

Travaux Dirigés d'optique géométrique. Module Physique 2. S.M.I.A.

Série 2 : Système optique à surface sphérique :

Miroirs et Dioptrès sphériques. Lentilles sphériques minces

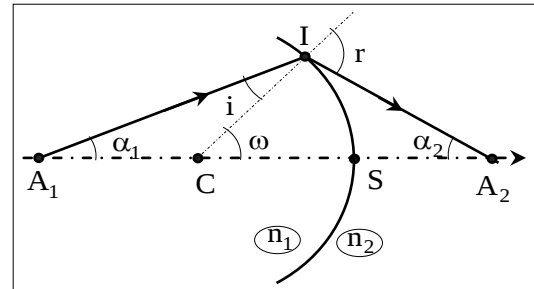
Chapitre 6 : Dioptré sphérique

Exercice 1 : l'invariant pour un dioptré sphérique

On considère un dioptré sphérique de centre C et de sommet S qui sépare deux milieux homogène et isotrope d'indice n_1 et n_2 .

Un point objet A_1 (source ponctuelle) placé sur l'axe optique à la distance $\overline{SA_1}$ du sommet S.

Au rayon incident, issu de A_1 , qui arrive en I sur le dioptré sphérique correspond un rayon émergent qui coupe l'axe au point A_2 . On adoptera les notations de la figure ci-contre.



1) À l'aide des données de la figure donner l'expression de l'inégalité qui concerne les indices n_1 et n_2

2) A l'aide de la relation des sinus appliquée aux triangles A_1IC et CIA_2 Montrer que l'invariant fondamentale du dioptré sphérique s'écrit :

$$n_1 \frac{CA_1}{IA_1} = n_2 \frac{CA_2}{IA_2}$$

3) Lorsque les conditions de l'approximation de Gauss sont remplies l'invariant prend la forme :

$n_1 \frac{\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = n_2 \frac{\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}}$. Déterminer la relation de conjugaison avec origine au Sommet S.

4) Déterminer les positions du foyer objet F_1 et du foyer F_2 . Soient f_1 la distance focale objet et f_2 la distance focale image, en déduire le rapport des distances focales $\frac{f_1}{f_2}$ et leur

somme $f_1 + f_2$. Que peut-on dire de la nature de ces foyers objet et image

5) Donner les relations de conjugaisons avec origine au centre C et aux foyers F_1 et F_2 .

6) Donner les expressions du grandissement transversal γ_t , puis les expressions du grandissement axial γ_a , en fixant l'origine de l'axe optique Δ , respectivement au sommet S, au centre C et aux doubles origines aux foyers F et F'.

Corrigé de l'exercice 1 :

1) D'après la figure on a $r > i$. Pour que la relation de Snell-Descartes $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$ soit conforme à la figure il faut $n_1 > n_2$

2) Invariant fondamentale du dioptré sphérique

Triangles : $A_1IC \Rightarrow \frac{IA_1}{\sin(\pi - \omega)} = \frac{IA_1}{\sin(\omega)} = \frac{CA_1}{\sin(i)}$ et $CIA_2 \Rightarrow \frac{CA_2}{\sin(\pi - r)} = \frac{CA_2}{\sin(r)} = \frac{IA_2}{\sin(\omega)}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{CA_1}{IA_1 \sin(i)} = \frac{CA_2}{IA_2 \sin(r)} \\ n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r) \end{array} \right\} \Rightarrow n_1 \frac{CA_1}{IA_1} = n_2 \frac{CA_2}{IA_2} \text{ Invariant fondamental du dioptré sphérique}$$

3) Relation de conjugaison avec origine au sommet S

Condition de l'approximation de Gauss

$$\Rightarrow \overline{IA_1} \rightarrow \overline{SA_1} \quad \text{et} \quad \overline{IA_2} \rightarrow \overline{SA_2} \Rightarrow n_1 \frac{\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = n_2 \frac{\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}}$$

$$\overline{CA_1} = \overline{CS} + \overline{SA_1} \quad \text{et} \quad \overline{CA_2} = \overline{CS} + \overline{SA_2} \Rightarrow n_1 \frac{\overline{CS} + \overline{SA_1}}{\overline{SA_1}} = n_2 \frac{\overline{CS} + \overline{SA_2}}{\overline{SA_2}}$$

$$n_1 \frac{\overline{CS}}{\overline{SA_1}} + n_1 = n_2 \frac{\overline{CS}}{\overline{SA_2}} + n_2 \quad \text{on en déduit} \quad \boxed{\frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \quad \text{Origine au sommet S}}$$

