

Exercice: 01

on a  $A(0, -2, -2)$   $B(1, -2, -4)$   $C(-3, -1, 2)$

1) Calcul de  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$

on a  $\vec{AB}(1, 0, -2)$  et  $\vec{AC}(-3, 1, 4)$

d'où  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & 1 & -3 \\ \vec{j} & 0 & 1 \\ \vec{k} & -2 & 4 \end{vmatrix}$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}$$

ce qui fait:  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

Equation cartésienne du plan  $(ABC)$

le vecteur  $\vec{u} = \vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

est un vecteur normal au plan  $(ABC)$

d'où l'équation cartésienne de ce plan

est de la forme:  $2x + 2y + z + d = 0$

or le point  $A(0, -2, -2)$  appartient à  $(ABC)$ .

d'où 
$$\begin{aligned} 2x_A + 2y_A + z_A + d &= 0 \\ 0 - 4 - 2 + d &= 0 \end{aligned}$$

d'où  $d = 6$  ce qui fait l'équation cartésienne du plan  $(ABC)$  est:

$$(ABC): 2x + 2y + z + 6 = 0$$

2) centre et rayon de la sphère  $(S)$

l'équation de la sphère  $(S)$  est

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$$

d'où on obtient successivement

$$(x-1)^2 + (y-0)^2 + (z-1)^2 - 1 - 1 - 23 = 0$$



$(x-1)^2 + (y-0)^2 + (z-1)^2 = 5^2$   
d'où (S) est la sphère de centre  $\Omega(1, 0, 1)$   
et de rayon  $R = 5$

3) a) Représentation paramétrique de ( $\Delta$ )  
la droite ( $\Delta$ ) étant perpendiculaire au  
plan (ABC), donc le vecteur  $\vec{u} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$   
normal au plan (ABC) est un vecteur  
directeur de la droite ( $\Delta$ ), d'autre part  
( $\Delta$ ) passe par le point  $\Omega(1, 0, 1)$ , d'où  
la représentation paramétrique de la  
droite ( $\Delta$ ) est :

$$(\Delta) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

b) Coordonnées du point H

Le triplet des coordonnées du point H  
intersection du plan (ABC) et de la  
droite ( $\Delta$ ) est la solution du système

$$\begin{cases} x = 1 + 2t & (1) \\ y = 2t & (2) \\ z = 1 + t & (3) \\ 2x + 2y + z + 6 = 0 & (4) \end{cases}$$

Remplaçons (1), (2) et (3) dans (4)  
on obtient successivement

$$2(1+2t) + 2(2t) + 1+t = 0$$

$$2 + 4t + 4t + 1 + t = 0$$

$$9t + 3 = 0$$

$$t = -\frac{3}{9} = -1$$



Remplaçons  $t$  par  $-1$  dans les équations (1), (2) et (3), on obtient :

$$x = -1 ; y = -2 ; z = 0$$

d'où  $H(-1, -2, 0)$

4° Calcul de la distance  $d(\Omega; (ABC))$

on a  $(ABC): 2x + 2y + z + 6 = 0$  et  $\Omega(1, 0, 1)$

d'où

$$\begin{aligned} d(\Omega; (ABC)) &= \frac{|2x_\Omega + 2y_\Omega + z_\Omega + 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} \\ &= \frac{|2 + 0 + 1 + 6|}{3} = \frac{9}{3} \end{aligned}$$

d'où  $d(\Omega; (ABC)) = 3$

on a  $d(\Omega; (ABC)) = 3 < 5 = R$

Donc le plan  $(ABC)$  coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) de rayon  $r$

tel que  $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

Centre du cercle (C)

Le centre du cercle (C) est le point d'intersection  $H$  du plan  $(ABC)$

avec la droite (A) passant par

$\Omega$  centre de la sphère (S)

et perpendiculaire au plan  $(ABC)$

d'après 3° b)  $H$  est le point de coordonnées  $(-1, -2, 0)$



## Exercice: 02

1) Résolution de l'équation

$$2z^2 + 2z + 5 = 0$$

$$a=2 \quad b=2 \quad c=5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 10 = -36 = (6i)^2$$

$d = 2i$  est une racine carrée de  $\Delta$

d'où les solutions de l'équation:

$$z_1 = \frac{-b-d}{2a} = \frac{-2-6i}{4} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$z_2 = \frac{-b+d}{2a} = \frac{-2+6i}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

2)  $R$  est la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$

a) Forme trigonométrique de  $d$ :

$$\text{on a } d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\text{d'où } d = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$d = 1 \times \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

