ;-1) et C(2 ;4) trois points dans un repère orthonormé (O,i,j) du plan

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$
2) Calculer les distances AB, AC et BC
3) Calculer les coordonnées de I milieu de [AB]

EXERCICE 2 : ©

Soit les points A(2 ; 3), B(5 ; 2) et C(6 ; 3)
Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

EXERCICE 3 : ©

Soit les points A(1 ; 4), B(2 ; 0), C(5 ; -2) et D(4 ; 2)
Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

EXERCICE 4 : ©

Soit A(3 ; 5), B(2 ; 4), C(-3 ; 6)

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$
2) Déterminer l'équation de la droite (D) passant par A et colinéaire à la droite (BC)
3) Déterminer l'équation de la droite (Δ) passant par C et orthogonal a la droite (AB)

EXERCICE 5 : ©

Le plan est muni du repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}$)
On donne A(-1 ; 2), B(7 ; -8) et C(7 ; 2)

1) Démontre que C appartient au cercle (C) de diamètre [AB].
2) Trouve le couple de coordonnées du point D symétrique de C par rapport au centre I du cercle (C)
3) Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ?

EXERCICE 6

On donne les points E(${}^{4}{}_{3}$) ; F(${}^{-}{}_{2}{}^{2}$) et G(${}_{-}{}^{5}{}_{1}$)

1. Place ces points dans un repère orthonormal.
2. Calcule les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme. Place H.
3. Calcule les coordonnées du point L symétrique E par rapport à H. Place L
4. Calcule les coordonnées du point M image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{HF}$.
   Place le point M.

EXERCICE 7

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O,I,J), on considère les droites
$(D_1) : y = -x + 1$ et $(D_2) : x - y + 3 = 0$

1. Démontre que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.
2.

a. Construis les droites (D_1) et (D_2)
b. Justifie par le calcul que le point J appartient à la droite
c. On appelle E le point d'intersection de (D_1) et (D_2). Justifie par le calcul que E a pour couple de coordonnées (-1; 2).
d. Calcule la distance EJ
e. Détermine une équation de la droite (D_3) passant par J et parallèle à (D_2).
f. Quelle est la position relative de (D_3) et (D_1)? Justifie ta réponse.

EXERCICE 8

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O,I,J) on donne les points $A\binom{2}{-1}, B\binom{-3}{2}$ et $C\binom{0}{7}$

1.Démontre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.
2.Calcule les coordonnées du point E tel que ABEC soit un parallélogramme.
3.Soit F l'image de B par la translation de vecteur CE. Calcule les coordonnées de F.
4.Justifie que B est le milieu de $[AF]$

EXERCICE 9

Le plan est muni d'un repère orthonormal (0, I,J).

1. Donne la relation, entre les coordonnées traduisant l'appartenance du point .$A\binom{m}{n}$ à la droite (D) : ax + by + c = 0.
2. Donne la relation, entre les coordonnées, traduisant la colinéarité des vecteurs. $\vec{u}\binom{x}{y}$ et $\vec{v}\binom{a}{b}$.
3. Donne la relation, entre les coefficients directeurs, traduisant la perpendicularité des droites
(D_1) : y = ax + b et (L) : y = px + q.
4. On donne le point $A'\binom{2}{3}$ le vecteur $\vec{u}\binom{-1}{2}$ et la droite (D') passant par A' et de vecteur directeur $\vec{u}$

a) Détermine une équation cartésienne de la droite (D').

b) Justifie que le point $B\binom{4}{-1}$ appartient la droite(D')

c) Montre que l'équation réduite de la droite L^0perpendiculaire la droite (D') au point E, milieu de $[A'B]$, est $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

d) justifie que $IA' = IB$.

e) Montre que la mesure de l'aire de la surface du triangle $A'BI$ est 5

f) Fais une figure complète pour la question 4.

EXERCICE 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormal(O,OI, OJ) , on donne les droites (D) et (D') telles que :
(D) : x − y + 1 = 0 et (D') : x + y + 3 = 0.
1. Justifie que (D) est perpendiculaire à (D').
2. Trouve les coordonnées du point d'intersection A de (D) et (D').
3. Soit B (0 ; −5). Construis le point E image de B par la symétrie orthogonale d'axe (D') suivie de celle d'axe (D).
4. Trouver les coordonnées de E.

EXERCICE 11

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), on donne les points A (5 ; 0), B (6 ; 2) et C (2 ; 4).
1°) Montre que le triangle ABC est rectangle en B.
2°) Construis le point D tel que $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}$, puis calcule ses coordonnées.
3°) Construis le point E symétrique de C par rapport à B, puis calcule ses coordonnées
4°) Justifie que le quadrilatère ACDE est un losange.
5°) Soit F (12 ; 4) ; justifie que F est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

EXERCICE 12

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). (Unité graphique le centimètre).
Soient les points A (-2 ; 1), B (4 ; 3) et C (-1 ;-2)
1. Place les points A, B et C.
2. Montre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. Déduis-en la nature du triangle ABC.
3. Calcule les coordonnées de K milieu de [BC].
4. Calcule les coordonnées de D symétrique de A par rapport à K.
5. Démontre que le quadrilatère ABDC est un rectangle.
6. Montre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle (C) dont on donnera le centre et le rayon r.
7. On donne $\vec{u}$ (1; 7) ; calcule les coordonnées de E, image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$.

EXERCICE 13

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). On donne que A(4 ; 4) , B(7 ; 5) et C(8 ; 2).

1. Montre que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2. Détermine les coordonnées de E tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AE}$
3. Donne en le justifiant, la nature exacte de ABCE.

EXERCICE 14

Dans un repère orthonormal dont l'unité est le centimètre, on donne les points R(-3 ; 5) ; S(5 ; -1) et T(1 ; -3).

1. Montre que RS = 10.
2. Calcule les longueurs RT et ST. Donne les résultats sous la forme $a\sqrt{5}$
3. Montre que RTS est un triangle rectangle.
4. Calcule la valeur exacte de l'aire de RST et son périmètre.
5. On appelle (C) le cercle circonscrit au triangle RST de centre M.

a. Exprime $\widehat{TSR}$ en fonction de $\widehat{TMR}$

b. Calcule les coordonnées de M.

c. Calcule le rayon du cercle (C).

d. Démontre par calcul que le point N(-3 ; -1) appartient au cercle (C).

EXERCICE 15

Détermine une équation générale de chacune des droites décrites ci-dessous :

a. Droite passant par les points $A\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ et $B.\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$

b. Droite (D) passant par $A\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ et paralléle à (BC) avec $B\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}3\\8\end{pmatrix}$.

c. Droite (Δ) passant par G$\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et perpendiculaire à (EF) avec $E\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$$et$ F$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

d. Droite (L) passant par $A\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$.

2. Détermine une équation réduite de chacune des droites données ci-dessous.

a. Droite passant par les points $A\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

b. Droite (L) passant par $H\begin{pmatrix}7\\-7\end{pmatrix}$ et de coefficient directeur -1.

c. Droite (D') passant par K (4 ; 5) et perpendiculaire à la droite (D): $y = 3x + 1$.

d. Droite (Δ') passant par S (1 ; 2) et parallèle à la droite (Δ) : $y = x - 6$.

EXERCICE 16

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O,I,J), on donne $A(-3;6)$, B (4;5), C (5;-2) et D (-2;-1).

1) Placer les points A, B, C et D.
2) Calculer les coordonnées du point M milieu de [BD].
3) Prouver que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
4) Calculer AB.
5) Démontrer que ABCD est un losange.

EXERCICE 17

1. Place dans un repère orthonormé les points E, F et G définis par leurs coordonnées :
   E (-2 ; 2) ; F (- 3 ; - 2) ; G (6 ; 0).
2. Calcule le coefficient directeur de la droite (EG).
3. Détermine une équation de la droite (EF).
4. Démontre que les droites (EF) et (EG) sont perpendiculaires.
5. Soit M le milieu du segment [FG].Calcule les coordonnées de M.
6. On désigne par (C) le cercle circonscrit au triangle EFG.
   a. Calcule les coordonnées de son centre I et la valeur exacte de son rayon.
   b. Détermine l'équation de la droite (D) perpendiculaire à (IE) en E.
   c. Calcule les valeurs exactes des longueurs EF et EG.

EXERCICE 18

Dans le plan muni d'un repère orthonormal. L'unité choisie est le centimètre. Place les points A (2 ; 4) et B (-2 ; 8).

1. a. Vérifie que les points A et B appartiennent à la droite (D) d'équation: y = -x + 6 b. Trace la droite (D).
2. Calcule les coordonnées de M milieu de [AB].
3. Détermine l'équation de la droite (Δ) passant par M et perpendiculaire à (D).

Correction série d'exercices Repérage dans le plan

EXERCICE 1 :

1) Calculons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4-2\\-1-3\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2-2\\4-3\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2-(-4)\\4-(-1)\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}$

2) Calculer les distances AB, AC et BC

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$ <=> AB = $\sqrt{(-6)^2+(-4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = \sqrt{13 \, x \, 4} = 2\sqrt{13}$ <=> $\boxed{\textbf{AB} = 2\sqrt{13}\textbf{ cm}}$

On a : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ <=> AC = $\sqrt{0^2+1^2} = \sqrt{1} = 1$ <=> $\boxed{\textbf{AC = 1cm}}$

On a : $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}$ <=> BC = $\sqrt{6^2+5^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$ <=> $\boxed{\textbf{BC} = \sqrt{61}\textbf{ cm}}$

3) Calculer les coordonnées de I milieu de [AB]

On a : $X_I = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ et $Y_I = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$. Donc $I\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

EXERCICE 2 :

Soit $D\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}$

ABCD est un parallélogramme <=> $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ <=> $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-2\\2-3\end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}6-X\\3-Y\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}6-X\\3-Y\end{pmatrix}$ <=> $\begin{cases}3 = 6-X\\-1 = 3-Y\end{cases}$ <=> $\begin{cases}X = 6-3\\Y = 3+1\end{cases}$ <=> $\begin{cases}X = 2\\Y = 4\end{cases}$ d'où $D\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

EXERCICE 3 :

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-1\\0-4\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4-5\\2+2\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$colinéaire à $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ <=> (1)(4) – (-4)(-1) = 0 <=> 4-4=0 vrai

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

EXERCICE 4 :

1) On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-3\\4-5\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3-2\\6-4\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$
2) Déterminer l'équation de la droite (D) passant par A et colinéaire à la droite (BC)

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ appartient à (D) <=> $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y-5\end{pmatrix}$ colinéaire à $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$ <=> 2(x – 3) +5(y – 5) =0 <=> 2x -6 + 5y -25 =0 <=> 2x+5y-31=0 d'où **(D) : 2x+5y-31=0**

3) Déterminer l'équation de la droite (Δ) passant par C et orthogonal a la droite (AB)

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ appartient à (Δ) <=> $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x+3\\y-6\end{pmatrix}$ orthogonal à $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$ <=> (x+3)(-1) + (y-6)(-1) =0 <=> -x-3-y+6=0 <=> -x-y+3=0 d'où **(Δ) : x+y-3=0**

EXERCICE 5 :

1) Démontrons que C appartient au cercle (C) de diamètre [AB].

C appartient au cercle (C) de diamètre [AB si et seulement si ABC est un triangle rectangle en C

On a : $\begin{cases}AB^2 = (7+1)^2+(-8-2)^2 = 8^2+(-10)^2 = 64+100 = 164\\AC^2 = (7+1)^2+(2-2)^2 = 8^2 = 64\\BC^2 = (7-7)^2+(2+8)^2 = 10^2 = 100\end{cases}$ <=> 164=64+100 <=> $AB^2=AC^2+BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle en C. Par suite C appartient au cercle (C).

2) Trouvons le couple de coordonnées du point D symétrique de C par rapport au centre I du cercle (C)

Soit $D\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}$

On a : $S_I(C) = D$ <=> $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{ID}$

Calculons les coordonnées de I milieu de [AB]

$X_I = \frac{-1+7}{2} = 3$ et $Y_I = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3$ donc $\mathbf{I}\begin{pmatrix}\mathbf{3}\\\mathbf{-3}\end{pmatrix}$

On a : $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{ID}$ <=> $\overrightarrow{CI}\begin{pmatrix}3-7\\-3-2\end{pmatrix} = \overrightarrow{ID}\begin{pmatrix}X-3\\Y+3\end{pmatrix}$ <=> $\overrightarrow{CI}\begin{pmatrix}-4\\-5\end{pmatrix} = \overrightarrow{ID}\begin{pmatrix}X-3\\Y+3\end{pmatrix}$ <=> $\begin{cases}-4 = X-3\\-5 = Y+3\end{cases}$ <=> $\begin{cases}X = -1\\Y = -8\end{cases}$

D'où $\mathbf{D}\begin{pmatrix}\mathbf{-1}\\\mathbf{8}\end{pmatrix}$

3) ACBD est un rectangle

Transformations du plan

Définition :

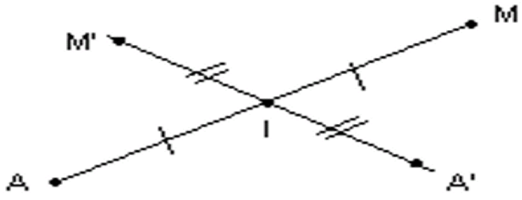
Les transformations du plan sont des fonctions dont l'ensemble de départ est formé par tous les points M du plan. On note : t : M $\longrightarrow$ M' ou t(M) = M'.Cela signifie que t transforme M en M'.

