

Travaux Dirigés d'optique géométrique Module Physique II S.M.I.A.

Série 1 : Bases de l'optique géométrique. Système optique à surface plane

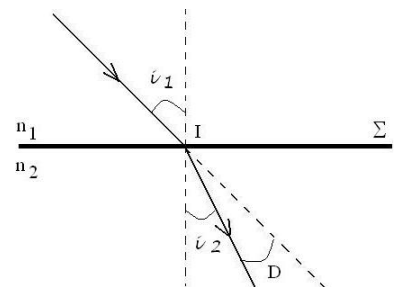
Chapitre 2 : Le formalisme mathématique de Snell-Descartes et le principe de Fermat

Exercice 3 : Détermination d'indice de réfraction d'une substance.

Un pinceau lumineux cylindrique arrive sur une surface réfringente plane, séparant l'air d'un autre milieu transparent, sous une incidence de 60° . Que devrait avoir l'indice de réfraction de ce milieu pour que la déviation du pinceau réfracté soit respectivement de 15° et de 30° ?

Corrigé :

Un pinceau lumineux cylindrique arrive sur une surface réfringente plane, séparant l'air d'un autre milieu transparent d'indice de réfraction n , sous une incidence de $i_1 = 60^\circ$. Au point I, il y aura une réfraction et le rayon réfracté se rapproche de la normale, car il passe d'un milieu homogène moins réfringent, à savoir l'air d'indice de réfraction $n_1 = 1$, vers un autre milieu plus réfringent, d'indice de réfraction n à déterminer. Cette réfraction est décrite par la relation de Snell-Descartes :



$$1 \cdot \sin i = n \cdot \sin r \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = n \cdot \sin r$$

surface

a- Si le rayon incident tombe sur cette

réfringente sous un angle d'incidence de

60° $i_1 = 60^\circ$, et qu'il subit une

déviation de 15° $D = 15^\circ$, après avoir

traversé cette surface, alors l'angle de réfraction i_2 doit être égale à

$$i_2 = i_1 - D \text{ alors } i_2 = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$$

D'où la valeur de l'indice de réfraction :

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 1,23$$

b- Si le rayon incident tombe sur cette surface réfringente Σ sous un angle d'incidence de 60° et qu'il subit une déviation de 30° , après avoir traversé

cette surface, alors l'angle de réfraction i_2 doit être égale à :

$$i_2 = i_1 - D \text{ alors } i_2 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ \quad \text{D'où la valeur de l'indice de}$$

$$\text{réfraction : } n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} = 1,73$$

Exercice 4 : Angle de réfraction limite & Réflexion totale

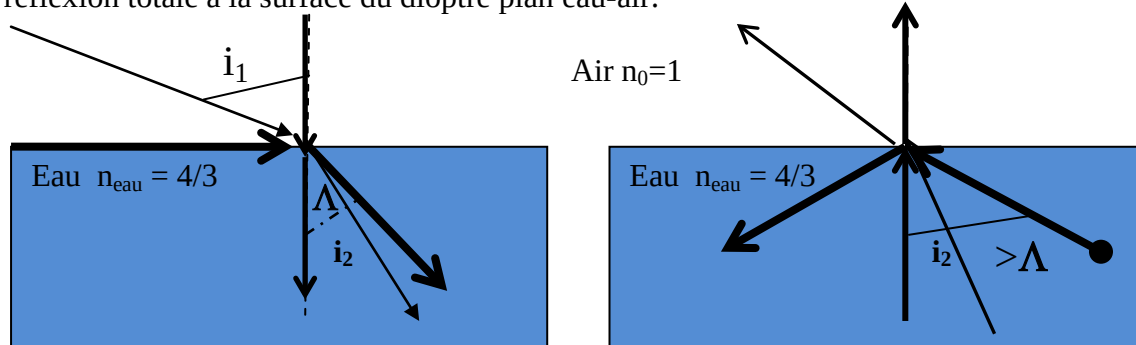
Un pinceau lumineux cylindrique arrive sur une surface réfringente plane d'un lac, séparant l'air et l'eau. Ce pinceau lumineux arrive sous différentes incidences variant de 0° à 90° . En appliquant la deuxième loi de Snell-Descartes, déterminer l'angle de réfraction i_2 pour chaque angle d'incidence i_1 . Remplir le tableau ci-dessous.

Si l'angle d'incidence i_1 varie de 0° à 90° , alors l'angle de réfraction i_2 varie de combien ? Quelle est sa valeur maximale ? Interpréter ce résultat.