Remarque:

$$d = 1 \times e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

b) Montrons que  $b = d \times a$

$R$  étant la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$ , d'où l'expression complexe de  $R$

$$z' - z_0 = e^{i\frac{2\pi}{3}} (z - z_0)$$



$$2 \quad z_0 = 0 \quad \text{et} \quad e^{i\frac{2\pi}{3}} = d$$

$$\text{d'où} \quad z' = a \cdot z$$

et puisque

$$R(A) = B$$

$$\text{d'où} \quad \text{si } z = a \quad \text{Alors } z' = b$$

à peu fait

$$b = d \times a$$

3-1 a)  $t$  étant la translation de vecteur  $\vec{OA}$ , donc l'expression complexe de  $t$  est

$$z' = z + (a - 0)$$

$$\text{d'où} \quad z' = z + a$$

$$\text{or } t(B) = C \quad \text{d'où}$$

$$C = B + a$$

Déduction: on a  $b = da$  et  $C = b + a$

$$\text{d'où} \quad C = da + a = a(d + 1)$$

$$C = a\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) = a\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\text{d'où} \quad C = a\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$b) \text{ d'après a) on a } \frac{C}{a} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$\text{d'où d'une part} \quad \frac{|C|}{|a|} = 1 \quad \text{d'où} \quad \frac{|C - 0|}{|a - 0|} = 1$$

$$\text{d'où} \quad \frac{OC}{OA} = 1 \quad \text{d'où} \quad OA = OC$$

Donc le triangle  $OAC$  est isocèle, et

$$\text{Arg}\left(\frac{C}{a}\right) = \frac{\pi}{3} \quad \text{d'où} \quad OAC \text{ est un}$$

triangle isocèle ayant un angle de  $\frac{\pi}{3}$  et

Donc  $OAC$  est un triangle équilatéral



### Exercice: 03

"on tire simultanément  
3 boules du sac"

A" les 3 boules sont de  
même couleur "

B" les 3 boules portent  
le même nombre "

C" les 3 boules tirées sont de même couleur et  
portent le même nombre "

1) Calcul de  $p(A)$ ,  $p(B)$  et  $p(C)$

$$p(A) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{C_9^3} = \frac{10 + 4}{84} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$$

$$p(B) = \frac{C_6^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{20 + 1}{84} = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$$

$$p(C) = \frac{C_3^3 C_2^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{1 + 1}{84} = \frac{2}{84} = \frac{1}{42}$$

2) a) Paramètres de la loi binomiale

les paramètres sont  $n = 3$  et  $p = p(A) = \frac{1}{6}$

b) Calcul de  $p(X=1)$  et  $p(X=2)$

$$\text{ma } p(X=1) = C_3^1 p^1 (1-p)^2 = 3 \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\text{d'où } p(X=1) = \frac{25}{72}$$

d'autre part ; ma :

$$p(X=2) = C_3^2 p^2 (1-p) = 3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \frac{5}{6}$$

$$\text{d'où } p(X=2) = \frac{5}{72}$$





## Exercice: 04

Partie I :  $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$

1) Calcul de  $g(0)$   
on a  $g(0) = e^0 - 0 + 0 - 1$   
 $= 1 - 1$  d'où

$$g(0) = 0$$

2) signes de  $g(x)$

sur  $]-\infty, 0]$  : si  $x \in ]-\infty, 0]$  alors  $x \leq 0$   
or  $g$  est strictement croissante d'où  $g(x) \leq g(0)$   
or  $g(0) = 0$  d'où  $\forall x \in ]-\infty, 0] : g(x) \leq 0$

sur  $[0, +\infty[$  : si  $x \in [0, +\infty[$  alors  $0 \leq x$   
or  $g$  est strictement croissante d'où  $g(0) \leq g(x)$   
or  $g(0) = 0$  d'où  $\forall x \in [0, +\infty[ : g(x) \geq 0$

| $x$     | $-\infty$      | 0      | $+\infty$ |
|---------|----------------|--------|-----------|
| $g'(x)$ | +              | +      |           |
| $g(x)$  | $-\infty$<br>- | 0<br>+ | $+\infty$ |

Partie II :  $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

1) a)  $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$  ?

$$\text{on a } f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x = \frac{x^2 - x}{e^x} + x$$

$$\text{d'où } \forall x \in \mathbb{R} : f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$$