EX : la translation, la symétrie centrale, la symétrie axiale ou symétrie orthogonale sont des transformations.

I. La translation

La translation est une tansformation plane qui correspond au déplacement de chacun des points du plan selon un déplacement rectiligne déterminé. La transformation est une isométrie.

Etant donné les points(fixes) A et A', la translation t de A en A' associe à tout point M le point M' tel que les segments [AM'] et [A'M] aient meme milieu.



On a : t $\overrightarrow{AM'}$ (A') = M $<=>$ $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{A'M}$

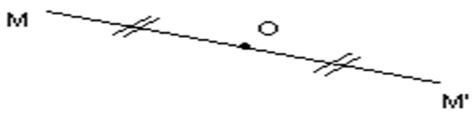
II. La symétrie centrale

La symétrie centrale est une rotation d'angle 180°

C'est une isométrie plane qui possède toujours un point invariant.

Etant donné un point (fixe) O, la symétrie S de centre O associe à tout point M le point M' tel que O soit le milieu du segment OM

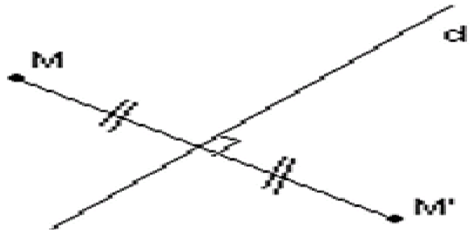
On peut écrire S_O(M)= M' <=> OM = OM'
On dit que M' est l'image de M par la symétrie S de centre O ,
ou que M' est le symétrie de M par rapport à O
O est son propre symétrie, c'est le seul point invariant



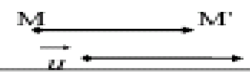
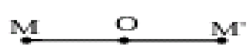
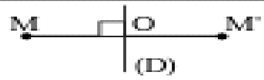
III. La symétrie axiale ou orthogonale ou réflexion

La symétrie axiale est une isométrie plane définie par un axe (d) telle que : M'est l'image de M par la symétrie axiale orthogonale d'axe (d) si et seulement si (d) est la médiatrice de MM'

les points situés sur l'axe (d) sont les seuls points invariants



IV. Récapitulatif

Transformation	Pour la définir il faut :	Le point M' image de M est défini par :	Figure
Translation	un vecteur $\vec{u}$	$\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$	
Symétrie centrale	un point (le centre) : O	O est le milieu de [M M']	
Réflexion (symétrie axiale)	une droite (l'axe) : (D)	(D) est la médiatrice de [M M']	

Série d’exercices Transformations du plan

EXERCICE 1 : ©

ABC est un triangle.

Le point B’ est le symétrique de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

1) Comment sont les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BB'}$
2) Quelle est la nature du quadrilatère ABB’C

EXERCICE 2 : ©

Soit (D) et (D’) deux droites telles que (D)$//$(D’) et M un point quelconque du plan

1) Construire les point M_1 et M’ tel que $S_{(D1)}(M) = M_1$ et $S_{(D2)}(M) = M'$
2) Montrer que M’ est l’image de M par une translation de vecteur que l’on déterminera

EXERCICE 3 : ©

ABC est un triangle.

Les points A’ et B’ sont les milieux respectifs de BC et AC. M est un point intérieur au triangle ABC .

1) Construire le point D symétrique de M par rapport à A’ et le point E symétrique de M par rapport à B’.
2) Démontre que le quadrilatère ABDE est un parallélogramme.

EXERCICE 4

Réponds par vrai ou faux :

a. La translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ est égale à la translation de vecteur $\vec{v} + \vec{u}$.

b. Une rotation transforme une droite en une droite qui lui est parallèle.

c. Par une rotation de centre A, l’image du point A est le point A lui-même.

d. Si deux droites (D) et (D’) sont sécantes, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D’) est une translation.

e. Si deux droites (D) et (D’) sont sécantes, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D’) est une symétrie centrale.

f. Si deux droites (D) et (D’) sont perpendiculaires, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D’) est une symétrie centrale.

EXERCICE 5

Trace un triangle équilatéral ABC de 4 cm de côté.

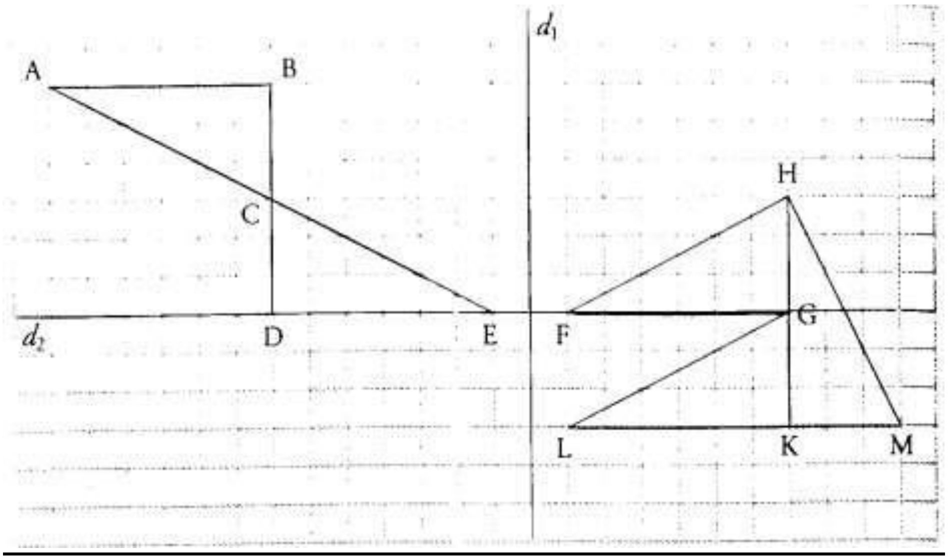
1) Construis l'image du triangle ABC par la symétrie de centre C et hachure au crayon noir l'intérieur de cette image.

2) Construis l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BC) et hachure au crayon rouge l'intérieur de cette image.

EXERCICE 6

On a représenté sur le quadrillage ci-dessous cinq triangles rectangles de mêmes dimensions.

Sans justification, réponds aux questions ci-dessous :



1. Quelle est l'image du triangle FGH par la symétrie orthogonale par rapport à d_1 ?
2. Quelle est la transformation par laquelle on passe du triangle ABC au triangle EDC ?
3. Quelle est la transformation par laquelle on passe du triangle GKL au triangle HGF ?

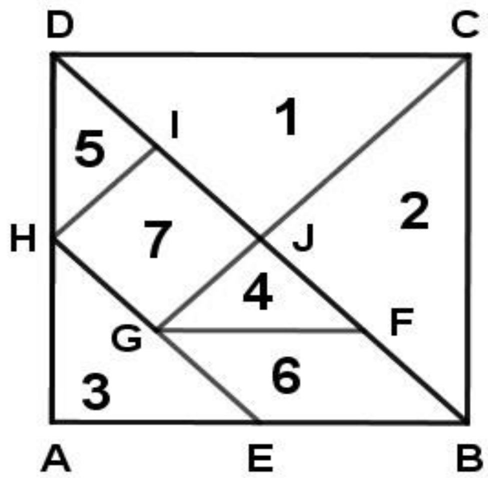
EXERCICE 7

Le puzzle chinois découpé dans un carré est formé de 5 triangles rectangles isocèles :

1, 2, 3, 4, 5 d'un parallélogramme 6 et d'un carré 7. En observant le dessin de ce puzzle, réponds aux questions ci-dessous :

a. Quelle est l'image de B par la symétrie de centre F ?

b. Quelle est l'image de A par la symétrie orthogonale par rapport à (BD) ?

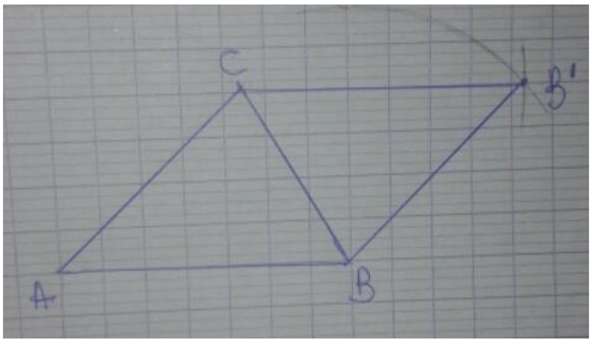


c. Quelle est l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{GF}$?

d. <Quelle est l'image de J par la symétrie de centre G, suivie de la symétrie de centre H ?

e. Quelle est l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{GF}$, suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BF}$?

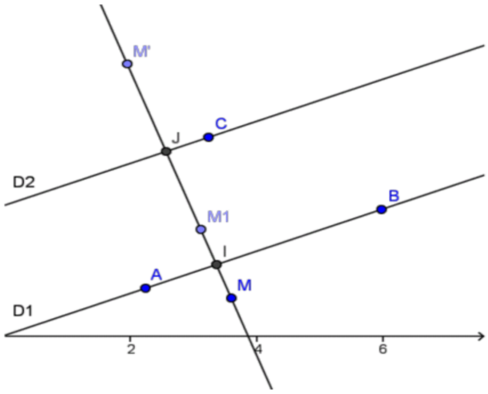
EXERCICE 1 :



1) .t $\overrightarrow{AC}$ (B) = B' <=> $\overrightarrow{AC}$ = $\overrightarrow{BB'}$

2) $\overrightarrow{AC}$ = $\overrightarrow{BB'}$ <=> ABB'C est un parallélogramme.

EXERCICE 2 :



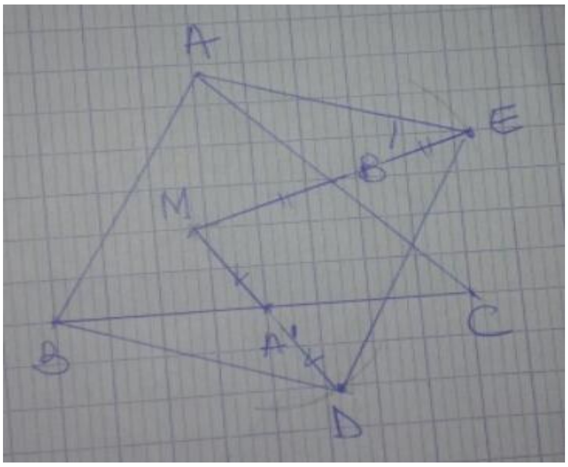
I est le milieu de [MM_1] donc $\overrightarrow{MM1} = 2\overrightarrow{MI}$

J milieu de [M1M'] donc $\overrightarrow{M1M'} = 2\overrightarrow{M1J}$

Alors $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{IJ}$ donc M' est l'image de M par la translation de Vecteur $2\overrightarrow{IJ}$

Avec I et J sont les projetés orthogonaux de M sur (D1) et (D2)

EXERCICE 3 :



Démontrons que le quadrilatère ABDE est un parallélogramme.

ABC triangle $\begin{cases} \text{B' milieu de [AC]} \\ A' \; milieu \; de \; [BC] \end{cases}$

D'après droite des milieux : (AB)// (A'B').

De même On prouve que : A'B'= $\frac{1}{2}$AB (1)

MDE triangle

$\begin{cases} \text{B' milieu de [ME]} \\ A' \; milieu \; de \; [MD] \end{cases}$ D'après droite des milieux (DE)// (A'B').

De même On prouve que : A'B'= $\frac{1}{2}$DE (2)

$$(1) \text{ et } (2) \iff \begin{cases} A'B' = \frac{1}{2}AB \\ (AB) \; // \; (A'B'). \end{cases} \text{ et } \begin{cases} A'B' = \frac{1}{2}DE \\ (DE) \; // \; (A'B'). \end{cases} \iff \begin{cases} \overrightarrow{A'B'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{A'B'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DE} \end{cases} \iff \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DE}$$

D'où ABDE est un parallélogramme.

