

Travaux Dirigés d'optique géométrique Module Physique II S.M.I.A.

Série 1 : Bases de l'optique géométrique. Système optique à surface plane

Chapitre 3 : Surface plane : Miroir & dioptre plans et Lames à Faces parallèles et Prisme

Exercice 8 : Miroirs plans perpendiculaires

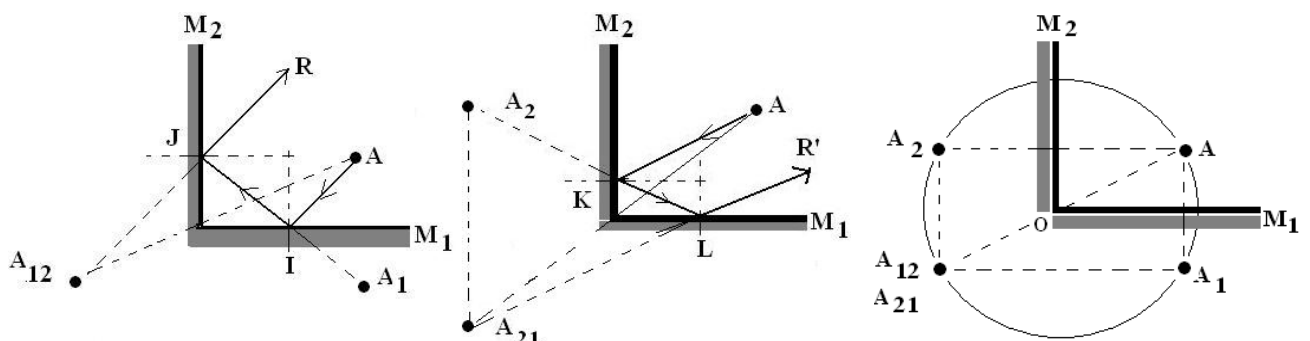
Soit un système optique composé de deux miroirs plans M_1 et M_2 , faisant un angle $\beta = \pi/2$ entre eux et soit un objet ponctuel A situé sur la bissectrice de ces deux miroirs.

1. Construire l'image A_1 de A dans le miroir M_1 et tracer un faisceau de rayons issus de A puis réfléchis par M_1 . A_1 peut-il jouer le rôle d'objet par rapport au miroir M_2 ? Si oui, construire son image A_{12} dans M_2 et les rayons correspondants. Le processus peut-il se poursuivre par une nouvelle réflexion sur M_1 ?
2. De la même manière, construire l'image A_2 de A dans M_2 puis l'image A_{21} de A_2 dans M_1 .
3. Finalement, combien d'images de A l'observateur peut-il voir ?
4. Montrer que le rayon incident issu de l'objet ponctuel A, après deux réflexions successives sur les deux miroirs M_1 et M_2 , sort d'une façon parallèle à lui-même et de sens opposé.
5. Pour quel valeur de l'angle β entre les deux miroirs M_1 et M_2 , peut-on obtenir 6 points lumineux, cinq images et le point objet A ?

Corrigé :

1- Soit un système d'optique formé de 2 miroirs plans M_1 et M_2 formant entre eux un angle droit. Soit A un point source placé entre ces deux miroirs plans. Le miroir M_1 fournit une image A_1 du point source A, de telle sorte que le rayon lumineux AI se réfléchisse au point I par ce miroir M_1 et le rayon réfléchi IJ ainsi obtenu, semble provenir du point image virtuel A_1 . Après une deuxième réflexion sur le deuxième miroir M_2 , le rayon lumineux JR quitte ce système d'optique, formé des deux miroirs, d'une façon parallèle au rayon incident AI, mais de sens opposé. Ce rayon JR semble provenir alors du point A_{22} qui est l'image virtuelle de l'objet virtuel A_1 , fournie par le miroir M_2 .

2- Il sera de même pour le point image A_2 du point source A fournie par le miroir M_2 et le rayon incident, dans ce cas, AK subit une première réflexion sur le miroir M_2 puis une deuxième sur le miroir M_1 de telle sorte que le rayon KL semble provenir de A_2 , image de A fournie par le miroir M_2 et le rayon LR' quittera le système optique des deux miroirs d'une façon parallèle au rayon incident AK, mais de sens opposé. Il semble alors provenir du point A_{22} , image virtuelle fournie par le miroir M_1 du point objet virtuel. A_2 .