4) Positions des foyers

Le foyer image F_2 est l'image d'un objet à l'infini sur l'axe $\boxed{A \rightarrow -\infty}$

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{1}{\overline{SF_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \text{soit la distance focale image} \quad \boxed{\overline{SF_2} = \frac{\overline{SC}}{n_1 - n_2} = f_2}$$

Le foyer objet F_1 a son image rejetée à l'infini sur l'axe : $\boxed{A_2 \rightarrow \infty}$

$$\frac{1}{\overline{SF_1}} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \quad \text{soit la distance focale objet} \quad \boxed{\overline{SF_1} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} = f_1}$$

Complétons la relation de conjugaison avec origine au sommet S en ajoutant les foyers et la vergence.

$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} = \frac{n_1}{\overline{SF_1}} = -\frac{n_2}{\overline{SF_2}} = -V}$$

5) Relation de conjugaison

Origine au centre C : $\frac{n_1}{\overline{CA_2}} - \frac{n_2}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}} = \frac{n_1}{\overline{CF_2}} = -\frac{n_2}{\overline{CF_1}} = V$ avec $\overline{CF_1} = -\overline{SF_2}$ et $\overline{CF_2} = -\overline{SF_1}$

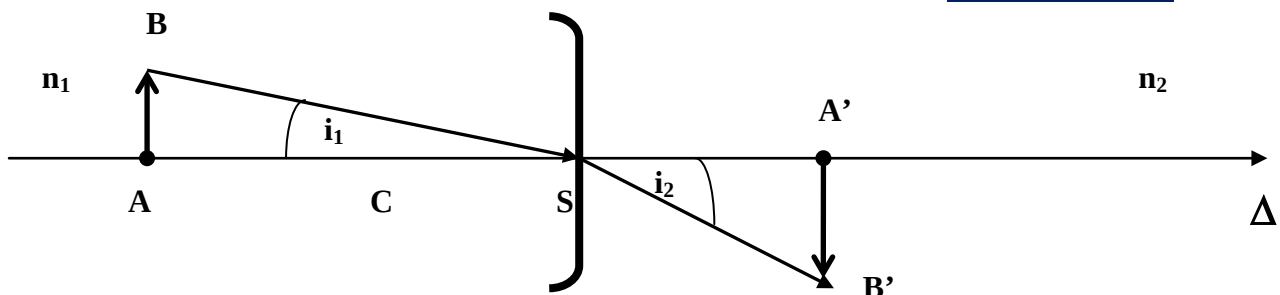
Origine au foyers F_1 et F_2 : (formule de Newton) $\boxed{\overline{F_1A_1} \times \overline{F_2A_2} = \overline{SF_1} \times \overline{SF_2} = f_1 \times f_2}$

6) Par définition le grandissement transversal γ_t d'un système optique quelconque, qui donne d'un objet AB une image A'B', est exprimé comme suit :

$$\boxed{AB \xrightarrow{\mathcal{D}(S, C, n_1, n_2)} A'B'}$$

Le grandissement linéaire ou transversal γ_t du dioptré sphérique pour le couple (AB, A'B') est le rapport de la dimension linéaire de l'image A'B' à la dimension correspondante de l'objet AB.

$$\boxed{\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$$

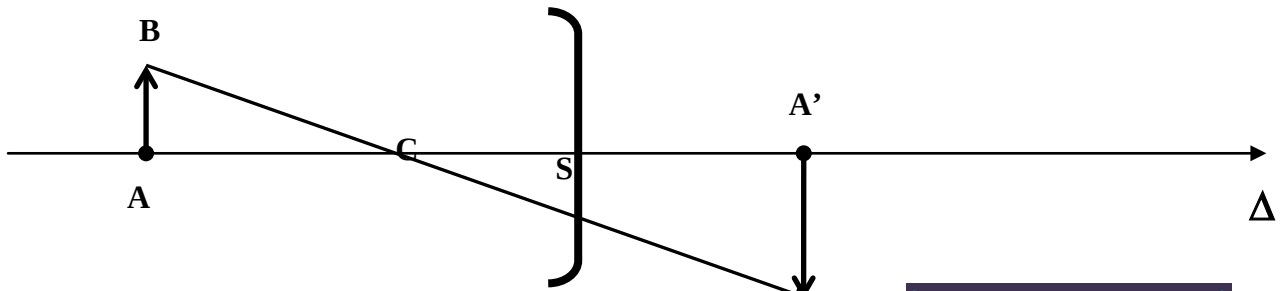


Dans le cadre de l'approximation de Gauss on a :

$$\boxed{n_1 \cdot i_1 = n_2 \cdot i_2, \quad i_1 = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}}, \quad i_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}, \quad n_1 \cdot \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = n_2 \cdot \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}}$$