EPREUVE BLANCHE n°1

EXERCICE 1 :5pts

On donne A=$\sqrt{121}$-2$\sqrt{112}$+$\sqrt{63}$-$\sqrt{81}$ et B(x)= x^2-1+(x+7)(2x-2)

1) Ecrire A sous la forme a+b$\sqrt{c}$ (a, b et c sont des entiers relatifs) (1pt)
2) Factorisé B(x) (1pt)
3) Développer, réduire, puis ordonner B(x) (1pt)
4) Soit l'expression q(x) = $\frac{B(x)}{(x-1)(x+7)}$
   a. Etablir la condition d'existence de q(x) et la simplifier (1pt)
   b. Calculer q(x) pour x = -1 (1pt)

EXERCICE 2 : 5pts

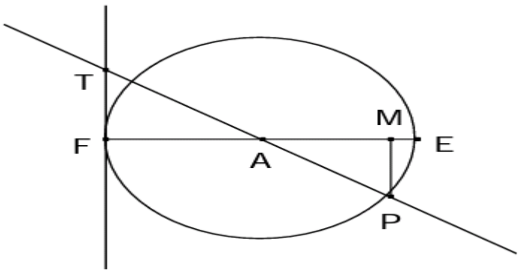
Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) Adama et Awa désirent acheter en commun un magnétophone qui coute 20000 F .Les économies de Awa représentent $\frac{4}{5}$ de celles de Adama .S'ils réunissent leur économies, il leur manque 2720 F pour effectuer leur achat. Calculer le montant des économies de chacun (2,5pts)
2) On donne : f(x) = $|4x-3|$
   a. Montrer que F est une application affine par intervalles (1,25pts)
   b. Faire la représentation graphique de F dans un repère orthonormé (O, i, j) (1,25pts)

EXERCICE 3 : 4pts

On considère un cercle de centre A et de rayon 5 cm. soit [EF] un de ses diamètres, M le point du segment [AE] tel que AM=4 cm et P un point du cercle tel que MP=3 cm.

1) Démontrer que le triangle AMP est rectangle en M. (1pt)
2) On trace la tangente au cercle en F. Cette droite coupe (AP) en T
   a. Quelle est la mesure de l'angle AFT. Justifier votre réponse. (1pt)
   b. Démontrer que les droites (FT) et (MP) sont parallèles. (1pt)
   c. Calculer la longueur AT (1pt)



EXERCICE 4 : 6 pts

Mr DIARRA, entrepreneur des travaux publics, doit aménager le long des allées d'une avenue des bancs en béton. Il hésite entre deux modèles :

- Le modèle 1 : a la forme d'un tronc de cône de révolution dont les bases parallèles ont respectivement 20 cm et 10 cm de rayons
- Le modèle 2 : a la forme d'un tronc de pyramide dont les bases parallèles sont des carrés de cotés respectifs 40 cm et 20 cm.

Les deux modèles ont une hauteur de 50cm.

1) Représenter chaque modèle
2) Sachant que le modèle le moins volumineux est le plus économique pour DIARRA, aidez-le à faire le bon choix.

EPREUVE BLANCHE n°2

EXERCICE 1 : 5pts

On donne $A=2\sqrt{75} - 3\sqrt{48} + \sqrt{243} - 2\sqrt{9}$ et $B=\frac{13}{3}\sqrt{27} + 2\sqrt{9} - 2\sqrt{300}$

1) Ecrire A et B sous la forme $a+b\sqrt{3}$ (2pts)
2) Montrer que A et B sont opposés (0,75pts)
3) Montrer que $\frac{A}{B}$ est un entier relatif que l'on déterminera (0,75pts)
4) En utilisant l'expression de B, trouvée à la question 1), encadrer B sachant que $1{,}732 \leq \sqrt{3} \leq 1{,}733$ (1,5pts)

EXERCICE 2 : 5pts

Pour préparer une « opération tabaski », Mr Diémé pèse ses 30 moutons afin de les répartir par catégories de poids, en quatre classes de poids d'amplitude 4 kg, qu'il désigne respectivement par « 4^e^choix », « 3^e^choix », « 2^e^choix », « 1^e^choix ».Le relevé ci-dessous donne le poids en kilogramme des moutons pesés : 50 – 52 - 52,5 - 54,5 – 52 – 59 – 58 – 55 – 55,5 – 56 – 55 – 55 – 57 – 58 - 58,5 – 60 – 60,5 – 65 – 63 – 60 - 61 - 65 - 64 - 65 - 55 - 59 - 58 – 59 – 59,5 – 65.

1) Donner les classes, d'amplitude 4kg, de cette répartition sachant que la borne inférieure de la première classe de poids est de 50. (1,25pts)
2) Dresser le tableau des effectifs de la série groupée en classes. Déterminer la classe médiane. (1,25pts)
3) On suppose dans la suite que le tableau des effectifs obtenu est :

	« 4^e choix	« 3^{e}choix »	« 2^{e}choix »	« 1^{e}choix »
Classes	[50 ; 54 [	[54 ; 548 [	[58 ; 62 [	[62; 66 [
Nombre de moutons : effectifs	4	8	12	6

Dessiner le diagramme circulaire de cette série. (1,25pts)

4) Un mouton de « 1^{e}choix » est vendu à 70000F un mouton de « 2^{e}choix » 65000Fet un mouton de « 4^{e}choix » 52000F.A combien en mouton « 3^{e}choix » devra-t-il être vendu pour que le prix de vente moyen des moutons soit 62000F une fois que les moutons seront tous vendus aux prix indiqués. (1,25pts)

EXERCICE 3 : 5pts

SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD de centre O. On donne SO=11cm et $AB=2\sqrt{2}$cm.

1) Calculer le volume de cette pyramide (1,5pts)
2) Démontrer que $SB=5\sqrt{5}$cm (1,5pts)
3) On sectionne la pyramide à mi-hauteur, par un plan parallèle à sa base.
   a) Calculer le volume de la pyramide réduite obtenue (1 pts)
   b) Calculer le volume du tronc de pyramide obtenu (1 pts)

EXERCICE 4 :5pts

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé. Placer les points A(1 ; 3) ;B(2 ; 2) et C(3 ; 5)

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ (0,75pts)
2) Calculer les distances AB ; AC et BC (0.75pts)
3) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme (1pts)
4) Montrer que les points A, B et C sont sur un même cercle de centre I dont on précisera les coordonnées. (1,25pts)
   En déduire que ABDC est un rectangle. (0,25pts)
5) Déterminer l'équation de la droite (D1) passant par A et parallèle à la droite (D2) :2x-3y+1=0 (1pts)

EXERCICE 1 :7pts

Recopier chacune des affirmations ci-dessous. Dire si elle est vraie(V) ou fausse(F)

a) Si x est un réel négatif alors –(-x) est positif. (1pt)
b) Si le triangle ABC est rectangle en B alors $\sin\vec{A}=\cos\vec{C}$ (1pt)
c) $\sqrt{15} = \frac{\sqrt{60}}{2}$ (1pt)
d) A+B=90 alors A et B sont supplémentaires (1pt)
e) $(-a-b)^2= -a^2-2ab+b^2$ (1pt)
f) $\frac{8}{5}$ est une solution de l'équation $8-5x^2=0$ (1pt)
g) *la droite d'équation* $y = 2x+3$ passe par le point A(1 ;5) (1pt)

EXERCICE 2 : 4.5ts

On considère deux polynômes f et g définies dans R par : $f(x)= x^2 - x$ et $g(x)=1 – 2x$

1. Calculer les réels $r_1= f(\sqrt{8})$ et $r_2= g(\sqrt{2})$ (1pt)
2.
   a) Calculer le réel $r= f(\sqrt{8}) + g(\sqrt{2})$ (0.5pts)
   b) Donner un encadrement de r d'amplitude 0.01 sachant que $1,414<\sqrt{2}<1.415$ (1.5pts)

3. Calculer le réel $q = \frac{r1}{r2}$. Montrer que q peut s'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a un entier relatif et b un entier naturel. (1.5pts)

EXERCICE 3 : 4pts

SABCD est une pyramide régulière de sommet S, de hauteur SO=10 cm et dont la base est un carré de côté 6cm

a) Faire une représentation de cette pyramide (0,5pt)
b) On effectue une première section de cette pyramide par un plan (P1) parallèle à sa base et qui qui coupe (SO) au point H tel que SH=3cm puis une deuxième section par un plan (P2) parallèle à sa base et qui coupe (SO) au point H' tel que SH'=7cm
c) Faire la représentation de ces deux sections sur le dessin précédent (1pt)
d) Calculer le volume du tronc de pyramide compris entre (P1) et (P2). (2,5pts)

EXERCICE 4 : 4,5pts

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).

1. Construire la droite (Δ) d'équation $x-2y+6=0$ (1pt)
2. Placer le point A de coordonnée (-5 ; 8).Justifier que A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O. (1pt)
3. Soit le point B (1 ; -4).Calculer les coordonnées de K milieu de [AB] (1pt)
4. Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à (Δ) (1,5pts)

EPREUVE BLANCHE n°4

EXERCICE 1 :6pts

On considère les expressions suivantes : $H(x) = 4(x+\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}(x+\sqrt{3}) + 3$ et $G(x) = (2x+\sqrt{3})^2$.

1) Développer, réduire et ordonner H(x) et G(x). (2pts)
2) En déduire une factorisation de H(x) (1pt)
3) On pose $Q(x) = \sqrt{H(x)} - 7$
   a) Résoudre l'équation $Q(x) = 2\sqrt{3}$ (2pt)
   b) Résoudre l'équation $Q(x) = \frac{2}{3}$ (1pt)

EXERCICE 2 :5pts

f et sont deux applications dans R définies comme suit f(x) = x-1 et $\begin{cases} g(x) = -2x+2 \text{ pour } x \text{ £ }]-\infty\,;\, 2] \\ g(x) = \frac{5}{2}x - 7 \text{ pour } x \text{ £ } [2\,;\, 4] \\ g(x) = 3 \text{ pour } x \text{ £ } [4\,;+\infty[\end{cases}$

1) Déterminer la nature des applications f et g
2) Peut-on trouver des réels x pour lesquels f(x) = g(x) ?
3) Trace dans une même repère les représentations graphique les applications f et g
4) Ces représentations graphiques ont-elles des points communs ? Si oui quelles sont leurs abscisses ? pouvait-on prévoir ces résultats

EXERCICE 3 :4pts

1) On considère un segment [AB] de milieu I, démontrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{2MI}$
2) ABC est un triangle, on suppose qu'il existe un point H tel que $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
   En utilisant I, milieu de [AB], démontrer que H est un point de [IC].

EXERCICE 4:5pts

1. Construire le triangle rectangle en A, dont les dimensions sont les suivantes : AB = 8cm et AC=6cm
2. Calculer BC puis cos(ABC)
3. Placer le point M tel que $AM = \frac{1}{3}AB$
4. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N
   a. Comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$
   b. En déduire que $AN = \frac{1}{3}AC$

EPREUVE BLANCHE n°5

EXERCICE 1 :

Soit f une fonction définie par f(x) = $\sqrt{2x-3}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Calculer si elles existent les images par f de 2 ; 0 ;-3 et 5
3) Soit A = 2- $\sqrt{3}$ et B =2+$\sqrt{3}$
   a) Calculer A^2 et B^2
   b) Déduire de la question précédente une écriture simplifiée des réels C et D suivants :

C = $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ et D = $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

EXERCICE 2 :.

Deux classes de troisième, 3^e A et 3^e B, décident d'organiser un match de football entre garçons.

Le capitaine de la 3^e A dit au capitaine de la 3^e B « si 5 parmi vous viennent dans notre équipe, nous serons égaux ».

Le capitaine de la 3^e B répond « oui mais si l'un de vous nous rejoins alors nous serons votre double ».

Calculer le nombre de garçons de chaque classe.

EXERCICE 3:

Dans le plan muni du repère orthonormé (O ; i ; j) on donne les points A(-2 , 3) et B(-2 ,-3)

1) Trouver par le calcul les coordonnées du point C image de A par la symétrie de centre O et les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur BC
2) Montrer que ADCB est un rectangle
3) Trouver la longueur L du cercle circonscrit à ADCB. On prendra π = 3,14.
4) Déterminer l'équation de la médiatrice (Δ) du segment [AC].
5) Trouver le réel a pour que le point K (a ; -1) appartient à (Δ)

EXERCICE 4 :

Soit un cône de révolution de sommet s et d e base le cercle (C) de centre O et de rayon R = a.
La distance OS = 2a.

1) Calculer en fonction de a le volume du cône.
2) Soit T un point qui décrit le cercle ; calculer une mesure, selon le degré près de l'angle OST.
3) NOQR est un carré inscrit dans le cercle de base (C).calculer le volume et l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR.

Bonne chance !!

EPREUVE BLANCHE n°6

EXERCICE 1 :6,5pts

A) **Recopie et complète les phrases suivantes :**

1) RTS est un triangle rectangle en S, alors d'après le théorème de PYTHAGORE, on a : …………………… $\mathbf{0{,}5}\ \boldsymbol{pt}$

2) Si on a : $\boldsymbol{a} < b\ et\ c$ un nombre négatif, alors $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c}$…………..$\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{C}$. $\mathbf{0{,}5}\ \boldsymbol{pt}$

3) ABC est un triangle rectangle en A, alors le cosinus de l'angle $\boldsymbol{B}$ est égale au ……….. . . $\mathbf{0{,}5}\ \boldsymbol{pt}$

4) Choisis la bonne réponse. **0,5 pt**

L'équation $-4x^2 - 9 = 0$ a pour solution : $S = \emptyset$; $S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$; $S = IR$

B) **répondre aux questions**

5) sachant que 1,414< $\sqrt{2} < 1{,}415$, donne un encadrement à 10^{-1} près de E= -5$\sqrt{2}$ +7 1 $\boldsymbol{pt}$

6) justifie que la solution de l'inéquation -3x+$\sqrt{3} \geq 0$ est oui ou non S = [$\frac{\sqrt{3}}{3}$; $+\propto$ [1 $\boldsymbol{pt}$

7) sachant que sin $\widehat{ACB}$ =$\frac{5}{7}$, calcule cos$\widehat{ACB}$ $\mathbf{0{,}5}\ \boldsymbol{pt}$

8) on donne a= -7 +5$\sqrt{2}$ et b= 7 +5$\sqrt{2}$

8-1) Calcule a², b² et axb $\mathbf{0{,}5}$x 3 $\boldsymbol{pt}$

8-2) complète la phrase : « a et b sont ……………………………. » $\mathbf{0{,}5}\ \boldsymbol{pt}$

EXERCICE 2 :4,5pts

Pour financer une sortie pédagogique, une école décide de vendre les tomates de son jardin.
Le client paye en plus de la quantité de tomates achetée une somme forfaitaire fixe pour le transport.
Un commerçant qui a acheté 300 kg a versé au gestionnaire une somme totale de 125000 F.
Un membre de l'association des parents d'élèves a acheté 100 kg et a payé 45000 F.