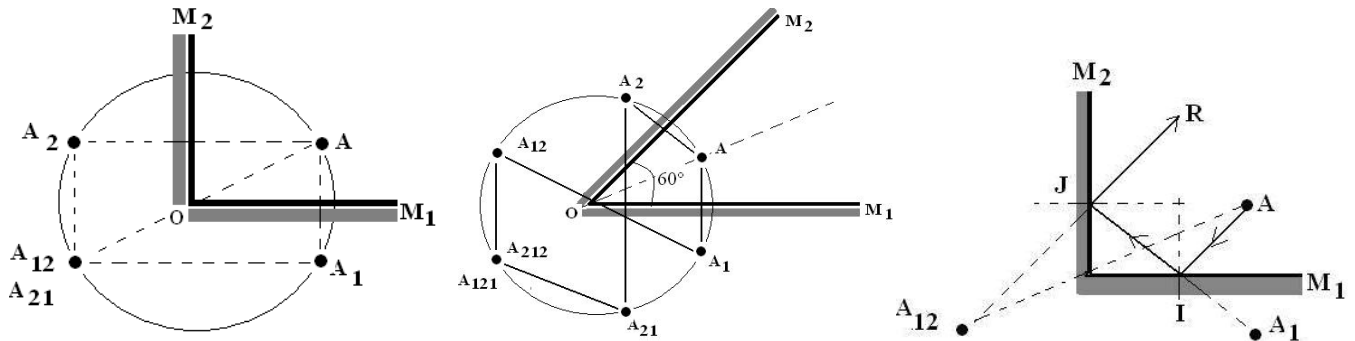
Conclusion : Le système d'optique formé de deux miroirs rectangulaires M_1 et M_2 donne du point objet réel A trois images distinctes dont l'une est symétrique de A par rapport à l'arête O, intersection des deux miroirs M_1 et M_2 .

B- On associe au premier miroir M_1 un deuxième miroir M_2 faisant avec lui un angle $\beta = \pi/2$.

1- Soit un point source A placé sur la bissectrice de ces deux miroirs. Ces deux derniers forment ensemble trois images du point source A, dont une est double et elle est située sur la bissectrice des deux miroirs M_1 et M_2 .

2- Pour obtenir 6 points lumineux dont l'objet source A, c'est-à-dire 5 images et l'objet lui-même, il faut avoir un angle $\beta = \pi/3$. Car le nombre d'images est donné par la formule générale : $2.p - 1$ pour deux miroirs faisant un angle $\beta = \pi/p$, avec p un nombre entier.

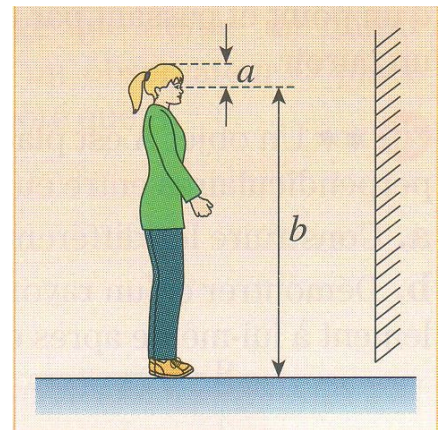
3- Pour avoir un rayon lumineux émergent parallèle au rayon incident, après deux réflexions successives sur les deux miroirs M_1 et M_2 , il faut que les deux miroirs M_1 et M_2 soient perpendiculaires. Donc l'angle β que font les deux miroirs M_1 et M_2 est égale à $\pi/2$.