Calcul de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$f(x)$  peut s'écrire sous la forme

$$f(x) = \frac{1}{\frac{e^x}{x^2}} - \frac{1}{\frac{e^x}{x}} + x$$

$$\text{on a } \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

d'autre part, on a

$$\frac{e^x}{x^2} = \frac{(e^{\frac{x}{2}})^2}{4(\frac{x}{2})^2} = \frac{1}{4} \left( \frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}} \right)^2$$



Posons  $t = \frac{x}{2}$  si  $x \rightarrow +\infty$  alors  $t \rightarrow +\infty$

d'où  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x/2}}{x^{x/2}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$

d'où  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{4} \left( \frac{e^{x/2}}{x^{x/2}} \right)^2 = +\infty$

d'après ce qui précède, on obtient

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x^2}} = \frac{1}{+\infty} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

d'où  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

b) Asymptote oblique

on a  $f(x) - x = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x}$

d'après la question précédente, on a

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x^2}} = 0$$

et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = 0$  d'où

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$$

d'où la droite (D) d'équation est une Asymptote oblique de la courbe (C<sub>f</sub>) au voisinage de  $+\infty$ .

c)  $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$  ?

on a  $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$  d'après 1) a)

d'où  $f(x) = \frac{x^2 - x}{e^x} + x$  d'où

$$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$$



calcul de  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

on a  $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$  d'où

$$f(x) = \frac{1}{e^x} (x^2 - x + xe^x)$$

or  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$

d'où  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x + xe^x) = +\infty$

et on a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$  d'où  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x} = +\infty$

ce qui fait  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

1) calcul de  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

on a  $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x} = \frac{x(x - 1 + e^x)}{e^x}$

d'où  $\frac{f(x)}{x} = \frac{x - 1 + e^x}{e^x} = \frac{1}{e^x} (x - 1 + e^x)$

or  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$

d'où  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x} = +\infty$  d'où

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$$

2) a)  $f(x) - x$  et  $x^2 - x$  de même signe ?

d'après 1) a) on a  $f(x) = \frac{x^2 - x}{e^x} + x$  d'où

$$f(x) - x = \frac{1}{e^x} (x^2 - x)$$

or pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a  $e^x > 0$

d'où  $f(x) - x$  est de même signe que  $x^2 - x$ .



## b) Positions relatives de (C) et (D)

$$\text{on a } x^2 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1$$

| $x$       | $-\infty$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
|-----------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x^2 - x$ | $+$       | $0$ | $0$ | $+$       |

d'où le tableau de signes

or  $f(x) - x$  et  $x^2 - x$  sont de même signe

\*  $f(x) - x$  est positif sur chacun des intervalles  $]-\infty, 0]$  et  $[1, +\infty[$  ce qui fait (C) en au dessus de (D) sur  $]-\infty, 0]$  et  $[1, +\infty[$

\*  $f(x) - x$  est négatif sur l'intervalle  $[0, 1]$  donc (C) est en dessous de (D) sur  $[0, 1]$ .

## 30/a) Calcul de $f'(x)$

on a  $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$  d'où on obtient successivement:

$$f'(x) = (2x-1)e^{-x} - (x^2-x)e^{-x} + 1$$

$$f'(x) = (2x-1)e^{-x} - (x^2-x)e^{-x} + e^{-x}e^x$$

$$f'(x) = (e^x - x^2 + x + 2x - 1)e^{-x}$$

$$f'(x) = (e^x - x^2 + 3x - 1)e^{-x}$$

$$\text{d'où } \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x) \cdot e^{-x}$$

## Variations de la fonction $f$

$$\text{on a } f'(x) = g(x) \cdot e^{-x} \text{ or } e^{-x} > 0$$

d'où  $f'(x)$  est de même signe que  $g(x)$

d'après la première partie, on a:

\* Si  $x \in ]-\infty, 0]$ ,  $g(x) \leq 0$  d'où  $f'(x) \leq 0$

d'où  $f$  est décroissante sur  $]-\infty, 0]$



\*  $\forall x \in [0, +\infty[ ; g(x) \geq 0$  d'où  $f'(x) \geq 0$   
 d'où  $f$  est croissante sur  $[0, +\infty[$

c/ Tableau de variations de la fonction  $f$

Remarquons que  $f'(0) = g(0)e^0 = 0$

d'après la question  
 précédente on déduit  
 le tableau de variations  
 de la fonction  $f$

|         |           |     |           |
|---------|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $0$ | $+\infty$ |