Avec l'origine au sommet S : Grandissement transversal γ_t

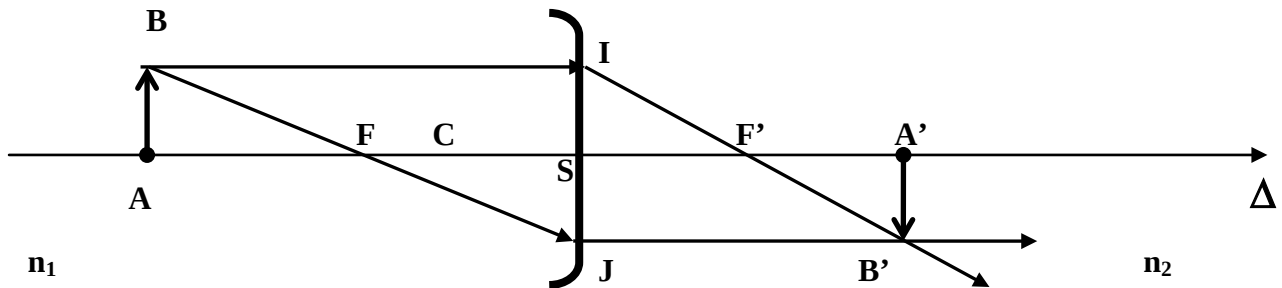
$$\boxed{\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$$



Dans le cadre de l'approximation de Gauss on a :

Avec l'origine au centre C : Grandissement transversal γ_t

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$



Les deux triangles SIF' et F'A'B' sont semblables d'où on a :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

Les deux triangles SJF et FAB sont semblables d'où on a :

$$\frac{\overline{SJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$$

Dans le cadre de l'approximation de Gauss on a :

Avec doubles origines aux foyers principaux objet F et image F' :

Grandissement transversal γ_t

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

et

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{SF'}}$$

Par définition le grandissement axial, longitudinal γ_a d'un système optique quelconque, qui donne d'un objet AB, étalé sur l'axe optique Δ , une image A'B', est exprimé comme suit :

$$\overline{AB} \xrightarrow{\mathcal{D}(S, C, n_1, n_2)} \overline{A'B'}$$

Le **grandissement axial ou longitudinal** γ_a du dioptré sphérique de sommet S, de centre C, séparant deux milieux homogènes d'indice de réfraction n_1 et n_2 , pour le couple (AB, A'B') est le rapport de la variation de la position de A' sur l'axe optique Δ et la variation de la position de l'objet A sur l'axe optique Δ . Ce qui nous amène à fixer l'origine de l'axe optique Δ .

$$\gamma_a = \frac{d(\overline{SA'})}{d(\overline{SA})}$$

Dans le cadre de l'approximation de Gauss on a la relation de conjugaison entre l'objet AB et son image A'B' s'exprime comme suit :

L'origine au sommet S :

$$\frac{n_1}{SA} - \frac{n_2}{SA'} = \frac{n_1 - n_2}{SC}$$

$$-n_1 \cdot \frac{d(\overline{SA})}{SA^2} + n_2 \cdot \frac{d(\overline{SA'})}{SA'^2} = 0$$

D'où on a l'expression du grandissement axial :

$$\gamma_a = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(\underbrace{\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}_{\gamma_t} \right)^2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \gamma_t^2$$

$$\gamma_a = \frac{d(\overline{SA'})}{d(\overline{SA})} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2}$$

L'origine au centre C :

$$\gamma_a = \frac{d(\overline{CA'})}{d(\overline{CA})}$$

$$\frac{n_1}{CA'} - \frac{n_2}{CA} = \frac{(n_1 - n_2)}{CS} = \frac{(n_2 - n_1)}{SC}$$

$$-n_1 \cdot \frac{d(\overline{CA'})}{CA'^2} + n_2 \cdot \frac{d(\overline{CA})}{CA^2} = 0$$