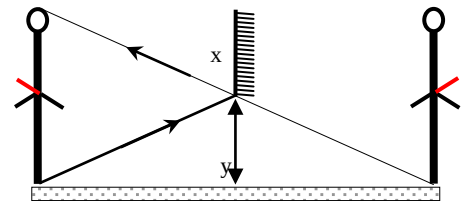
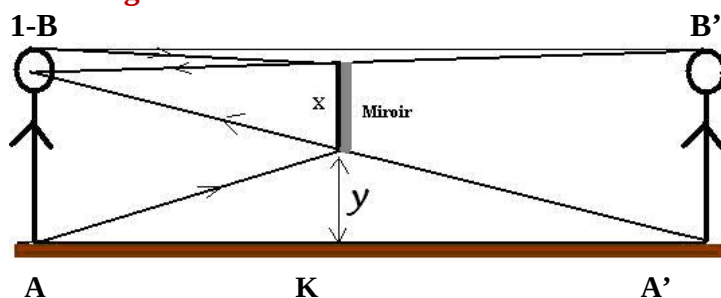
Exercice 9 : Choisir son miroir.

Souad veut acheter un miroir plan. On appelle a la distance de ses yeux au sommet de son crâne, b celle de ses yeux à ses pieds.

1. Reproduire le schéma ci-contre et représenter l'image de Souad. Le miroir est vertical.
2. a. A quelle hauteur maximale du sol doit se trouver la base du miroir pour que les pieds de Souad soient visibles ?
b. Quelle longueur minimale l doit avoir le miroir pour qu'elle puisse se voir en entier ?
3. La distance séparant Souad du miroir a-t-elle de l'importance ?



Corrigé :



2- a) Les triangles $AA'B$ et KMA' sont semblables ce qui nous permet d'établir la relation suivante :

$AB/KM = AA'/KA'$ ce qui implique que $b/y = 2$ donc $y = b/2$

b- Les triangles $A'B'O$ et $MM'O$ sont semblables ce qui nous permet d'établir la relation suivante :

$A'B'/MM' = OO'/OM'$ ce qui implique que $(a+b)/\ell = 2$ donc $x = \ell = (a+b)/2$

3- Non, la distance qui sépare Souad du miroir n'est pas importante dans la détermination de la taille du miroir et sa hauteur du sol pour que cette personne se voie en entier.

Exercice 10 : Translation d'un rayon lumineux à la traversée d'une lame à faces parallèles

Soit un rayon lumineux SI qui frappe sous une incidence i une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n . Montrer que ce rayon lumineux subit une translation à la traversée de cette lame à faces parallèles. Calculer cette translation pour $i = 60^\circ$, $e = 5 \text{ cm}$ et $n \approx \sqrt{3}$.
Etudier le rayon sortant dans le cas où l'angle d'incidence i est faible.

Corrigé :

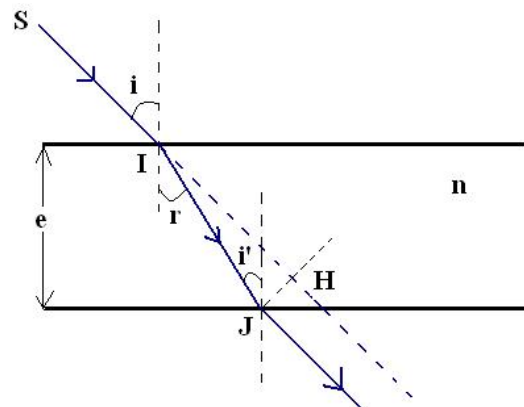
Soit une source ponctuelle S, placée dans l'air et émet un rayon lumineux SI qui tombe sur la lame à faces parallèles d'indice de réfraction n et d'épaisseur e . Au point I, ce rayon lumineux se réfracte en pénétrant dans cette lame. Il se rapproche de la normale, car il passe d'un milieu homogène d'indice 1 vers un autre milieu homogène d'indice n supérieur à 1. Cette réfraction se traduit par l'équation suivante : $\sin i = n \cdot \sin r$. Puis ce rayon lumineux continue son chemin jusqu'à l'autre face de cette lame. Au point J, ce rayon subit une deuxième réfraction, en s'éloignant de la normale, car il passe d'un milieu homogène d'indice n plus réfringent vers un milieu moins réfringent d'indice $n_0=1$ inférieure alors à n . Cette réfraction au point J se traduit alors comme suit :

$n \cdot \sin r' = \sin i'$ comme $r = r'$ alors $\boxed{i = i'}$
d'où le résultat. Donc le rayon émergent est parallèle au rayon incident.