4/ a/ calcul de  $f''(x)$

on a  $f'(x) = (e^x - x^2 + 3x - 1)e^{-x}$  d'où

$$\begin{aligned} f''(x) &= (e^x - 2x + 3)e^{-x} - (e^x - x^2 + 3x - 1)e^{-x} \\ &= (e^x - 2x + 3 - e^x + x^2 - 3x + 1)e^{-x} \end{aligned}$$

d'où  $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$

b/ Points d'inflexion

on a  $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$

or  $e^{-x} > 0$  d'où  $f''(x)$  est de même

signe que  $P(x) = x^2 - 5x + 4$

Résolvons l'équation  $P(x) = 0$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

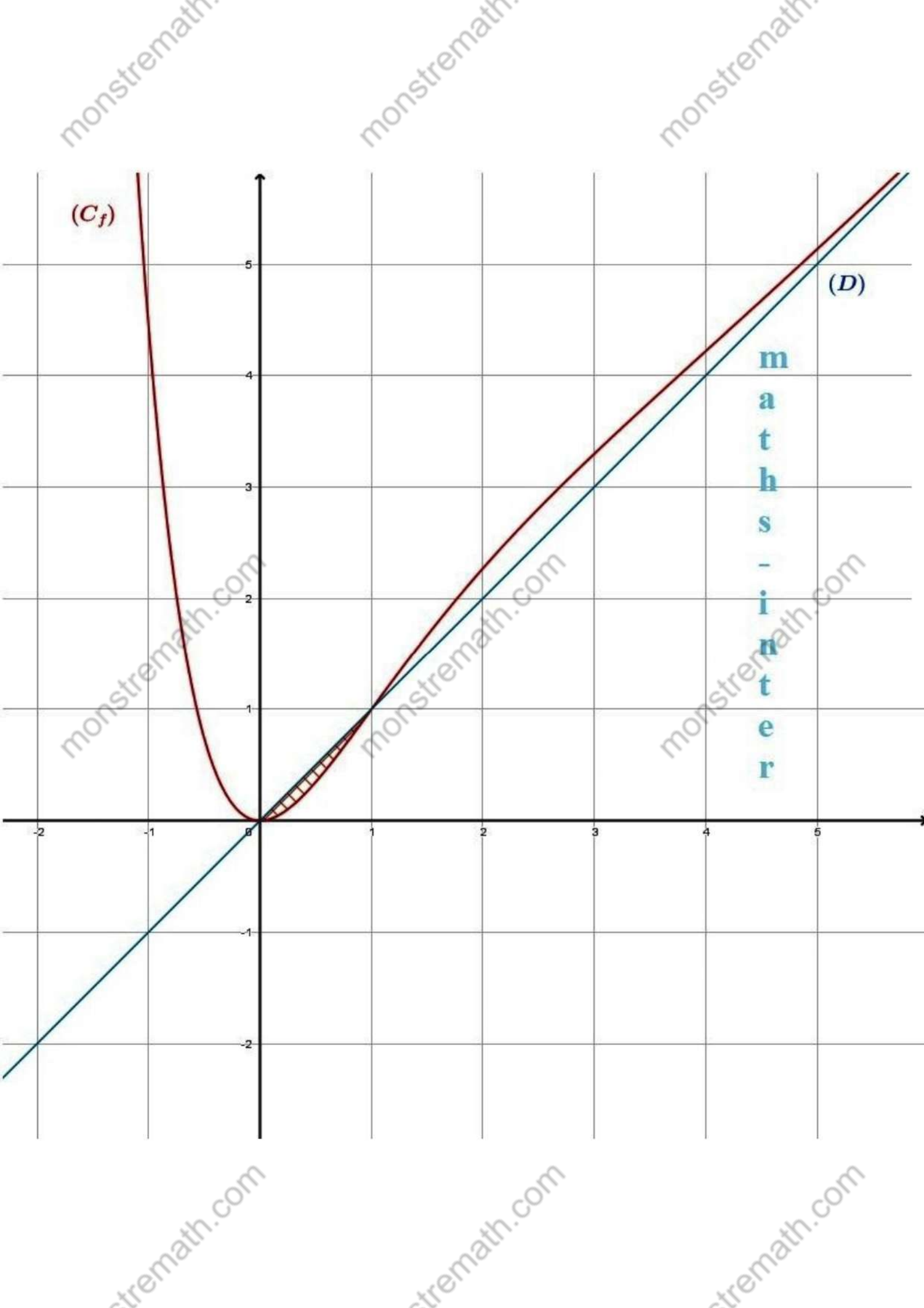
$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 16 = 9$$

d'où  $x_1 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$   $x_2 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$

|        |           |     |     |           |
|--------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $1$ | $4$ | $+\infty$ |
| $P(x)$ | $+$       | $-$ | $+$ | $+$       |

d'où  $f''(x)$  s'annule en changeant de  
 signe en  $1$  et  $4$  d'où les points d'abscisses  
 $1$  et  $4$  sont des points d'inflexion pour  $(C)$