D'où on a l'expression du grandissement axial :

$$\gamma_a = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\overline{CA'}^2}{\overline{CA}^2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \gamma_t^2$$

$$\gamma_a = \frac{d(\overline{CA'})}{d(\overline{CA})} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\overline{CA'}^2}{\overline{CA}^2}$$

Doubles origines aux foyers principaux objet F et image F' :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FS} \cdot \overline{F'S}$$

$$(f, g = Cst)' = f' \cdot g + f \cdot g' = 0$$

$$\gamma_a = \frac{d(\overline{F'A'})}{d(\overline{FA})}$$

$$\gamma_a = \frac{d(\overline{F'A'})}{d(\overline{FA})} = - \frac{\overline{F'A'}}{\overline{FA}}$$

$$d(\overline{FA}) \cdot \overline{F'A'} + \overline{FA} \cdot d(\overline{F'A'}) = 0$$

D'où on a l'expression du grandissement axial :

avec

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

$$\gamma_a = - \frac{\overline{F'A'}}{\overline{FA}} = - \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} \cdot \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} \cdot \frac{\overline{F'S}}{\overline{FS}}$$

et

$$\frac{\overline{F'S}}{\overline{FS}} = - \frac{n_2}{n_1}$$

$$\gamma_a = \frac{n_2}{n_1} \cdot \gamma_t^2$$

Exercice 2 : Foyers d'un dioptre sphérique

On considère un dioptre sphérique de sommet de S centre C, et de rayon de courbure $R = 50$ cm séparant un milieu d'indice $n_1 = 1,5$ d'un milieu d'indice $n_2 = 1$. La lumière se propage du milieu d'indice n_1 vers le milieu d'indice n_2 . Le centre C du dioptre est situé dans le milieu d'indice n_2 .

1) Calculer les positions des foyers objet F_1 et image F_2 de ce dioptre. En déduire le rapport

des distances focales $\frac{f_1}{f_2}$ et leur somme $f_1 + f_2$ Que peut-on dire de la nature de ces foyers ?

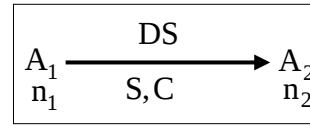
2) On place, perpendiculairement à l'axe optique de ce dioptre, un petit objet $\overline{AB}$ de 2 cm de hauteur et situé à une distance "d" du sommet S.

Déterminer la position, la grandeur et la nature de l'image $\overline{A_2B_2}$ de $\overline{A_1B_1}$ à travers ce dioptre dans les trois cas suivants :

a) $d = 50\text{cm} = \overline{A_1S}$

b) $d = 25\text{cm} = \overline{SA_1}$

c) $d = 100\text{cm} = \overline{SA_1}$



Faire une construction graphique pour chaque cas.

Complément. Un rayon issue de A_1 situé dans le milieu d'indice n_1 donne à travers un dioptre sphérique (DS) de sommet S et de centre C un point A_2 situé dans le milieu d'indice n_2

Corrigé de l'exercice 2 :

La position des foyers et leur nature

$$\overline{SF_1} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} \overline{SC} \Rightarrow \boxed{\overline{SF_1} = 3 \overline{SC}} ; \quad \overline{SF_2} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \overline{SC} \Rightarrow \boxed{\overline{SF_2} = -2 \overline{SC}}$$

$$\frac{\overline{SF_1}}{\overline{SF_2}} = -\frac{3}{2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \overline{SF_1} + \overline{SF_2} = f_1 + f_2 = \overline{SC}$$

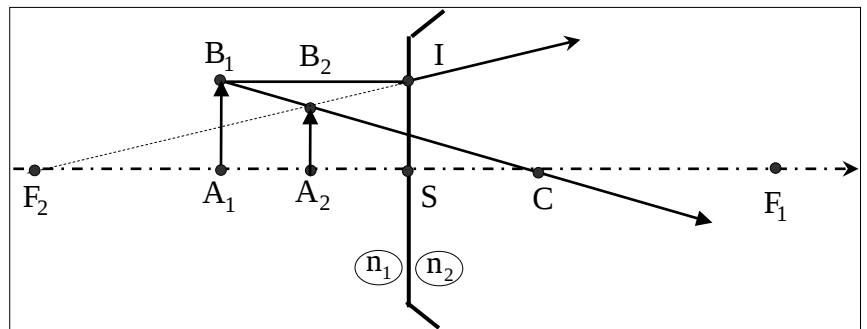
Sens positif de la lumière $n_1 \rightarrow n_2 \Rightarrow \overline{SC} > 0 \Rightarrow \overline{SF_1} > 0$ et $\overline{SF_2} < 0$ Le dioptre est divergent