La lame à faces parallèles fait translater le rayon incident d'une quantité

$\overline{JH} = \overline{IJ} \cdot \sin(i - r)$ avec $\overline{IJ} = \frac{e}{\cos r}$. Ce qui donne

$$\boxed{\overline{JH} = \frac{e}{\cos r} \cdot \sin(i - r)} \quad \text{A.N: } \boxed{\overline{JH} \approx 2,88 \text{ cm}}$$



Dans le cas où l'angle d'incidence i est faible, il en sera de même pour l'angle de réfraction r au point

d'entrée I de la lame à faces parallèles. Par la suite on a : $\boxed{\overline{JH} = \frac{e}{\cos r} \cdot \sin(i - r) \approx \frac{e}{1} \cdot (i - r) \approx e \cdot i_{\text{rd}} \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$

Exercice 11 : Marche d'un rayon lumineux à travers un prisme

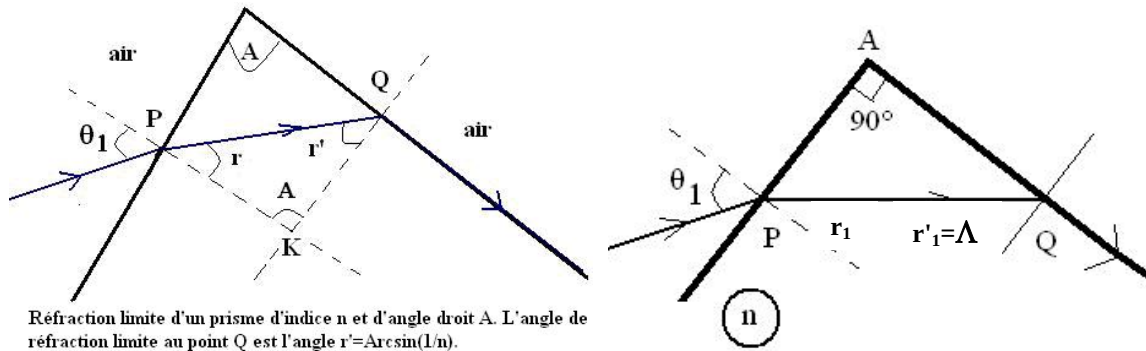
Un faisceau de lumière monochromatique, ayant sa source dans l'air, frappe au point P le prisme représenté par la figure ci-contre. Ce rayon lumineux subit une double réfraction en P et en Q, de sorte qu'il rase la surface droite du prisme après sa sortie dans l'air.

- 1- Expliquer le phénomène en déterminant, compte tenu de l'angle d'incidence θ_1 , l'indice de réfraction n du prisme par rapport à l'air pour la longueur d'onde considérée.
- 2- Calculer la limite supérieure de l'indice de réfraction n du prisme.
- 3- Montrer, en dessinant la trajectoire des rayons, ce qui se produit, d'une part, lorsque l'angle d'incidence en P est un peu plus grand que θ_1 et, d'autre part, lorsque cet angle est plus petit que θ_1 .

Corrigé :

1- Soit un rayon lumineux monochromatique, ayant sa source placée dans l'air, frappe au point P un prisme d'angle A droit, comme l'indique la figure ci-dessous. Au point P, ce rayon lumineux subit une réfraction en se rapprochant de la normale du prisme au point P, car ce rayon passe de l'air, milieu moins réfringent, vers le prisme qui est un milieu plus réfringent. Autrement dit, l'indice de réfraction de l'air n_{air} est plus faible que l'indice de réfraction du prisme n_{prisme} : $n_{\text{air}} < n_{\text{prisme}}$. Cette réfraction se traduit par l'équation suivante :

$$n_{\text{air}} \cdot \sin \theta_1 = n_{\text{prisme}} \cdot \sin r_1 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\sin \theta_1 = n_{\text{prisme}} \cdot \sin r_1}$$



Ce rayon réfracté continue son chemin jusqu'à l'autre paroi du prisme où il arrive au point Q sous un angle d'incidence r' qui vérifie la relation suivante : $r_1 + r'_1 = A$ d'où $r'_1 = A - r_1$

