

7. Série de travaux dirigés N2

Exercices 1

Résoudre à l'aide de la méthode de bisection $\tan x - x = 0$ dans l'intervalle $[4; 4.7]$.

Exercice 2

On considère l'équation

(1) $e^x - 4x = 0$

- 1) Déterminer le nombre et la position approximative des racines de (1) situées dans $x \geq 0$
- 2) Utiliser l'algorithme de bisection pour déterminer la plus petite de ces racines à ε près. (par exemple 10^{-7})
- 3) Sans faire d'itérations, déterminer combien vous devriez en faire pour calculer la plus grande racine à l'aide de la bisection avec une précision de 10^{-8} , si l'intervalle de départ est $[2; 5]$

Exercice 3

Écrire un algorithme pour calculer par la méthode de Newton la racine k-ième d'un nombre.

Quelle est la valeur de $s = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$?

Suggestion : écrire $p_{n+1} = G(p_n)$, $p_0 = 0$ Quel est l'ordre de convergence ?

Exercice 4

Écrire 3 méthodes itératives pour la résolution de $x^3 - x - 1 = 0$ et vérifier expérimentalement leur convergence avec $x_0 = 1, 5$. Trouver à 10^{-6} près la racine comprise entre 1 et 2. Connaissant la valeur de cette racine, calculer l'ordre de convergence de vos 3 méthodes. Ce résultat coïncide-t-il avec l'expérience ?

Exercice 5

Résoudre $x^2 - 1 = 0$ en utilisant la méthode de la sécante avec $x_0 = -3$ et $x_1 = 5/3$. Qu'arrivera-t-il si on choisit et $x_0 = 5/3$ et $x_1 = -3$? Expliquez.

Exercice 6

On considère la fonction $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 1$.

- 1) Calculer l'ordre de convergence de la méthode de Newton pour la racine $x^* = 1$.
- 2) Étudier la convergence et l'ordre de la méthode de points fixe suivante :

$$x_{n+1} = x_n - 3 \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \text{ avec } x_0 \text{ près de } x^* = 1 \text{ racine de } f.$$