5. Calcule le prix d'un kilogramme de tomates et la somme forfaitaire allouée au transport.
6. Soit p(x) la somme totale, en francs, payée par un client qui a acheté **x** kilogrammes de tomates. Détermine l'expression p(x).
7. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement p en prenant 1 cm pour 50 kg en abscisses et 1 cm pour 10000 F en ordonnées.
8. Détermine graphiquement la somme totale à payer pour un achat de 75 kg de tomates.

EXERCICE 3 : 5pts

RUV est un triangle. On donne : RV = 8cm, RU = 7cm, et UV = 3cm. S est un point de [RV]. La parallèle à (UV) passant par S coupe (RU) en T. on pose RS = x avec x compris entre 0 et 8.

1) Exprime les longueurs RT et TS en fonction de x. **(2pts)** 2) Exprime en fonction de x :

a. le périmètre du trapèze STUV. **(1pt)**

b. le périmètre du triangle RTS. **(1pt)**

3) Détermine la valeur de x pour laquelle ces deux périmètres sont égaux. **(1pt)**

EXERCICE 4 : 4pts

1) Trace un demi-cercle de centre I et de diamètre [RA] tel que RA = 7 cm.
2) Trace la corde [RS] telle que RS = 5,6 cm.
3) Démontre que le triangle RAS est rectangle en S.
4) Calcule AS et tan Â .
5) Soit E le point appartenant à [RS] et F le point appartenant à [AS], tels que SE = 4,8 cm et SF = 3,6 cm. Démontre que (EF) est parallèle à (RA).

EPREUVE BLANCHE n°7

EXERCICE 1: 5pts

1) Donne l'expression conjuguée du réel suivant: $3 + 2\sqrt{5}$.**(1pt)**
2) Soit x un nombre negatif, complète les pointillés $\sqrt{x^2} = \cdots$.**(1pt)**
3) Parmi les racines carrées suivantes, quelles sont celles qui sont des nombres rationnels et celles qui sont des nombres irrationnels ? $\sqrt{4}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{81}$.**(1pt)**
4) Enonce le théorème de Thales dans le cas d'un triangle (on fera une figure).**(1pt)**
5) Enonce le théorème de Pythagore dans un triangle ABC rectangle en C (on fera une figure). **(1pt)**

EXERCICE 2 : 4pts

On donne les expressions suivantes :

$$A(x) = (2x + 3)(x + 1) \text{ et } B(x) = 2x^2 + 5x + 3 + (-2x - 3)(4x + 2)$$

1) Montre que $A(x) = 2x^2 + 5x + 3$.**(1pt)**
2) Déduis en une factorisation de $B(x)$.**(1pt)**
3) Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :$(2x + 3)(-3x - 1) \leq 0$.**(1pt)**
4) Calcule $A(x)$ pour x=$\sqrt{3}$.**(0.5pt)**
5) Donne un encadrement à l'unité de 9+$5\sqrt{3}$ sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$.**(0.5pt)**

EXERCICE 4 : 5pts

1) On pose a = $1 + \sqrt{5}$; b = $1 - \sqrt{5}$; calcule a^2 et b^2. **(0.5pt+0.5pt)**

2) a) Soit c = $\frac{1 + \sqrt{5}}{6 + 2\sqrt{5}}$, rends rationnel le dénominateur de c.**(1pt)**

b) Effectue le produit a x c. Que peut on dire des nombres a et c ?**(1pt+0.5pt)**

c) Calcule $\frac{a}{4} + \frac{1}{1 - \sqrt{5}}$. Que peut on dire des nombres $\frac{a}{4}$ et $\frac{1}{1-\sqrt{5}}$? **(1pt+0.5pt)**

EXERCICE 4 : 6pts

1) Trace un demi-cercle de centre I et de diamètre $[RA]$ tel que RA=7cm.**(0.5pt)**

2) Place un point S sur le demi-cercle tel que RS=5,6cm.**(0.5pt)**

3) Démontre que le triangle RAS est un triangle rectangle en S.**(1pt)**

4) Montre que AS=4,2cm puis cos$\widehat{SAR}$, sin$\widehat{SAR}$ et tan$\widehat{SAR}$. **(2pts)**

5) Soit E le point de $[RS]$ tel que SE=4,8cm et F le point de $[AS]$ tel que SF=3,6cm.

a) Démontre que les droites (EF) et (RA) sont parallèles.**(1pt)**
b) Calcule EF.**(1pt)**

EPREUVE BLANCHE n°8

EXERCICE 1

On considère les expressions suivantes :

$A(x) = (-3x + 1)(2x - 7) + 28x - 8x^2$, $B(x) = 49 - 4x^2$ et $C(x) = (5x - 3)^2 - (3x + 4)^2$.

Soit $F(x) = A(x) - 2B(x) + C(x)$

1) Développer et réduire F(x).
2) Factoriser F(x)
3) Résoudrel'équation $F(x) = -112$

EXERCICE 4

Soient $E = \sqrt{3} + 2$ et $F = \sqrt{3} - 2$

1- Calcule E^2 ; F^2 et $E \times F$ ***(3 x 0,5pt)***

2- Montre que $\frac{E}{F} + \frac{F}{E}$ est un entier relatif ***(1pt)***

3- Etudie le signe de F. ***(0,5pt)***

4- On pose $G = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

a- Ecris G au moyen d'un seul radical ***(1pt)***

b- Donne un encadrement de G à 10^{-2} près sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$. ***(1pt)***

EXERCICE 4 :5,5pt

1) Construis un triangle ABC tel que AB= 4,8cm, AC=8cm et BC=6,4cm.
2) Démontre que ABC est rectangle. (1pt)
3) Place sur [BC] le point I tel que CI= $\frac{1}{3}$ BC. La parallèle à (AB) passant par I coupe (AC) en J
   a) Calcule CJ et IJ. (0,5pt ; 0,5pt)
   b) Calcule sin $\widehat{BAC}$ et sin $\widehat{IJC}$ .Que peut-on dire de $\widehat{BAC}$ et $\widehat{IJC}$? En déduis les mesures de $\widehat{IJC}$ et $\widehat{IJA}$. (5 x 0,5pt) (figure 1pt)

   On donne sin 30°=0,5 ; sin 37°=0,6 ; sin 53°=0,8 ; sin 64°=0,9

EXERCICE 4

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 4 cm

1) Construire ce triangle
2) Placer le point M sur le segment [AB] tel que BM = 3,5 cm et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB) ; elle coupe le segment [BC] en E.
3) Calculer AM
4) Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles
5) Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible) 6) Le triangle AEM est –il un triangle isocèle en M ?

EPREUVE BLANCHE n°9

EXERCICE 1 **:9pts**

Soit $A = 16 - (2x-1)^2$ $\quad B = (25 - 20x + 4x^2) + (5 - 2x)$

1) Factorise B et $B - A$. **(2pts)**

2) Développe et réduis A. **(0,5pt)**

3) Calcule la valeur numérique de A pour x = $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\right)$ **(1pt)**

4) Encadre $(-11 + 10\sqrt{2})$ à 10^{-1} près, sachant que : $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

5) Résous dans IR :

a) L'équation : $A = 0$. **(0,5pt)**

b) L'équation $A := B$. **(1pt)**

c) L'équation : $|2x^2 - 3| = 3$. **(1pt)**

d) L'inéquation : $(-x+1)(3x+5) < 0$ **(1 pt)**

e) Le système d'inéquation : $\begin{cases} x - 4 < \frac{1}{3} \\ -3x + 1 \leq 0 \end{cases}$ **(1pt)**

EXERCICE 2 **:6pts**

1) Construis un triangle ABC. On donne : AB = 9 cm, AC = 6 cm et BC = 7,5 cm. **(1pt)**

2) Place le point R du segment [AB] tel que BR = 6 cm et le point S du segment [AC] tel que AS = 2 cm. **(1pt)**

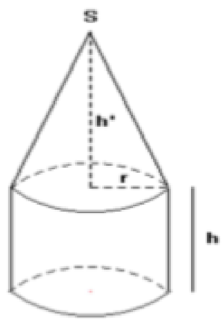
3) Démontre que les droites (RS) et (BC) sont parallèles. Calcule la distance RS. **(2pts)**

4) Construis le point T pour que RSCT soit un parallélogramme **(1pt)**

5) Précise la position du point T. Justifie ta réponse. **(1pt)**

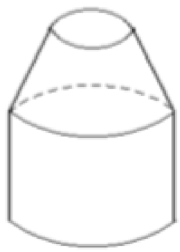
EXERCICE 3 **:5pts**

Un réservoir est constitué d'un cylindre de rayon de base r et de hauteur h et d'un cône de révolution de même rayon de base et de hauteur h' = $\frac{3h}{2}$ (Voir la figure ci-contre).



1. Montrer que le volume du cylindre est le double de celui du cône. (1,5 pt)
2. Dans la suite on donne r = 4m.
   a) Calculer la hauteur h' du cône pour que le volume du réservoir soit de 528 m^3. (1,5 pt)
   b) Pour créer une ouverture du réservoir on coupe le cône à mi-hauteur parallèlement au plan de sa base (le cône réduit est ainsi enlevé).
   On obtient un réservoir ayant la forme indiquée par la figure ci-dessous :

   Calculer le volume restant du réservoir. (On prendra $\pi = \frac{22}{7}$).



EXERCICE 1 :7pts

On donne l'expression littérale $f(x) = (2x-1)^2 - (1-2x)(3x+5)$.

1. a) Factorise $f(x)$. $(1\ pt)$
   b) Résous dans $\mathbb{R}$: $(2x-1)(5x+4) \leq 0$ *et* $|2x-1| = |5x+4|$. $(1,5pts + 1,5pts)$
2. Soit le réel $M = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - (2\sqrt{3}-1) + \sqrt{25}$.
   a) Montre que : $M = 8 - 3\sqrt{3}$. $(1,5\ pts)$
   b) Donne un encadrement de M à 10^{-1} *près* sachant que $1,732 < \sqrt{3} <$ 1,733. $(1,5\ pts)$

EXERCICE 2 :3pts

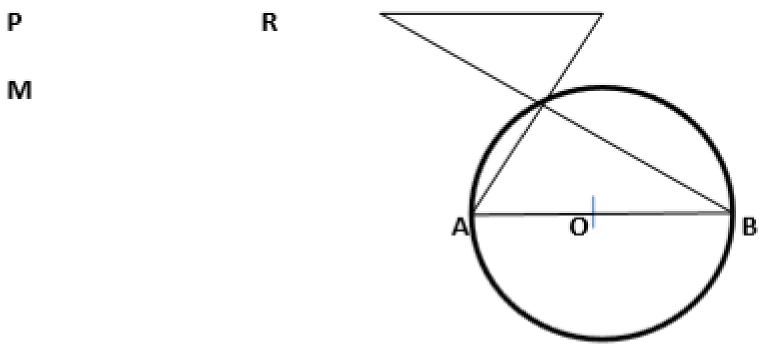
Awa a acheté des œufs à 80 F l'unité. Sa sœur, très étourdie, en casse 10. Elle revend le reste à 100 F l'unité et réalise un bénéfice égal au huitième du prix d'achat.