2) Image $\overline{A_2B_2}$

a) $d = 50\text{cm} = \overline{AS} \Rightarrow \overline{AS} = \overline{SC}$

A symétrique de C/S

Objet $\overline{AB}$ est réel



$$\frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \boxed{\overline{SA_2} = -\frac{\overline{SC}}{2} = \overline{SA_1}} ; \quad \gamma = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} \text{ ce qui donne } \boxed{\overline{A_2B_2} = \frac{3}{4} \overline{A_1B_1}}$$

L'image est virtuelle, droite placée au milieu de $\overline{SA_1}$ et de 1,5cm de hauteur

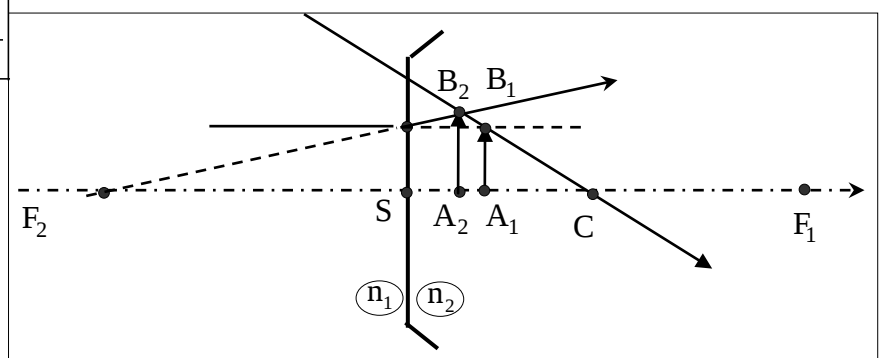
b) $d = 25\text{cm} = \overline{SA} \Rightarrow \boxed{\overline{SA} = \frac{\overline{SC}}{2}}$

L'objet $\overline{AB}$ est virtuel

On obtient

$$\overline{SA_2} = \frac{2}{5} \overline{SC} = \frac{4}{5} \overline{SA}$$

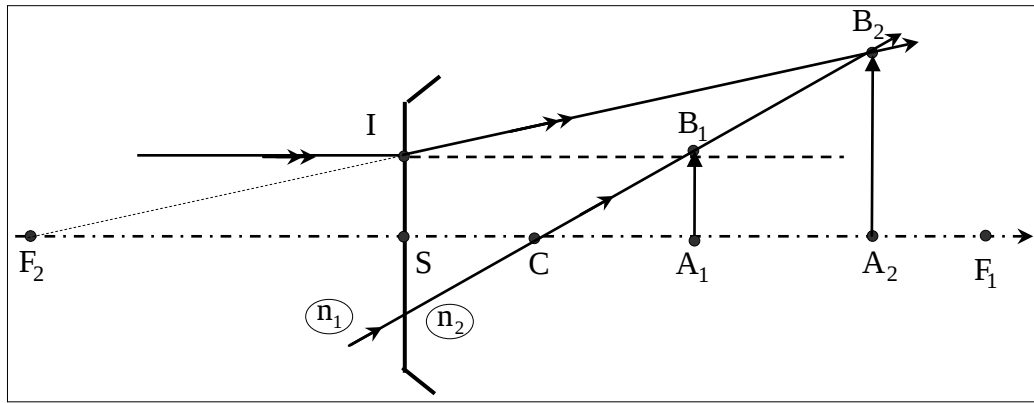
$$\overline{A_2B_2} = \frac{6}{5} \overline{A_1B_1}$$



L'image est réelle, droite, placée à 20cm du sommet S et de 2,4cm de hauteur

c) $d = 100\text{cm} = \overline{SA} \Rightarrow \overline{SA} = 2 \overline{SC}$ L'objet $\overline{AB}$ est virtuel

$$\overline{SA_2} = 4 \overline{SC} = 2 \overline{SA} \quad \boxed{\overline{A_2B_2} = 3 \overline{A_1B_1}}$$



Exercice 3 : Dioptré sphérique

Un dioptré sphérique (Σ) de sommet S, de centre C et de rayon $R = 30\text{ cm}$, sépare deux milieux (1) et (2) transparents d'indices respectifs $n_1 = 1$ et $n_2 = 1,6$. Le centre de cette surface est situé dans le milieu de plus faible indice.