69

$$H(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$$

$$h(x) = -x^2 e^{-x}$$

a) Montrons que  $H$  est une primitive de  $h$

$$\begin{aligned} \text{on a } H'(x) &= (2x+2)e^{-x} - (x^2+2x+2)e^{-x} \\ &= (2x+2-x^2-2x-2)e^{-x} \\ &= (-x^2)e^{-x} \end{aligned}$$

$$\text{d'où } H'(x) = -x^2 e^{-x} = h(x)$$

d'où  $H$  est une primitive de  $h$

Déduction: Calcul de  $I = \int_0^1 x^2 e^{-x} dx$

$$\text{on a } I = \int_0^1 x^2 e^{-x} dx = -\int_0^1 h(x) dx = -[H(x)]_0^1$$

Car  $H$  est une primitive de  $h$ , d'où

$$I = -(H(1) - H(0)) = -\left(\frac{5}{e} - 2xe^0\right)$$

d'où

$$\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$$

b) Calcul de  $J = \int_0^1 x e^{-x} dx$

Posons

$$u = x$$

$$u' = 1$$

$$v' = e^{-x}$$

$$v = -e^{-x}$$

d'où

$$J = -[x e^{-x}]_0^1 + \int_0^1 e^{-x} dx = -\left(\frac{1}{e} - 0\right) + \int_0^1 e^{-x} dx$$

$$J = -\frac{1}{e} - [e^{-x}]_0^1 = -\frac{1}{e} - \left(\frac{1}{e} - 1\right) = 1 - \frac{2}{e}$$

d'où

$$\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$$

c) calcul d'aire

Onk A l'aire du domaine délimitée par  $(C)$  et  $(D)$  et le droite  $(\Delta_1): x=0$  et  $(\Delta_2): x=1$



$$\begin{aligned} \text{d'où } A &= \int_0^1 (x - f(x)) dx = \int_0^1 (x - x^2)e^{-x} dx \\ &= \int_0^1 x e^{-x} dx - \int_0^1 x^2 e^{-x} dx \\ &= \frac{e-2}{e} - \frac{2e-5}{e} = \frac{e-2-2e+5}{e} \end{aligned}$$

$$\text{d'où } A = \frac{3-e}{e} \text{ UA} \text{ or } 1 \text{ UA} = 1 \text{ cm}^2$$

$$\text{d'où } A = \frac{3-e}{e} \text{ cm}^2$$

Partie III  $u_0 = \frac{1}{2}$   $u_{n+1} = f(u_n)$

1°) Montrons que  $\forall n \in \mathbb{N}; 0 \leq u_n \leq 1$

Par récurrence

\* on a  $0 \leq u_0 = \frac{1}{2} \leq 1$

\* Supposons que  $0 \leq u_n \leq 1$

or  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0, 1]$  d'où  $f(0) \leq f(u_n) \leq f(1)$

on a  $f(0) = (0-0) \times 1 + 0 = 0$

$f(1) = (1-1)e^{-1} + 1 = 1$

d'où  $0 \leq u_{n+1} \leq 1$

Conclusion : d'après le principe de

Récurrence  $\forall n \in \mathbb{N}; 0 \leq u_n \leq 1$

2°) monotonie de  $(u_n)$

d'après la partie II 2° b) on a

$\forall x \in [0, 1]; f(x) \leq x$

or  $\forall n \in \mathbb{N}$   $0 \leq u_n \leq 1$  en prenant  $x = u_n$

on trouve  $f(u_n) \leq u_n$

d'où  $u_{n+1} \leq u_n$

d'où la suite  $(u_n)$  est décroissante.



### 30/ Convergence de $(U_n)$

la suite  $(U_n)$  est décroissante décroissante et minorée par 0, donc  $(U_n)$  est convergente.

la limite de  $(U_n)$  est l'une des solutions de l'équation  $f(x) = x$

c'est à dire  $f(x) - x = 0$

d'après la deuxième partie 2/ a/  
 $f(x) - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 1$

d'où  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$  ou  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$

or  $(U_n)$  est décroissante d'où

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad U_n \leq U_0 = \frac{1}{2}$$

d'où  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n \leq \frac{1}{2}$  or  $\frac{1}{2} < 1$

d'où  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n < 1$

d'où  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n \neq 1$

Ce qui fait  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$