1. En désignant par x le nombre d'œufs achetés, exprime en fonction de x le prix d'achat ; le prix de vente et le bénéfice. $(0,5\ pt + 0,5\ pt + 0,5pt)$
2. Sachant que : $prix\ de\ vente - prix\ d'achat = bénéfice$.
   Calculer le nombre d'œufs achetés et le bénéfice réalisé. $(1\ pt + 0,5\ pt)$

EXERCICE 3

Sur la figure ci-dessous on donne O le centre du cercle (C) ; $AB = 8\ cm$; $MR = \sqrt{3}$; $PM = 3\ cm$ et $\widehat{MAB} = 60°$. $(la\ figure\ n'est\ pas\ en\ vraie\ grandeur\ et\ n'est\ pas\ à\ reproduire)$

1. Justifie que le triangle ABM est un triangle rectangle. $(1\ pt)$
2. Montre que : $BM = 4\sqrt{3}\ cm\ et\ AM = 3\ cm$. $(1,5\ pts + 1,5\ pt)$
3. Démontre que les droites (PR) *et* (AB) sont parallèles. $(1,5\ pts)$
4. Calcule la valeur de PR. $(1,5\ pts)$



CORRECTION EPREUVE BLANC n°1

EXERCICE 1 :

1) A=$\sqrt{121}$-2$\sqrt{112}$+$\sqrt{63}$-$\sqrt{81}$= 11 -2$\sqrt{16x7}$+$\sqrt{9x7}$ -9 =11 -8$\sqrt{7}$+3$\sqrt{7}$ -9 = **2 - 5$\sqrt{7}$**
2) B(x)= x^2-1+(x+7)(2x-2)=(x-1)(x+1)+2(x+7)(x-1)=(x-1)[(x+1)+2(x+7)] = **(x-1)(3x+15)**
3) B(x)= x^2-1+(x+7)(2x-2) = x^2-1+2x^2-2x+14x-14 = x^2+2x^2-2x+14x-1-14 = **3x^2+12x-15**
4) q(x) = $\frac{B(x)}{(x-1)(x+7)}$= $\frac{(x-1)(3x+15)}{(x-1)(x+7)}$ q(x) existe lorsque x-1≠0 et x+7≠0

   a) donc q(x) existe si et seulement si **x ≠ 1** et **x ≠ -7**

on a q(x)= $\frac{3x+15}{x+7}$

   b) q(-1)= $\frac{3(-1)+15}{-1+7}$=$\frac{-3+15}{6}$=$\frac{12}{6}$=2 donc **q(-1) = 2**

EXERCICE 2 :

1) Soit x et y les montants respectifs des économies de ADAMA et de AWA.

On a : y = $\frac{4}{5}$x ① et x+y =20000-2720 <=> x+y= 17280 ②

Remplacons y par sa valeur dans ② : on a x+ $\frac{4}{5}$x =17280 <=> $\frac{9}{5}$x =17280 <=> x=$\frac{17280*5}{9}$

<=> **x = 9600f**

Remplacons y par sa valeur dans ① :on a y = $\frac{4}{5}$ x9600 <=> **y = 7680 f**

2) F(x) = │4x-3│ on 4x-3=0 <=> x=$\frac{3}{4}$

   a) on 4x-3=0 <=> x=$\frac{3}{4}$

x	∞ $\frac{3}{4}$	∞
4x-3	-	+
│4x-3│	-4x+3	4x-3

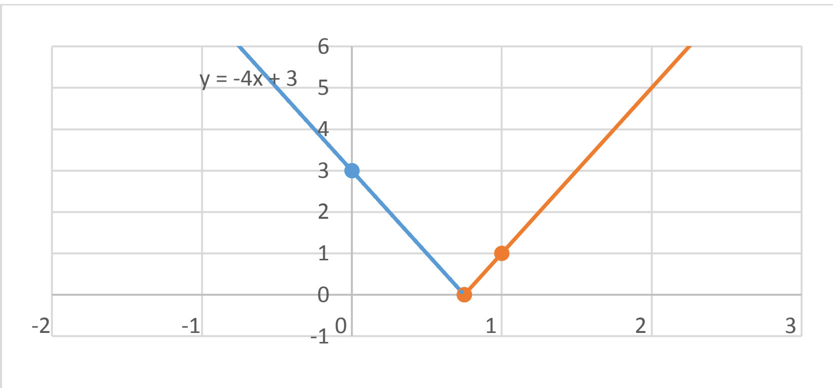
D'où f est une application affine par intervalle

   b) sur]- ∞,$\frac{3}{4}$] f(x)= -4x+3 :sa représentation graphique est une demi-droite d'origine $\frac{3}{4}$

si x=$\frac{3}{4}$ on a : y= -4x$\frac{3}{4}$ + 3 =-3+3 <=> y= 0 et si x=0 on a :y=-4x0+3 <=> y=3

sur [$\frac{3}{4}$,+ ∞[on a f(x)= 4x-3 : sa représentation graphique est une demi-droite droite d'origine $\frac{3}{4}$

si x=$\frac{3}{4}$ on a :y=4x $\frac{3}{4}$-3=3-3 <=> y= 0 et si x=1 on a :y=4x1-3=4-3 <=> y=1



EXERCICE 3

1) AP^2=5^2=25 AM^2=4^2=16 et MP^2=3^2=9

On a 25+16=9 <=> AP^2= AM^2+MP^2.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore AMP est un triangle rectangle en M.

2)

a) L'angle AFT=90 car la tangente est perpendiculaire au diamètre du cercle.

b) Démontrons que les droites (FT) et (MP) sont parallèles :

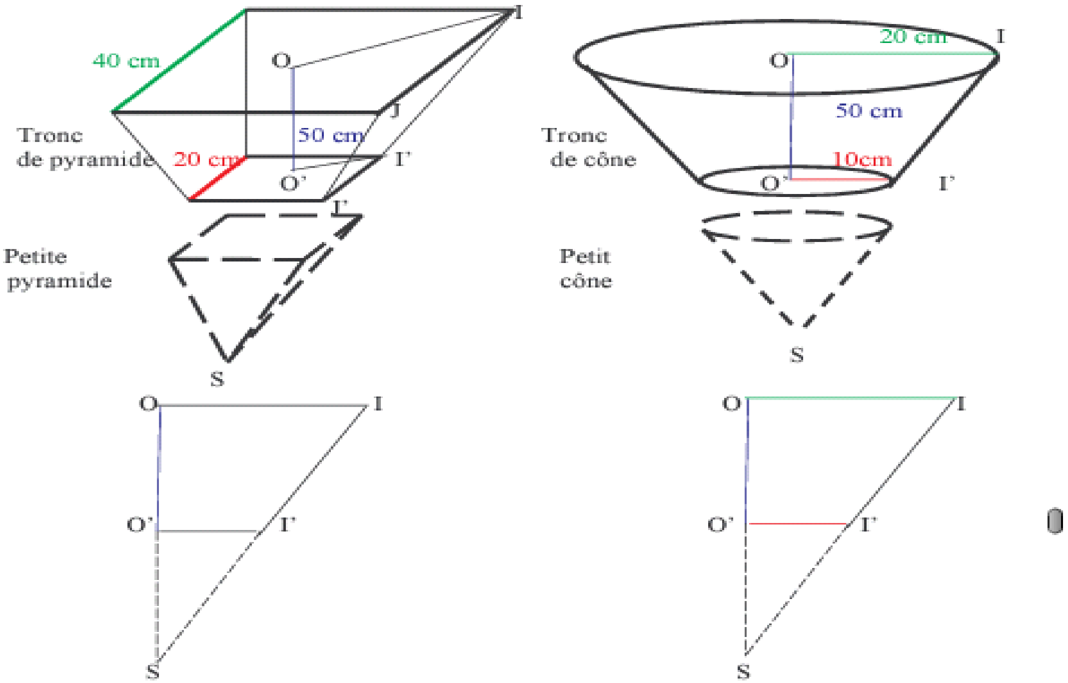
On a (FT) perpendiculaire à (FE) et (MP) perpendiculaire à (FE).Deux droite perpendiculaires en une meme droite sont parallèles. D'où (FT) // (MP).

c) On a : T,A,P alignés d'une part ; F,A,M alignés d'autre part dans le même ordre et (FT) // (MP)

D'après le théorème de Thalès on a :$\frac{AT}{AP} = \frac{AF}{AM}$ <=> AT= $\frac{AFxAP}{AM} = \frac{5x5}{4} = \frac{25}{4} =$ **6.25 cm**

EXERCICE 4

1) Représentons chaque modèle :



2) Aidons DIARRA :

Calculons le volume du tronc de cône V''_1 :

On a $V''_1 = V(1 - k^3)$ avec V_1 le volume total de la cône et k le coefficient de réduction.

$.k = \frac{O'I'}{OI} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ et $V_1 = \frac{\pi x OI^2 \, x \, OS}{3}$ avec OI=20cm et OS=2x50=100cm <=> $V_1 = \frac{\pi \, x \, 20^2 * 100}{3}$

$V_1 = \frac{40000\pi}{3}$ <=> $V''_1 = V_1(1 - k^3) = \frac{40000\pi}{3}(1 - \frac{1}{8}) = \frac{40000\pi}{3} \, x \, \frac{7}{8} = \frac{35000\pi}{3}$ cm^3

$$\boxed{V''_1 = \frac{35000\pi}{3} \, cm^3}$$

Calculons le volume du tronc de pyramide V''_2 :

$V''_2 = V_2(1 - k^3)$

$.k = \frac{O'I'}{Oi} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

$V_2 = \frac{IJ^2 x \, OS}{3} = \frac{40^2 \, x \, 100}{3}$ <=> $V_2 = \frac{160000}{3}$ cm^3

$V''_2 = V_2(1 - k^3) = \frac{160000}{3}(1 - \frac{1}{8}) = \frac{160000}{3} \, x \, \frac{7}{8} = \frac{140000}{3}$ cm^3

$$\boxed{V''_2 = \frac{140000}{3} \, cm^3}$$

En comparant les deux modèles on a : V''1< V''2 <=> le modèle 1 est le moins volumineux

Donc le modèle 1 est le plus économique.

CORRECTION EPREUVE BLANC n°2

EXERCICE 1 :

1) A=$2\sqrt{75} - 3\sqrt{48} + \sqrt{243} - 2\sqrt{9} = 2\sqrt{25x\ 3}$ $-3\sqrt{16x3}$ $+\sqrt{81x3}$ -2x3= $10\sqrt{3}$ $-12\sqrt{3}+9\sqrt{3}$ -6 = **$-6+7\sqrt{3}$**

B=$\frac{13}{3}\sqrt{27} + 2\sqrt{9} - 2\sqrt{300} = \frac{13}{3}x\sqrt{9 * 3}$ +2x3 $-2\sqrt{100x\ 3} = \frac{13}{3}$ x $3\sqrt{3}$ +6 $-20\sqrt{3}$ = **$6 -7\sqrt{3}$**

2) A+B = $-6+7\sqrt{3}$ + $6-7\sqrt{3}$=0 donc A et B sont opposés.

3) $\frac{A}{B} = \frac{-6+7\sqrt{3}}{6-7\sqrt{3}} = -\frac{6-7\sqrt{3}}{6-7\sqrt{3}}$= -1 <=> **$\frac{A}{B}$ = - 1**.

4) $1,732 \leq \sqrt{3} \leq 1,733$ <=> $-7x1,732 \geq -7x\sqrt{3} \geq -7x1,733$ <=> $-7x1,732+6 \geq 6-7x\sqrt{3} \geq -7x1,733+6$

<=> $-6.124 \geq 6-7x\sqrt{3} \geq -6.131$ <=> **$-6,131 \leq B \leq -6.124$**.

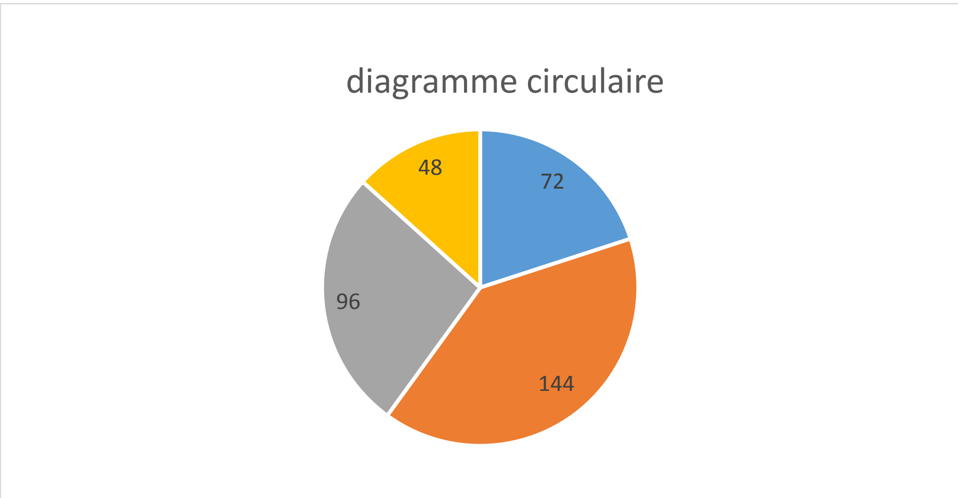
EXERCICE 2 :

1) Classes : [50 ; 54 [; [54 ; 548 [; [58 ; 62 [; [62; 66 [
2) Tableau des effectifs :

Classes	[50 ; 54 [	[54 ; 548 [	[58 ; 62 [	[62; 66 [
Nombre de moutons : effectifs	4	8	12	6

3) Diagrame circulaire.

	« 4e choix	« 3echoix »	« 2echoix »	« 1echoix »
Classes	[50 ; 54 [	[54 ; 548 [	[58 ; 62 [	[62; 66 [
Angle en degré	48	96	144	72



4) Soit x le prix de vente d'un mouton de « 3echoix »

On a : $62000=\frac{70000x6+65000x12+8X+52000x4}{30}$ <=> 1860000=1408000+8x <=> **X = 56500 f**.