1. Le dioptré (Σ) est-il convergent ou divergent par rapport au milieu (1) ?
2. Calculer la position des foyers objet et image, et la vergence du dioptré.
3. Un objet $\overline{AB} = 1\text{ cm}$ est placé perpendiculairement à l'axe de (Σ) à 100 cm en avant de S. Calculer la position de son image $\overline{A'B'}$. Quelle est sa grandeur ? L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
4. Représenter géométriquement l'image $\overline{A'B'}$ de l'objet AB.

Corrigé de l'exercice 3 :

1- Comme le centre C de ce dioptré sphérique Σ est situé dans le milieu homogène d'indice de réfraction $n_1=1$ qui est inférieure à l'indice de réfraction $n_2 = 1,6$ du second milieu homogène, alors ce dioptré sphérique Σ est divergent. Son centre C est situé dans le milieu le moins réfringent.

2- Les deux foyers principaux objet F et image F' sont comme suit, avec S origine de l'axe optique Δ :

$$\overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} \overline{SC} \Rightarrow \boxed{\overline{SF} = \frac{1}{1 - 1,6} \times 30 = -50\text{cm}} ; \quad \overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \overline{SC} \Rightarrow \boxed{\overline{SF'} = \frac{1,6}{1,6 - 1} \times 30 = +80\text{cm}}$$

La vergence V de ce dioptré sphérique est :

$$\boxed{V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{n_1}{\overline{SF}} = -\frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{1,6 - 1}{30 \cdot 10^{-2}} = 2\delta}$$

3- L'image $\overline{A'B'}$ de l'objet AB, formée par le dioptré sphérique de sommet S, de centre C et séparant les deux milieux homogènes d'indice de réfraction n_1 et n_2 tel que la relation de conjugaison en fixant l'origine de l'axe optique Δ s'exprime comme suit :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \Rightarrow \boxed{\overline{SA'} = \frac{\overline{SA} \cdot \overline{SC}}{n_1 \cdot \overline{SC} + (n_2 - n_1) \cdot \overline{SA}} = \frac{(30) \cdot (-100)}{(30) + (0,6) \cdot (-100)} = 100\text{cm}} ;$$

$$\gamma_t = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \text{ ce qui donne } \boxed{\overline{A'B'} = \frac{1}{1,6} \times \frac{100}{-100} = -0,625 \cdot \overline{AB}}$$

Cette image $\overline{A'B'}$ est une image réelle, renversée et plus petite, environ la moitié, de l'objet AB

Exercice 4 : Association d'un dioptré plan et un dioptré sphérique

On considère le système formé par l'association d'un dioptré plan et d'un dioptré sphérique de verre d'indice n , d'épaisseur $\overline{HS}$. On appelle R le rayon de courbure de la face sphérique de sommet S . La face d'entrée de la lumière est la face plane.

1. Déterminer les positions des foyers image F' et objet F de ce système par rapport au sommet S du dioptré sphérique.
2. Quelle est sa distance focale si son épaisseur $\overline{HS}$ est très petite ?
3. Où sont les foyers si la face d'entrée est la face sphérique ?

Données : $n = 1,5$; $R = 10 \text{ cm}$; $\overline{HS} = 1,5 \text{ cm}$

Corrigé de l'exercice 4 :

Le système optique est constitué par l'association de deux dioptrés D_1 et D_2 tel que :

D_1 : dioptré plan qui sépare l'air d'indice de réfraction $n_0 = 1$ et le verre d'indice de réfraction n ,

D_2 : dioptré sphérique de sommet S et de centre C , et de rayon $\overline{SC} = -10\text{cm}$, et qui sépare le verre d'indice de réfraction $n = 1,5$ et l'air d'indice de réfraction $n_0 = 1$

Ce système optique fournit une image A'' du point source A tel que : $A \xrightarrow{D_1} A' \xrightarrow{D_2} A''$, Ces points A , A' son image fournie par le dioptré D_1 et A'' l'image finale fournie par le D_2 , sont liés par les relations de conjugaison de ces deux dioptrés.