Au point Q , ce rayon lumineux PQ quitte le prisme en rasant la surface droite de ce prisme après sa sortie dans l'air. Cette réfraction se traduit par l'expression suivante :

$$n_{\text{prisme}} \cdot \sin r'_1 = n_{\text{air}} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow n_{\text{prisme}} \cdot \sin r'_1 = 1, \text{ comme } r'_1 = A - r_1 \text{ alors on a l'expression suivante : } n_{\text{prisme}} \cdot \sin r'_1 = n_{\text{prisme}} \cdot \sin(A - r_1) = 1 \Rightarrow \boxed{n_{\text{prisme}} \cdot \cos r_1 = 1}$$

$A = \frac{\pi}{2}$

Au point P on a l'égalité suivante : $n_{\text{prisme}} \cdot \sin r_1 = \sin \theta_1$

Au point Q on a l'égalité suivante : $n_{\text{prisme}} \cdot \cos r_1 = 1$

En élevant au carrée les deux membres des deux égalités, puis on ajoute membre à membre de ces deux égalités on obtient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{\text{prisme}}^2 \cdot \sin^2 r_1 = \sin^2 \theta_1 \\ + \quad n_{\text{prisme}}^2 \cdot \cos^2 r_1 = 1 \\ \hline n_{\text{prisme}}^2 \cdot \sin^2 r_1 + n_{\text{prisme}}^2 \cdot \cos^2 r_1 = 1 + \sin^2 \theta_1 \end{array} \right.$$

D'où le résultat : $\boxed{n_{\text{prisme}}^2 = 1 + \sin^2 \theta_1}$ ou $\boxed{n_{\text{prisme}} = \sqrt{1 + \sin^2 \theta_1}}$

2- Pour que le rayon réfracté PQ puisse, au point Q , émerger de ce prisme d'indice n_{prisme} et d'angle $A = \pi/2$, il faut que l'indice de réfraction n du prisme soit inférieur à sa borne supérieure. En effet la fonction sinus est toujours inférieure ou égale à 1, donc l'indice du prisme au mieux, il atteindra sa valeur maximale :

$$\sin \theta_1 \leq 1 \Rightarrow n_{\text{prisme}} = \sqrt{1 + \sin^2 \theta_1} \leq \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

Donc pour avoir une émergence du rayon PQ du prisme au point Q , c'est-à-dire une réfraction au point Q de la face de sortie du prisme, il faut que l'indice de réfraction du prisme vérifie :

$$\boxed{n_{\text{prisme}} \leq \sqrt{2} = 1,4142}$$

$(n_{\text{prisme}})_{\text{Max}} = \sqrt{2} = 1,4142$ est la limite supérieure de l'indice de réfraction du prisme, pour avoir une possibilité d'émergence de la lumière à travers ce prisme d'angle $A = \pi/2$.

3- a- Soit un rayon lumineux, issu d'une source S placée dans l'air, arrive sur le prisme d'angle droit et d'indice n , **sous un angle d'incidence θ tel que $\theta < \theta_1$** alors on aura : $r_\theta < r_1$ et $r'_\theta > r'_1$ du fait que $\sin \theta = n \cdot \sin r_\theta$ et $\sin \theta_1 = n \cdot \sin(r_1)$, sachant que r_θ est l'angle de réfraction au point I , correspondant à l'angle d'incidence θ et r_1 est l'angle de réfraction au point I correspondant à un **angle d'incidence θ_1** . Au point Q , l'angle de réfraction est alors représenté respectivement par r'_θ et $r'_1 = A$ (angle de réfraction limite), avec $r_\theta + r'_\theta = A = 90^\circ = r_1 + r'_1$. Ce qui nous donne **pour une incidence $\theta < \theta_1$** :