EXERCICE 3

1) $V=\frac{BxH}{3} = \frac{2\sqrt{2}x2\sqrt{2}x11}{3}$ <=> **$V=\frac{88}{3}$ cm^3**.

2) SOB triangle rectangle en B.D' après le théorème de pythagore on a : $SB^2=SO^2+OB^2$

Calculons OB : $BC^2 = AB^2+AC^2= (2\sqrt{2})^2+ (2\sqrt{2})^2= 2x(2\sqrt{2})^2 =16$ <=>BC=4cm or OB= or OB=$\frac{1}{2}$BC

Donc OB= 2cm <=> $SB^2= 11^2+2^2$ <=> $SB^2=125$ <=> $SB=\sqrt{125}=\sqrt{25\ x\ 5}$ <=> **$SB=5\sqrt{5}$cm**

3) On sectionne à mi-hauteur on obtient une pyramide réduite avec un coefficient de réduction k=$\frac{1}{2}$
   a) Calcul du volume de la pyramide réduite V'

On a V'=k³V <=> $v'=\frac{1}{8}x\frac{88}{3}=\frac{11}{3}$ cm³ <=> **$V'=\frac{11}{3}$ cm³**.

b) Calcul du volume du tronc V''

V''=V-V'= $\frac{88}{3}-\frac{11}{3}=\frac{77}{3}$cm³ <=> **$V''=\frac{77}{3}$cm³**.

EXERCICE 4 :

1) AB $\binom{2-1}{2-3}$ <=> $\overrightarrow{AB}\binom{1}{-1}$; AC $\binom{3-1}{5-3}$ <=> $\overrightarrow{AC}\binom{2}{2}$ et BC $\binom{5-2}{3-2}$ <=> $\overrightarrow{BC}\binom{3}{1}$

2) AB= $\sqrt{(1)^2+(-1)^2}$ <=> **AB =$\sqrt{2}$ cm**

AC=$\sqrt{(2)^2+(2)^2}$ <=> **AC=$2\sqrt{2}$ cm**

BC=$\sqrt{(3)^2+(1)^2}$ <=> **BC=$\sqrt{10}$ cm**

3) Si ABDC est un parallélogramme on a : AB = CD <=> AB $\binom{1}{-1}$ = CD $\binom{x-1}{y-3}$

<=> x-1=1 et y-3= -1 <=> x=2 et y=2. D'où **D $\binom{2}{2}$**

4) A , B et C appartiennent au même cercle si le triangle ABC est rectangle.

ABC triangle : $AB^2=(\sqrt{2})^2=2$; $AC^2=(2\sqrt{2})^2=8$ et $BC^2=(\sqrt{10})^2=10$ <=> 2+8=10 <=> $AB^2+AC^2=BC^2$ D'après le réciproque du théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle en A.

D'où les points A B et C sont sur un même cercle de centre I milieu de [BC].

on a $X_I=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$ et $Y_I=\frac{2+5}{2}=\frac{7}{2}$. D'où **I $(\frac{5}{2}\ \frac{7}{2})$**

5) soit U$\binom{3}{2}$ un vecteur directeur de (D2) et M $\binom{x}{y}$ appartient à (D1) alors le vecteur AM est colinéaire au vecteur U. on a AM$\binom{x-1}{y-3}$//U$\binom{3}{2}$ <=> (x-1)*2=(y-3)*3 <=> **(D1) :2x-3y+7=0**.

CORRECTION EPREUVE BLANC n°3

EXERCICE 1

a) **(F)** car si x<0 alors –x>0 <=> –(-x)<0

b) **(V)** car A et B sont complémentaire or si deux angles sont complémentaire le cosinus de l'un et égal au sinus de l'autre.

c) **(V)** car $\frac{\sqrt{60}}{2}=\frac{\sqrt{15x4}}{2}=\frac{2\sqrt{15}}{2}=\sqrt{15}$

d) **(F)** Car deux angles sont supplémentaires si leur somme est égale à 180°

e) **(F)** Car $(-a-b)^2=(-a)^2-2(-a)(b)+b^2=a^2+2ab+b^2$.

f) **(F)** Car $8-5(\frac{8}{5})^2=0$ <=> $8-\frac{64}{5}=0$ <=> $\frac{8x5-64}{5}=0$ <=> $\frac{24}{5}=0$ ce qui est absurde.

g) **(V)** car on a $Y_A=2xX_A+3$ <=> 5= 2x1+3 <=> 5=5 ce qui est vrai.

EXERCICE 2

1) $r_1=f(\sqrt{8})=(\sqrt{8})^2-\sqrt{8}=8-\sqrt{4x2}$ <=> $r_1=8-2\sqrt{2}$ **$r_1=8-2\sqrt{2}$**. .

$r_2=g(\sqrt{2})=1-2*\sqrt{2}$ <=> **$r_2=1-2\sqrt{2}$**.

2)

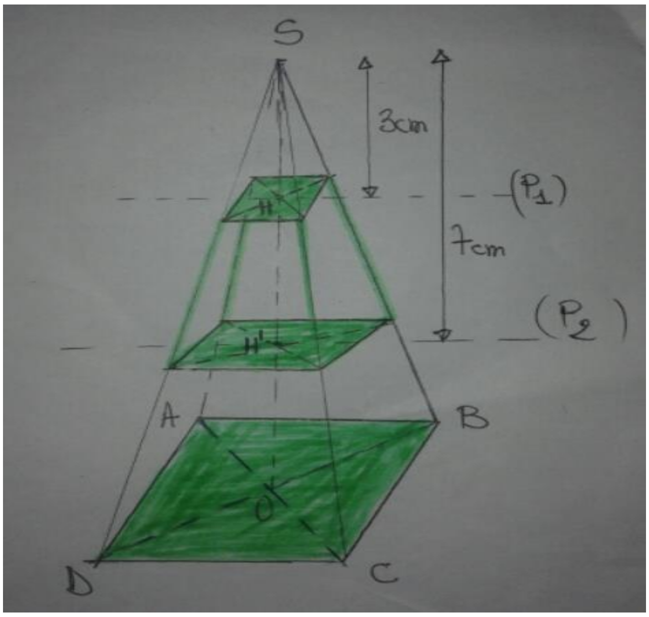
a) $r=f(\sqrt{8})+g(\sqrt{2})=8-2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}=9-4\sqrt{2}$ <=> **$r=9-4\sqrt{2}$**.

b) on a $1{,}414<\sqrt{2}<1.415$ <=> $-4x1{,}414>-4\sqrt{2}>-4x1.415$ <=> $9-4x1{,}414>9-4\sqrt{2}>9-4x1.415$ <=> 3.344> r >3.34

d'où **3.34< r < 3.35**.

3) on a $q=\frac{r1}{r2}=q=\frac{8-2\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}}=\frac{(8-2\sqrt{2})(1+2\sqrt{2})}{(1-2\sqrt{2})(1+2\sqrt{2})}=\frac{8+16\sqrt{2}-2\sqrt{2}-8}{1^2-(2\sqrt{2})^2}=\frac{14\sqrt{2}}{1-8}=-\frac{14\sqrt{2}}{7}=-2\sqrt{2}$ <=> **$q=-2\sqrt{2}$**

EXERCICE 3



3) Calcul du volume du tronc de pyramide V'' compris entre (P1) et (P2).

✓ Calculons le volume V de la pyramide SABCD.

On a : $V=\frac{Bxh}{3}=\frac{6x6x11}{3}$ <=> V=132 cm²

✓ Calculons le volume du tronc V''_1 délimité par (P1) et le carré ABCD.

On a : $V''_1= k^3V$ avec $k=\frac{SH}{SO}=\frac{3}{11}$ <=> $V''_1=(\frac{3}{11})^3x132=\frac{27}{1331}x132=\frac{324}{121}$ <=> $V''_1=\frac{324}{121}$ cm^3

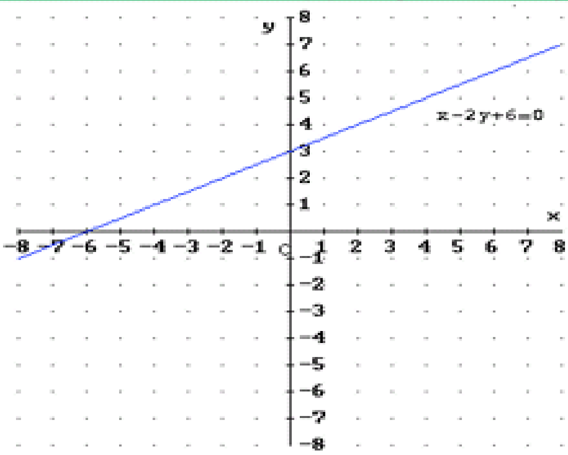
✓ Calculons le volume du tronc V''_2 délimité par (P2) et le carré ABCD.

On a : $V''_2= k^3V$ avec $k=\frac{SH'}{SO}=\frac{7}{11}$ <=> $V''_2=(\frac{7}{11})^3x132=\frac{343}{1331}x132=\frac{4116}{121}$ <=> $V''_2=\frac{4116}{121}$ cm^3

Ainsi on a : $V''= V''_2 - V''_1$ <=> $V''=\frac{4116}{121}-\frac{324}{121}$ <=> $V''=\frac{3792}{121}$=31.34. <=> **$V''=\frac{3792}{121}$ cm^3** ou **V''=31,34 cm^3**

EXERCICE 4 :

1°) Construire la droite (Δ) d'équation x – 2y + 6 = 0



On choisit deux points M et N appartenant à (Δ).

$x_M - 2y_M + 6 = 0$

si $x_M = 0$ alors $y_M = 3$

$x_N - 2y_N + 6 = 0$

si $y_N = 0$ alors $x_N = - 6$

(Δ) passe donc par les points de coordonnées M(0 ;3) et N(- 6 ;0).

2°) Placer le point A de coordonnées (5 ;8). Justifier que A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O.

Calculons $x_O - 2y_O + 6$.

$0 - 2(0) + 6 = 6 > 0$

Donc le demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O est le lieu de tous les points tels que $x - 2y + 6 > 0$.

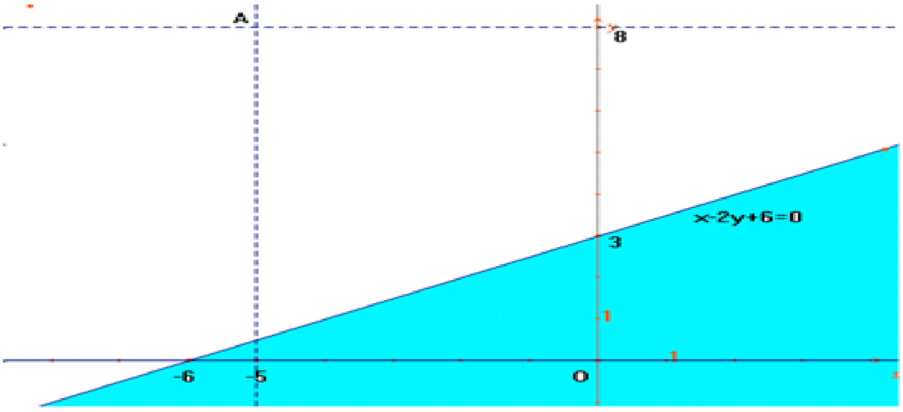
Pour justifier que le point A n'appartient pas à ce demi-plan, il suffit de montrer que les coordonnées de A ne vérifient pas l'inégalité $x - 2y + 6 > 0$.

$- 5 - 2(8) + 6 = - 5 - 16 + 6$

$= - 21 + 6$

$= - 15$

- 15 n'est pas supérieur à 0, donc A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O.



3°) Soit B le point de coordonnées (1 ;- 4), calculer les coordonnées de K milieu de [AB].

$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-5+1}{2} = -2$

$y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{8-4}{2} = 2$

$\boxed{K\ (-2\ ;\ 2)}$

4°) Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à (Δ).

Montrons que (AB) est perpendiculaire à (Δ) et que K est un point de (Δ).

$\vec{u}$ (2 ;1) est un vecteur directeur de la droite (Δ) : x – 2y + 6 = 0

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 1+5 \\ -4-8 \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$

Vérifions que le vecteur $\vec{u}$ et le vecteur $\vec{AB}$ sont orthogonaux.

$2\times 6 + 1\times(-12) = 12 - 12$

$= 0$

Vérifions que le point K (- 2 ; 2) appartient à (Δ).

$-2 - 2\times 2 + 6 = -2 - 4 + 6$

$= -6 + 6$

$= 0$

$\left.\begin{array}{l} K \text{ est le milieu de } [AB] \\ (\Delta) \perp (AB) \\ K\in(\Delta) \end{array}\right\}$ (Δ) est la médiatrice de [AB]

D'où A et B sont symétriques par rapport à (Δ).

EXERCICE1 :

1) H(x)= 4(x+√3) ² - 4√3(x+√3) +3= 4(x²+2.x.√3 +3) -4√3x-4x3+3 <=> H(x)=4x²+8√3x+12 -4√3x -12+3
<=> H(x)=4x²+8√3x -4√3x +12 -12+3 <=> **H(x)= 4x² +8√3x+3**.