Ces relations de conjugaison pour ces deux dioptrés sont comme suit :

$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{HA}} - \frac{n}{\overline{HA'}} = 0 & (1) \\ \frac{n}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA''}} = \frac{n-1}{\overline{SC}} & (2) \end{cases}$$

- **Détermination du foyer image F'** : Par définition, le foyer image F' d'un système optique est un point de l'axe optique de ce système, qui représente l'image d'un point source placé à l'infini. $A(\infty) \xrightarrow{D_1} A' \xrightarrow{D_2} A''$. On a alors : $\overline{HA} \rightarrow \infty$, $\overline{HA'} \rightarrow \infty$ donc $\overline{SA'} \rightarrow \infty$, on

obtient alors $A'' \rightarrow F'$, d'où la relation suivante : $\frac{-1}{\overline{SF'}} = \frac{n-1}{\overline{SC}}$ soit $\boxed{\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{1-n} = +20\text{cm}}$

- **Détermination du foyer objet F** : Par définition, le foyer objet F d'un système optique est un point de l'axe optique Δ de ce système, et dont l'image fournie par ce système est située à l'infini. Dans le cas de notre système optique constitué de ces deux dioptrés D_1 et D_2 on a : $F \xrightarrow{D_1} F_1 \xrightarrow{D_2} F''(\infty)$. Les relation de conjugaison (1) et (2) permettent d'écrire :

$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{HF}} - \frac{n}{\overline{HF_1}} = 0 & (1) \\ \frac{n}{\overline{SF_1}} - \frac{1}{\overline{SF''}} = \frac{n-1}{\overline{SC}} & (2) \end{cases}$$

or on a : $\overline{SF''} \rightarrow \infty$, donc $\overline{SF_1} = \frac{n}{n-1} \cdot \overline{SC}$. D'après (1) on obtient alors : $\overline{HF} = \frac{1}{n} \cdot \overline{HF_1}$

d'après la relation de Chasles on peut écrire : $\overline{HF} = \overline{HS} + \overline{SF} = \frac{1}{n}(\overline{HS} + \overline{SF_1})$,

d'où : $\overline{SF} = \frac{1}{n} \cdot \overline{HS} - \overline{HS} + \frac{1}{n} \cdot \overline{SF_1}$ et finalement on a : $\boxed{\overline{SF} = \overline{HS} \cdot \left(\frac{1-n}{n} \right) + \frac{\overline{SC}}{n-1}}$

A.N. : $\boxed{\overline{SF} = -20,5\text{cm}}$ avec $\overline{HS} = 1,5\text{cm}$, $\overline{SC} = -10\text{cm}$, $n = 1,5$

2- Si l'épaisseur $\overline{HS}$ est petite, alors on peut écrire les deux relations suivantes :

$$\begin{cases} \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{(1-n)} = 20\text{cm} \\ \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{(n-1)} = -20\text{cm} \end{cases}$$

- 3- Si la face d'entrée est la face sphérique alors les foyers seront inversés, en vertu du principe du retour inverse de la lumière. Le foyer image devient alors objet et inversement :

$$\begin{cases} \overline{SF} = -20\text{cm} \\ \overline{SF'} = 20,5\text{cm} \end{cases}$$

Exercice 5 : Lentille plan-concave

Une lentille L , taillée dans un verre d'indice n_1 , est constituée d'un dioptre plan Σ_1 et d'un dioptre sphérique concave Σ_2 de centre C_2 et de rayon de courbure R_2 . La face d'entrée Σ_1 de sommet S_1 est en contact avec le milieu d'indice n_0 , et la face de sortie Σ_2 est en contact avec un milieu d'indice n_2 . Cette lentille donne d'un objet A_0 , situé sur son axe optique Δ , une image A_2 . Soit A_1 l'image intermédiaire de A_0 à travers le dioptre plan Σ_1 .

1. Ecrire la relation de conjugaison entre A_0 et A_1 puis celle entre A_1 et A_2 .
2. En considérant que L est une lentille mince, établir sa relation de conjugaison
3. On supposera que $n_2 < n_1$
 - a- Déterminer les distances focales objet f et image f'
 - b- En déduire la nature des foyers objet F et image F' de la lentille
 - c- Calculer le rapport $\frac{f'}{f}$.
4. Calculer f et f' dans le cas particulier où $n_1 = 1,5$; $R_2 = 10\text{ cm}$ et $n_0 = n_2 = 1$.

