الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة الاستدراكية 2025

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS | الموضوع | RS 22F

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GÉNÉRALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3.5 points
Exercice 4	Calculs des probabilités	2.5 points
Problème	Étude d'une fonction numérique	8 points

- ✓ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 (3 points)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = \dfrac{3}{2}$ et $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel n.

1) a) Vérifier que $u_{n+1} = 3 - \dfrac{4}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel n. (0.25 pt)
   b) Montrer par récurrence que $0 < u_n < 2$, pour tout entier naturel n. (0.5 pts)
2) a) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(1 + u_n)(2 - u_n)}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel n. (0.25 pts)
   b) Montrer que la suite (u_n) est croissante et en déduire que (u_n) est convergente. (0.5 pts)
   c) Montrer que $0 < 2 - u_{n+1} \leq \dfrac{2}{7}(2 - u_n)$, pour tout entier naturel n. (0.5 pts)
   d) Déduire que $0 < 2 - u_n \leq \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{7}\right)^n$, pour tout entier naturel n. (0.5 pts)
   e) Déterminer la limite de la suite (u_n). (0.5 pt)

Exercice 2 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$$A(0,3,3),\ B(1,2,1),\ C(2,3,1)$$

et le vecteur $\vec{n}(1,-1,1)$. Soit (P) le plan d'équation $x - y + z - 6 = 0$.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{n}$ et déduire que les points A, B et C sont non alignés. (0.5 pt)
   b) Montrer que les plans (ABC) et (P) sont parallèles. (0.25 pt)
2) Soit (S) la sphère telle que : le plan (ABC) est tangent à (S) en A et le plan (P) est tangent à (S) en un point H.
   a) Calculer la distance du point A au plan (P) et déduire que le rayon de la sphère (S) est $\sqrt{3}$. (0.5 pt)
   b) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par A et orthogonale au plan (P). (0.25 pt)
   c) Montrer que les coordonnées du point H sont $(2,1,5)$. (0.5 pt)
   d) Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 8z + 18 = 0$ est une équation cartésienne de la sphère (S). (0.5 pt)
3) Déterminer les deux points d'intersection de la droite (BH) et la sphère (S). (0.5 pt)

Exercice 3 (3.5 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points

$$A, B, C \text{ et } D \text{ d'affixes respectives : } a = \frac{-\sqrt{3} + i}{2}, b = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}, c = 1 + a \text{ et } d = \overline{c}$$

1) Vérifier que $|a| = 1$ et que $\arg(a) = \dfrac{5\pi}{6}[2\pi]$ (0.5 pts)
2) Vérifier que $\dfrac{c - d}{c - a} = i$ et déduire que le triangle ACD est isocèle rectangle en C (0.75 pts)
3) a) Montrer que $d - a = 1 - i$ et que $b - d = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}(1 - i)$ (0.5 pts)

b) Déduire que les points A, D et B sont alignés. (0.25 pt)

4) Soit R la transformation du plan qui transforme chaque point M d'affixe z en M' d'affixe z' tel que $z' = az$.

a) Vérifier que R est une rotation dont on déterminera le centre et l'angle. (0.5 pts)

b) Vérifier que $ad = c$ et déduire que $R(D) = C$ (0.5 pt)

c) Montrer que $\arg(c) = \frac{5\pi}{12}[2\pi]$ (0.5 pts)

Exercice 4 (2.5 points)

Un sac contient 4 boules blanches et 3 boules noires. (Les boules sont indiscernables au toucher).
Un jeu consiste à tirer successivement et sans remise deux boules du sac.
Les règles du jeu sont comme suit :

- Si les deux boules tirées sont blanches, on note : +5.
- Si les deux boules tirées sont noires, on note : -5.
- Si les deux boules tirées sont de couleurs différentes, on note : 0.

On considère les évènements :

— G : « noter +5 »

— Z : « noter 0 »

— N_1 : « La première boule tirée est noire »

— B_2 : « La deuxième boule tirée est blanche »

1) a) Calculer $p(G)$, la probabilité de l'évènement G (0.5 pt)

b) Montrer que la probabilité de l'évènement Z est $p(Z) = \frac{4}{7}$ (0.5 pt)

2) a) Calculer la probabilité $p(N_1 \cap B_2)$ (0.5 pt)

b) Montrer que $p(B_2) = \frac{4}{7}$ (0.5 pt)

c) Déduire la probabilité de « noter 0 » sachant que la deuxième boule tirée est blanche. (0.5 pt)

Problème (10 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 2}$$

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $f(0)$ et $f(\ln 2)$ (0.5 pt)

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ (0.5 pt)

b) Vérifier que $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - (x-1)) = 0$ puis interpréter géométriquement ce résultat. (0.5 pt)

3) a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 2}$ (0.25 pt)

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{e^x}{e^x + 2}$ puis déduire que la droite d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$ (0.5 pt)

c) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-1 < f(x) - x < 1$ (0.5 pt)

4) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{e^{2x}+4}{(e^x+2)^2}$ (0.5 pt)

b) Déduire que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. (0.25 pt)

5) a) Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$, l'équation $f(x) = m$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$ (0.5 pt)

b) Soit α l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$. Vérifier que $-1 < \alpha < 0$ et montrer que $e^{\alpha} = \dfrac{2(1+\alpha)}{1-\alpha}$ (0.5 pt)

6) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = \dfrac{4e^x(e^x-2)}{(e^x+2)^2}$ (0.5 pt)

b) Étudier le signe de $e^x - 2$ sur $\mathbb{R}$. (0.25 pt)

c) Déduire que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion que l'on déterminera. (0.5 pt)

d) Montrer que $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{\ln 2}{2}$ est l'équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $\ln 2$ (0.5 pt)

7) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (0.75 pt)

8) a) Montrer que $\int_0^{\ln 2} \dfrac{1}{e^x+2}dx = \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$ (0.5 pt)

b) Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f), la droite d'équation $y = x - 1$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 2$ (0.5 pt)