G(x) = (2x+√3) ²=(2x)²+2.2x.√3 +(√3)² <=> **G(x)=4x² +4x√3 +3**.

2) On a H(x) = G(x) <=> **H(x)= (2x+√3) ²**

3) Q(x) = $\sqrt{H(x)} - 7$ <=> Q(x) = $\sqrt{(2x+\sqrt{3})^2}-7$= ∣2x+√3∣-7

a) Q(x) =2√3 <=> ∣2x+√3∣-7=2√3 <=>∣2x+√3∣=2√3+7 <=> 2x+√3=2√3+7 ou 2x+√3=-(2√3+7) <=>2x=2√3 -√3+7 ou 2x=-2√3-√3-7 <=> **$x=\frac{\sqrt{3}+7}{2}$** ou **$x=\frac{-3\sqrt{3}-7}{2}$**

b) Q(x) = $\frac{2}{3}$ <=> ∣2x+√3∣-7=$\frac{2}{3}$ <=> ∣2x+√3∣=$\frac{2}{3}$+7 <=> ∣2x+√3∣=$\frac{23}{3}$ <=> $2x+\sqrt{3}=\frac{23}{3}$ ou $2x+\sqrt{3}=-\frac{23}{3}$ <=> 2x= $\frac{23}{3}$ - √3 ou 2x= $-\frac{23}{3}$ +√3 <=> **$x=\frac{23-3\sqrt{3}}{6}$** ou **$x=\frac{-23+3\sqrt{3}}{6}$**

EXERCICE2 : voir TD application affine exercice 6

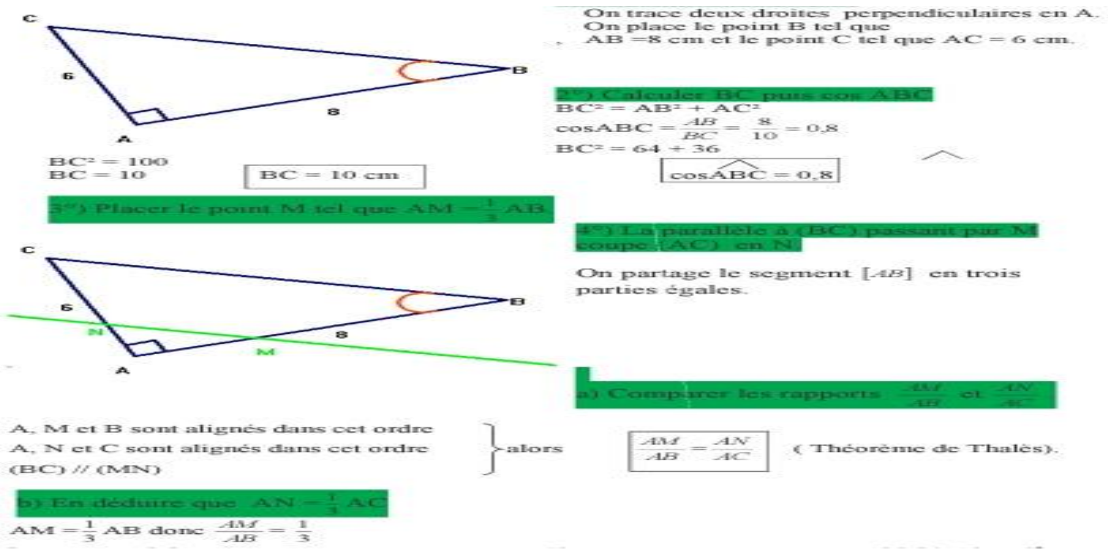
EXERCICE 3 :

1) I milieu de [AB] alors $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$
$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}$ (Relation de Chasles)
$= 2\overrightarrow{MI}+(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB})$ or $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}$ <=> $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$
<=> $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$

2) I milieu de [AB] alors : $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}=2\overrightarrow{HI}$
$\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ <=> $2\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ <=> $2\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ <=> $3\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ <=> $-3\overrightarrow{HI}=\overrightarrow{IC}$
<=> $3\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IC}$
Donc les points I, H et C sont alignés dans cet ordre
D'où H£ [IC]

EXERCICE4 :

1)



<=> $\frac{AN}{AC}=\frac{1}{3}$ <=> **AN= $\frac{1}{3}$AC**

CORRECTION EPREUVE BLANC n°5

EXERCICE1 :

1) .f existe si 2x-3≥0 <=> 2x≥3 <=> **$x \geq \frac{3}{2}$** donc f existe si x £ $[\frac{3}{2};+\infty[$.
2) .f(2) existe car 2 £ $[\frac{3}{2};+\infty[$ et f(2)= $\sqrt{2 \times 2 - 3}$=$\sqrt{4-3}$=1 <=> **f(2)=1**

   f(0) n'existe pas car 0 n'appartient pas à $[\frac{3}{2};+\infty[$

   f(-3) n'existe pas car -3 n'appartient pas à $[\frac{3}{2};+\infty[$

   f(5) existe car 5 £ $[\frac{3}{2};+\infty[$ et f(5)= $\sqrt{2 \times 5 - 3}$=$\sqrt{10-3}$=$\sqrt{7}$ <=>**f(5)= $\sqrt{7}$**
3) Soit A = $(2-\sqrt{3})^2$ et B =$(2+\sqrt{3})^2$
   a) $A^2 = (2-\sqrt{3})^2= 2^2-2\times2\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3$ <=> **$A^2= 7-4\sqrt{3}$**
   b) $B^2=(2+\sqrt{3})^2= 2^2+2\times2\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=4+4\sqrt{3}+3$ <=> **$B^2= 7+4\sqrt{3}$**
   c) On a C = $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=|2-\sqrt{3}|$ .cherchons le signe de $2-\sqrt{3}$.on a : $2^2-(\sqrt{3})^2=4-3=-1<0$

      Donc on a $|2-\sqrt{3}|=-(2-\sqrt{3})= -2+\sqrt{3}$ <=> **$C= -2+\sqrt{3}$**

      On a D = $\sqrt{7+4\sqrt{3}}= \sqrt{(2+\sqrt{3})^2}=|2+\sqrt{3}|$ .or $2+\sqrt{3}>0$ <=> **$D= 2+\sqrt{3}$**.

EXERCICE2 :

Choix des inconnues : soit X le nombre de garçons de la 3e A et Y le nombre de garçons de la 3e B.

Mise en système : $\begin{cases} X+5=Y-5 & (1) \\ Y+1=2X & (2) \end{cases}$

(1)<=> X=Y-10.

Remplaçons X par sa valeur dans (2) alors (2)<=> Y+1=2(Y-10) <=> Y+1=2Y-20 <=> Y-2Y=-21 <=> **Y=21**

Remplaçons Y par sa valeur dans (1) on a (1)<=> X=Y-10 <=> X=21-10 <=> **X=11**

Donc on a 11 garçons en 3e A et 21 garçons en 3e B

EXERCICE 3 :

1°/ Trouver par le calcul les coordonnées du point C image de A dans la symétrie de centre O et les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

Soit C (x_C; y_C) et D (x_D; y_D)

$S_O(A) = C$ alors $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

$\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-(-2)\\-3\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}x_C\\y_C\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \begin{cases}x_C = 2\\ y_C = -3\end{cases}$ $\quad \boxed{C\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}}$

$t_{\overrightarrow{BC}}(A) = D$ alors $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2+2\\-3+3\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D-x_A\\y_D-y_A\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D+2\\y_D-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases}x_D+2 = 4\\ y_D-3 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_D = 2\\ y_D = 3\end{cases}$ $\quad \boxed{D\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}}$

2°) Montrer que le quadruplet (A, D, C, B) est un rectangle

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ alors (A, D, C, B) est un parallélogramme.

Montrons que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2+2\\-3-3\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-6\end{pmatrix}$

$4\times 0+(-6)\times 0 = 0+0 = 0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

$\left.\begin{array}{l}\text{(A, D, C, B) est un parallélogramme}\\ \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BC} \text{ sont orthogonaux}\end{array}\right\}$ $\boxed{\text{(A, D, C, B) est un rectangle}}$

3°) Trouver la longueur L du cercle circonscrit au rectangle **(A, D, C, B)**
(on prendra $\pi = 3{,}14$)

$L = Diamètre \times \pi$

Le diamètre du cercle circonscrit égale la diagonale du rectangle.

Calculons la diagonale AC du rectangle.

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

NB : on peut calculer AC en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AB(

$AC = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$L = AC \times \pi$

$L = 2\sqrt{13} \times 3{,}14$ $\quad \boxed{L = 6{,}28\sqrt{13}}$

4°) Déterminer l'équation de la médiatrice (Δ) du segment [AC] (

$S_O(A) = C$ alors O est le milieu de [AC].

La médiatrice (Δ) du segment [AC] passe donc par O.

Soit M(x ;y) un point de (Δ) : $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C-x_A\\y_C-y_A\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2+2\\-3-3\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow 4x - 6y = 0$

$\boxed{(\Delta) : 4x - 6y = 0}$

5°) Trouver le réel a pour que le point K(a ; -1) appartienne à (Δ)

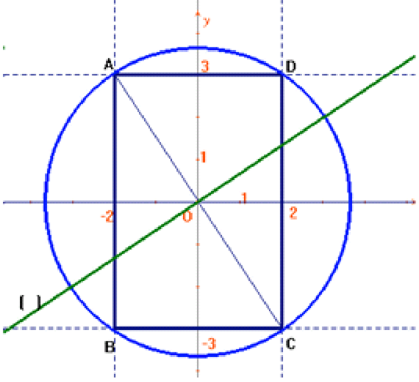
$K \in (\Delta)$ alors $4a - 6(-1) = 0$.

Résolvons l'équation $4a + 6 = 0$ pour trouver a.

$4a + 6 = 0$

$\Leftrightarrow \quad a = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$ $\quad \boxed{a = -\frac{3}{2}}$

Voici la figure bien qu'elle ne soit pas obligatoire (elle n'est pas demandée).



EXERCICE 4 :

1) Calculons en fonction de a le volume du cône V

On a : $V = \frac{Aire\ de\ Base\ x\ Hauteur}{3} = \frac{\pi\ a^2 x\ 2a}{3}$ $\quad <=> \quad$ $\boxed{V = \frac{2\pi}{3}\ a^3}$

2°) Soit T un point qui décrit le cercle; calculer une mesure, selon le degré, de l'angle $\widehat{OST}$.

T est un point du cercle, donc OT = a.

Calculons la tangente de $\widehat{OST}$ puisqu'on connaît OS et OT.

OST est un triangle rectangle en O, alors $\text{tg }\widehat{OST} = \frac{OT}{OS}$.

$\text{tg }\widehat{OST} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} = 0,5$

Angles	25°	26°	27°	28°
tangente	0,466	0 ,488	0,540	0,532

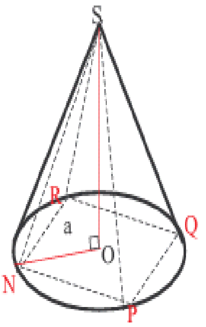
L'extrait de la table montre que :

$0,488 < \text{tg }\widehat{OST} < 0,540$

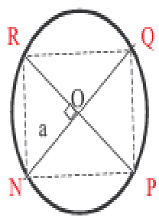
$\text{tg } 26° < \text{tg }\widehat{OST} < \text{tg } 27°$

Donc $\widehat{OST} = 26°$ à 1° près par défaut.

3°) NPQR est un carré inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$.
Calculer en fonction de a le volume et l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR



ON = a



Soit $\mathcal{V}_P$ le volume de la pyramide de sommet S et de base NPQR.

$$\mathcal{V}_P = \frac{Aire\_de\_base \times Hauteur}{3}$$

$$Aire\_de\_base = a\sqrt{2} \times a\sqrt{2} = 2a^2$$

$$\mathcal{V}_P = \frac{2a^2 \times 2a}{3} = \frac{4a^3}{3}$$

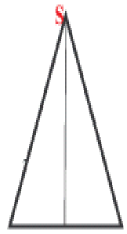
$$Hauteur = 2a$$

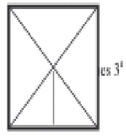
$$\boxed{\mathcal{V}_P = \frac{4a^3}{3}}$$

Soit $\mathcal{A}_T$ l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR.

$$\mathcal{A}_T = Aire\_de\_base + Aire\_latérale$$

$$Aire\_latérale = 4 \times \frac{SI \times NP}{2}$$





$NP = a\sqrt{2}$

O

Calculons SI.

N I P N I P

Pour cela calculons d'abord OI.