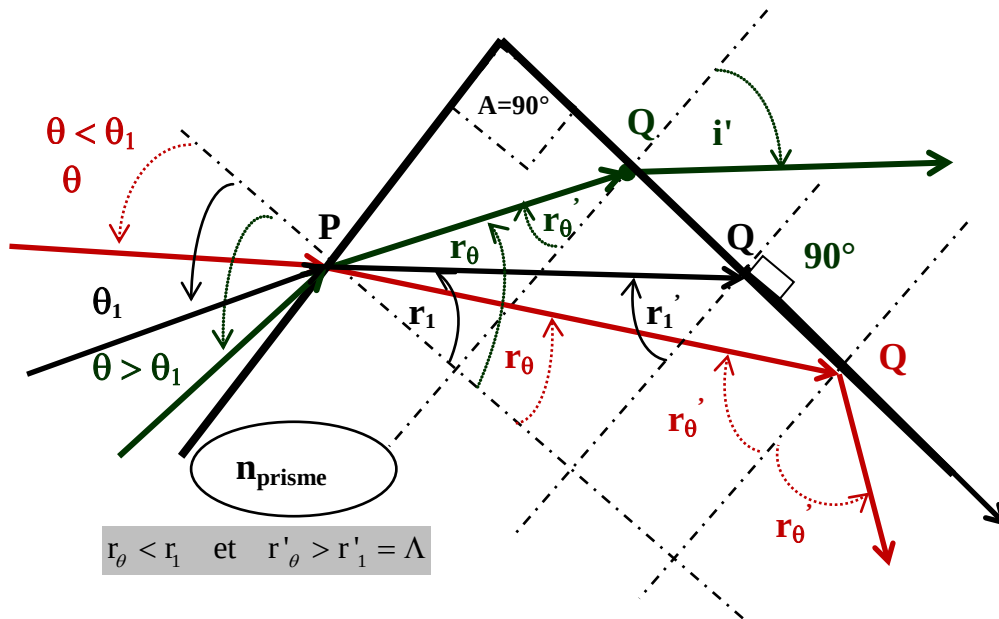
$$\sin \theta < \sin \theta_1 \Rightarrow \begin{cases} \text{P : } n \cdot \sin r_\theta < n \cdot \sin r_1 \\ \text{Q : } n \cdot \sin r'_\theta > n \cdot \sin r'_1 \end{cases} \text{ avec } r_\theta < r_1 \text{ et } r'_\theta > r'_1 = \Lambda$$

$$\text{avec } n \cdot \sin r'_\theta = 1 \cdot \sin i' \text{ et } n \cdot \sin r'_1 = 1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$r_\theta < r_1 \text{ et } r'_\theta > r'_1 = \Lambda$$

Ce qui traduit une réflexion totale du rayon lumineux PQ au point Q.

Donc, il n'y aura pas de réfraction sur la face de sortie du prisme, et le rayon lumineux PQ, correspondant à une incidence $\theta < \theta_1$, subi une réflexion totale au point Q de la deuxième face du prisme d'indice de réfraction n et d'angle droit, comme le schématisme le rayon lumineux rouge de la figure ci-dessous.



3-b- Pour l'autre configuration possible où l'angle d'incidence θ est supérieur à θ_1 , on aura :

$$\theta > \theta_1 \Rightarrow \begin{cases} r_\theta > r_1 \\ r'_\theta < r'_1 = \Lambda \end{cases}, \text{ ce qui permet d'écrire } \sin \theta > \sin \theta_1 \text{ et par la suite, en appliquant}$$

les lois de la réfraction respectivement **au point P et au point Q** on peut écrire les inégalités suivantes :

$$\sin \theta > \sin \theta_1 \Rightarrow \begin{cases} \text{au point P : } n \cdot \sin r_\theta > n \cdot \sin r_1 \\ \text{au point Q : } n \cdot \sin r'_\theta < n \cdot \sin r'_1 \end{cases} \text{ avec } r_\theta > r_1 \text{ et } r'_\theta < r'_1 = \Lambda$$

$$\underbrace{r_1 + r'_1(\Lambda) = A = 90^\circ}_{\text{formule Prisme}} \text{ et } r_\theta + r'_\theta = A = 90^\circ$$

Dans cette configuration où l'angle d'incidence $\theta > \theta_1$, **angle d'incidence fixé initialement**, le résultat ainsi obtenu traduit une réfraction du **rayon lumineux PQ**, correspondant à une incidence $\theta > \theta_1$. Ce qui prouve alors qu'il y a **émergence de ce rayon lumineux PQ**.

.../...