Corrigé de l'exercice 5:

- 1- Soit une lentille L_1 , taillée dans un verre d'indice n_1 , et composée de l'association d'un dioptre plan Σ_1 et d'un dioptre sphérique Σ_2 de centre C_2 , de sommet S_2 et de rayon de courbure $\overline{S_2C_2} = R_2$. Soit un objet ponctuel A placé sur l'axe optique commun de ces deux dioptres. Cette lentille L_1 fournit alors une image finale A' située aussi sur le même axe optique. En effet, le dioptre plan Σ_1 fournit une image intermédiaire A_1 qui est alors conjugué du point A par le dioptre plan. Et, ce point A_1 joue le rôle d'un objet pour le deuxième dioptre sphérique qui en donne une image finale A' , qui est aussi conjuguée du point A_1 par rapport à ce dioptre sphérique de centre C_2 et de sommet S_2 .
- 2- Il est à rappeler que la relation de conjugaison entre le point objet A et son image A_1 fournie par un dioptre plan séparant les deux milieux homogènes d'indice

respectivement n_0 et n_1 s'exprime comme suit : $\boxed{\frac{n_0}{\overline{S_1A_0}} - \frac{n_1}{\overline{S_1A_1}} = 0}$, où A_1 et A_0 sont

deux points conjugués, S_1 étant un point de ce dioptre, c'est-à-dire de la surface de séparation des deux milieux respectivement d'indice de réfraction n_0 et n_1 .

Il est à rappeler aussi que la relation de conjugaison pour un dioptre sphérique de sommet S_2 , de centre C_2 et qui sépare deux milieux homogènes d'indices de réfraction n_1 et n_2 :

$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n_2}{\overline{S_2A_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{S_2C_2}}}$$

- 2- Dire que la lentille est mince, revient à considérer que les deux sommets S_1 et S_2 sont confondus en O , centre optique de cette lentille :

$$\begin{cases} \frac{n_0}{\overline{OA_0}} - \frac{n_1}{\overline{OA_1}} = 0 & (1) \\ \frac{n_1}{\overline{OA_1}} - \frac{n_2}{\overline{OA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} & (2) \end{cases}$$

Avec $\overline{OC_2} = R_2 > 0$. En additionnant les deux égalités (1) et (2) on obtient l'égalité suivante :

$$\boxed{\frac{n_0}{\overline{OA_0}} - \frac{n_2}{\overline{OA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}}. \text{ C'est la relation de conjugaison de la lentille mince (L).}$$

3a- **La distance focale de la lentille (L)** : $f' = \overline{OF'}$ et $f = \overline{OF}$

Quand on place un objet A_0 à l'infini, son image fournie alors par la lentille (L) est située sur le foyer principal image F' de cette lentille tel que :

$$\frac{1}{\overline{OA_0}} = 0 \Rightarrow \overline{OA_2} = \overline{OF'} \Rightarrow -\frac{n_2}{\overline{OF'}} = \frac{n_1 - n_2}{R} ; \text{ d'où la distance focale } f' :$$

Et, pour déterminer la position du foyer objet F de cette lentille, on commence par placer l'objet A_0 en F et effectuer le calcul en considérant que l'image finale A' est située à l'infini :

$$\frac{1}{\overline{OA_2}} = 0 \Rightarrow \overline{OA_0} = \overline{OF} \Rightarrow \frac{n_0}{\overline{OF}} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} ; \text{ d'où la position du foyer objet } F :$$

$$f = \overline{OF} = \frac{n_0}{n_1 - n_2} \cdot R_2$$

3b- Par hypothèse on a le milieu homogène d'indice de réfraction n_1 et plus réfringent que le milieu homogène d'indice n_2 donc on peut écrire :

$$n_1 - n_2 > 0; \quad R_2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \overline{OF'} < 0 \Rightarrow F' \text{ virtuel} \\ \overline{OF} > 0 \Rightarrow F \text{ virtuel} \end{cases}$$

3c- Le rapport des deux distances focales image et objet est toujours négatif car le rapport des

deux indices de réfractions est toujours positif : $\frac{f'}{f} = -\frac{n_2}{n_0}$, ce qui prouve que les deux foyers

objet F et image F' sont de même nature.

4- Pour les milieux homogènes d'indice $n_1=1,5$, $n_0=n_2=1$ et $R_2=10$ cm on trouve les résultats

$$\text{suivants : } \begin{cases} f' = -\frac{n_2}{n_1 - n_2} \cdot R_2 = \frac{-R_2}{n_1 - 1} = \frac{-10\text{cm}}{0,5} = -20\text{cm} \\ f = \frac{n_0}{n_1 - n_2} \cdot R_2 = \frac{R_2}{n_1 - 1} = \frac{10\text{cm}}{0,5} = +20\text{cm} \end{cases}$$

.... /

$$f' = \overline{OF'} = -\frac{n_2}{n_1 - n_2} \cdot R_2$$