OIN est un triangle rectangle en I : $OI^2 = ON^2 - NI^2$

$NI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$NP = a\sqrt{2}$

$OI^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$

$OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$SI^2 = OI^2 + OS^2$

$SI^2 = \frac{a^2}{2} + 4a^2 = \frac{9a^2}{2}$

$SI = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

$$Aire\_latérale = 4 \times \frac{3a\sqrt{2} \times a\sqrt{2}}{2 \times 2} = 6a^2$$

$$Aire\_de\_base = 2a^2$$

$\mathcal{A}_T = 6a^2 + 2a^2 = 8a^2$

$$\boxed{\mathcal{A}_T = 8a^2}$$

EXERCICE 1 : concours douanes 2001

On donne un triangle GEO rectangle en E tel que selon le cm

GO = 4x + 3 et EO = x + 1

1) a) Calculer GE ²

b) En déduire la valeur numérique de GE pour x = 2 et pour x = 2

2) a) Pour quelles valeurs de x peut-on écrire K = GE ²

(3x + 2) (5x +1)

b) Simplifier K

c) Résoudre dans 3 : | GO | = | OE | ; GO X OE » 0

3) Soit l'expression H = GO ² – 4 EO ².

a) Développer, puis réduire H

b) Factoriser H

c) Déterminer la valeur numérique de H pour x = V 3 ; puis pour x = – 1

EXERCICE 2 : Concours Douanes 2001

Dans un repère orthonormé (0, i, j), placer les points A(1,2) ; B(-2 ,5) et C(5,6).

1) Quels sont les coordonnées des vecteurs des AB ; AC et BC ;

2) Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC ;

3) Montrer que ABC est un triangle rectangle.

3) Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Calculez les coordonnées du point G..

EXERCICE 3 : Concours Douanes 2002

Une somme de 450 000 F a rapporté 22 500 F en 15 mois. Calculez l'intérêt annuel. 2) Un automobiliste fait un voyage de 416 km entre 7h et 12h 12mn. A quelle vitesse moyenne horaire a-t-il roulé ? 3) Un vase rempli d'eau aux 2/3 pèse 11,800 kg. Rempli complètement, il pèse 12,500 kg. Quelle est la capacité de ce vase ? 4) Un champ carré a un périmètre de 372 m. Calculez son côté et sa surface. 5) Sur une carte à l'échelle 1/2500, deux points sont séparés par une distance de 10 cm. Calculez la distance réelle entre ces deux points en km.

EXERCICE 4: Concours Douanes 2002

Parti de Saint-Louis à 8h 55mn, un automobiliste est arrivé à Kaolack à 13h 30mn. Le compteur kilométrique marquait 5935 km au départ et 6375 km à l'arrivée. Le compteur de carburant marquait 35 litres de gasoil au départ et 5 litres à l'arrivée.

1) Quelle a été la durée du trajet ?

2) Quelle a été la consommation moyenne de gasoil sur 100 km ?

3) Quelle a été la vitesse moyenne horaire du véhicule ? 4) Sachant que le litre de gasoil coûte 210 F, combien devront payer l'automobiliste et chacun des 4 passagers pour l'achat du carburant nécessaire ?

EXERCICE 5: Concours Douanes 2001

Un village compte 2800 habitants. On estime les besoins en eau de ce village à 25 litres par jour pour chaque habitant.

1) Calculez en m3 les besoins en eau de ce village.

2) On veut installer un réservoir capable de contenir l'eau nécessaire aux habitants pour une période de quatre (04) jours. Quelle devra être la capacité de ce réservoir ?

3) Ce réservoir sera un parallélépipède rectangle de 40 m² de surface de base. Quelle sera sa hauteur ?

4) Calculez ses autres dimensions, sachant que la largeur mesure 2 m de mois que la hauteur.

EXERCICE 6: Concours Douanes 2001

Un champ rectangulaire de 450 m de long et 320 m de large est divisé en 08 parcelles par 03 allées tracées dans le sens de la largeur et d'une allée dans le sens de la longueur. Sachant que la largeur d'une allée est de 2 m :

1) Calculez la surface cultivable du champ.

2) Pour protéger ce champ contre les animaux, le propriétaire l'entoure d'un fil de fer barbelé soutenu par des piquets en fer. S'il laisse une grande porte de 5 m, calculez le nombre de piquets à planter si l'intervalle entre les piquets est de 5 m.

3) Le rendement du champ à la récolte est de 15 q de maïs à l'hectare. Calculez le prix de la récolte si la tonne de maïs est vendue à 150 000 francs. 4) Après la vente, le propriétaire place les 2/5 de la somme à la banque au taux de 6%. Quelle somme tirera – t – il de la vente au bout de cinq (05) ans ?

EXERCICE 7: Concours d'entrée Centres Nationaux de Formation Technique (CNFT) 2018

Soit 3 vecteurs $\vec{U}$; $\vec{V}$ et $\vec{W}$ non nul tels que : $\vec{U}+2\vec{V} = \vec{W}$ et $\vec{W} - 3\vec{U} = 5\vec{V}$

1) Démontrer que $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires
2) $\vec{W}$ et $\vec{U}$ sont-ils colinéaires ? Justifier votre réponse

EXERCICE 8: Concours d'entrée Centres Nationaux de Formation Technique (CNFT) 2018

On pose $A=\frac{1}{(1-\sqrt{2})^2}$ et $B=(1-\sqrt{2})^2$

1) Démontrer que $A = (1+\sqrt{2})^2$
2) Calculer AxB
3) Ecrire $\frac{A}{B}-\frac{B}{A}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b étant des entiers naturels

EXERCICE 9: Concours d'entrée Centres Nationaux de Formation Technique (CNFT) 2018

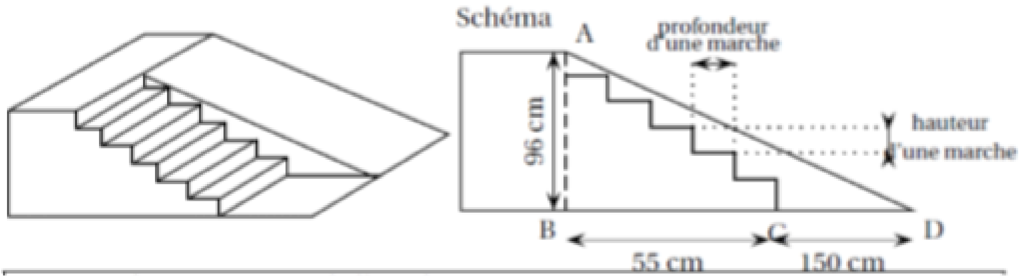
On pose $A(x) = 9(2x-1)^2 -(3x-2)^2$ et $B(x) = 5x^2 +3x +5$

1) Développer, réduire et ordonner A(x)
2) Factoriser A(x)
3) Calculer A(x) pour $x=\frac{2}{3}$ et ensuite pour $x=\sqrt{2}$
4) Résoudre dans R
   a) $A(x) = 0$
   b) $A(x) = B(x)$
   c) $A(x) - B(x) < 0$
5) On considère le triangle IJK rectangle en I tel que $KJ= 3(2\sqrt{2} - 1)$ et $IJ= 3\sqrt{2} - 2$.

   Montrer que $IK^2 = A(\sqrt{2})$

EXERCICE 10 : **Challenge scientifique du Rassemblement des scientifiques de Bargny(RSB) 2019**

On souhaite construire une structure pour un skatepark, constitué d'un escalier de six marches identiques permettant d'accéder à un plan incliné dont la hauteur est égale à 96 cm. Le projet de cette structure est présenté ci- dessous



Normes de construction de l'escalier :
$40 \leq 2h + p \leq 45$ oû h est la hauteur d'une marche et p la Profondeur d'une marche en cm.
Demandes des habitués du skatepark :
Longueur du plan incliné (c'est-à-dire la longueur AD) comprise entre 2,20 m et 2,50 m
Angle formé par le plan incliné avec le sol (ici l'angle $B\widehat{D}A$) compris entre 20° et 30°

1) Les normes de construction de l'escalier sont-elles respectées ?
2) Les demandes des habitués du skatepark pour le plan incliné sont-elles satisfaites ?

EXERCICE 11 : **Challenge scientifique du Rassemblement des scientifiques de Bargny(RSB) 2019**

Dans un magasin, un article est vendu P francs. La semaine suivante, le prix de vente de cet article augmente de 4% ; on note alors Q ce nouveau prix de vente. La semaine suivante, le prix Q baisse de 5% ; on note enfin R ce nouveau prix de vente.

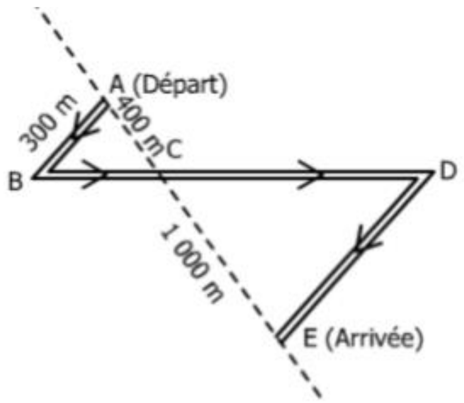
1) Exprimer Q en fonction de P, puis R en fonction de Q et enfin R en fonction de P
2) Sachant que R= 494F, en déduire P
3) Du prix P au prix R, le prix a - t-il baissé ou augmenté ? De quel pourcentage ?

EXERCICE 12 : **Challenge scientifique du Rassemblement des scientifiques de Bargny(RSB) 2019**

Des élèves participent à une course à pied.

Avant l'épreuve, un plan leur a été remis

Il est représenté par la figure ci-contre. On convient que :



- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles
- ABC est un triangle rectangle en A
- AB= 300m ; AC= 400m ; CE= 1000m

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE

EXERCICE 13 : **Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016**

1. On considère l'application f de IR dans IR définie par : $f(x) = |2x - 5|$.
   a. Exprime f(x) sans le symbole de la valeur absolue. **1pt**
   b. Trouve par le calcul l'image du réel -1 et les antécédents du réel 4. **1,5pt**

. On donne l'application g définie par :

$$g(x) = f(x) + 5 \text{ si } x \geq \frac{5}{2} \text{ et } g(x) = -f(x) + 5 \text{ si } x \leq \frac{5}{2}$$

a. Montre que, pour tout réel x, $g(x) = 2x$. **1pt**
b. Quelle est alors la nature de g? **0,5pt**
c. Calcule les images par g de $2 - \sqrt{3}$ et de $3\sqrt{3}$. **0,5pt**
d. Déduis-en $g(2 + 2\sqrt{3})$. **0,5pt**

EXERCICE 14 : **Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016**

A Dans un repère orthonormal $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$, on donne C_1 le cercle de centre O et de rayon IJ.

1) On appelle R le point qui appartient à la fois à C_1 et à l'axe des abscisses et dont l'abscisse est positive. Place R et détermine ses coordonnées. *0,5 pt+ 0,5 pt*

2) On appelle P l'image de J par la translation de vecteur $\overrightarrow{OR}$. Montre que P a pour coordonnées $(\sqrt{2}, 1)$ et déduis-en que le quadrilatère OJPR est un rectangle. *0,5 pt+ 0,5 pt*

3) On donne C_2 le cercle de diamètre [JP] et le point O_1 milieu de [JP]. Trace C_2 et montre qu'il passe par le point $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$. *0,5 pt + 0,5 pt*

4) Place M_1 le point d'intersection de (FO) et de $[J O_1]$ et M_2 le point d'intersection de (FR) et de $[O_1P]$. En utilisant le théorème de Thales, montre que $O_1M_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} JM_1$ puis calcule O_1M_1 et JM_1. **1pt+ 1pt+1pt**

5) Place N_1 le point d'intersection de (FO) et C_2 et N_2 le point d'intersection de (FR) et C_2. On admet que $N_1 O_1N_2$ est un triangle rectangle en O_1, détermine alors la mesure de l'angle $\widehat{OFR}$. Déduis-en la $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$. **2 pts**

Du disque de frontière C_2 on enlève le secteur $N_1 O_1N_2$ pour faire du reste du disque un

ınnoir.

rmine le rayon du cercle de la base et le volume de l'entonnoir en litre si OI=1dm *1 pt + 2 pt*

EXERCICE 15 : **Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016**

On pose $A = \frac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{8}}$ et $B = \sqrt{2-\sqrt{3}}$

1) Détermine le signe de A. *1pt*
2) Calcule A^2 et B^2. *1pt*
3) Montre que A et B sont opposés. *1pt*
4) Déduis-en que A et B sont les solutions dans IR de l'équation $x^2-2+\sqrt{3}=0$. *2pts*

EXERCICE 16 : **Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016**

Soit ABC un triangle, on pose B' et C' des points respectifs de [AB] et [AC].

Si $B'C' = \frac{1}{2}BC$ alors B' et C' sont les milieux respectifs de [AB] et [AC] ; cette affirmation est-elle vraie ? Justifie ta réponse.

EXERCICE 17 : **Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016**

Soit C_1 un cercle de centre O et de rayon 4cm. A, B et C sont trois points de C_1 tels que les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BOC}$ soient complémentaires.

1) Calcule les mesures des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BOC}$. *1pt*
2) Trace C_1 *1pt*
3) Place un point C et son symétrie A par rapport à O. *1pt*
4) Trace le cercle C_2 de centre C et de rayon 4 cm puis place B1 et B2 les points d'intersection de C1 et C2. *1pt*

5). Justifie que les angles $\widehat{B1AC}$ et $\widehat{B1OC}$ sont complémentaires. *1pt*

« La science est préférable à la richesse. La première te préserve. Quant à la seconde, c'est toi qui la préserves. La science accroit le mérite des œuvres. Quant à la fortune, elle en diminue la valeur »

ALI IBN ABI TALIB