Corrigé :

Incidence i_1	0°	5°	10°	15°	25°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\sin(i_1)$	0	0,087	0,174	0,259	0,423	0,500	0,643	0,766	0,866	0,940	0,985	1,00
$\sin(i_2)$	0	0,065	0,131	0,194	0,317	0,375	0,482	0,575	0,650	0,705	0,739	0,75
Angle de réfraction i_2	0°	3,7°	7,53°	11,19°	18,48°	22,02°	28,82°	35,10°	40,54°	44,83°	47,65°	48,59°
$D = i_1 - i_2$	0°	1,20°	2,47°	3,81°	6,52°	7,98°	11,18°	14,9°	19,46°	25,17°	32,35°	41,41°

Si l'angle d'incidence i_1 varie de 0° à 90°, alors l'angle de réfraction i_2 varie de 0° à 41,41°, soit environ de 42°. Tout rayon lumineux issu d'une source de lumière placée dans le milieu homogène **air** d'indice de réfraction $n_0=1$ arrive à se réfracter pour pénétrer dans le second milieu homogène **eau** d'indice de réfraction $n_{\text{eau}}=4/3$ quel que soit son angle d'incidence varie de 0° à 90°, comme l'indique le tableau ci-dessus. En revanche, tout rayon lumineux issu d'une source de lumière placée dans le milieu homogène **eau** d'indice de réfraction $n_{\text{eau}}=4/3$ se réfracte pour pénétrer dans le second milieu homogène **air** d'indice de réfraction $n_0=1$ sous réserve que **son angle d'incidence soit inférieur à l'angle de réfraction limite Λ de l'eau par rapport à l'air**, tel que $\sin(\Lambda) = n_0/n_{\text{eau}} = 1/4/3 = 3/4 = 0,75$ ce qui implique que $\Lambda = 49^\circ$ environ. Et, tout rayon lumineux d'incidence supérieur à Λ , ne se réfracte pas et il subit une réflexion totale à la surface du dioptré plan eau-air.



Exercice 5 : Réflexion totale sur la surface d'un prisme

La base d'un prisme en verre ordinaire d'indice $n = 1,5$ a la forme d'un triangle dont les angles aigus valent 30° et 60°. Peut-il y avoir réflexion totale sur la face construite sur l'hypoténuse lorsque de la lumière arrive sur le prisme :

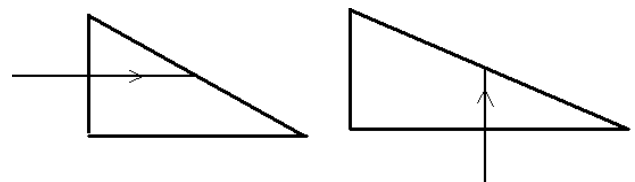
1. perpendiculaire à la petite face ?
2. perpendiculaire à la grande face ?

Corrigé :

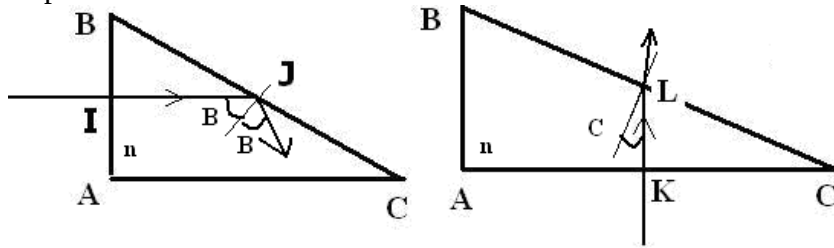
1. Soit un prisme ABC en verre ordinaire d'indice de réfraction $n = 1,5$ ayant la forme d'un triangle rectangle en A, et dont les angles aigus valent $B = 60^\circ$ et $C = 30^\circ$. Soit un rayon lumineux qui tombe sur ce prisme d'une façon perpendiculaire à la petite face AB. Au point I de cette face, l'angle d'incidence est nul donc l'angle de réfraction l'est aussi. Le rayon traverse cette petite face du prisme sans déviation, c'est-à-dire sans changement de direction. Donc, ce rayon continue son chemin tout droit vers l'hypoténuse BC de ce prisme. Au point J, l'angle d'incidence est égal à 60°. Or l'angle de réfraction limite Λ de l'ensemble air-verre est

déterminé comme suit : $\sin \Lambda = \frac{1}{n_{\text{verre}}} = \frac{1}{1,5} = 0,666$, d'où l'angle de réfraction

limite $\Lambda_{\text{air-verre}} = 42^\circ$. Or l'angle d'incidence au point J de l'hypoténuse est de 60°, qui est plus grand que l'angle de réfraction limite air-verre $\Lambda_{\text{air-verre}} = 42^\circ$, donc au point J, nous aurons une réflexion totale de la lumière et aucun rayon lumineux ne pourra émerger du prisme. Dans ce



cas, l'hypoténuse de ce prisme ABC en verre ordinaire d'indice de réfraction $n = 1,5$ jouera le rôle d'un miroir plan.



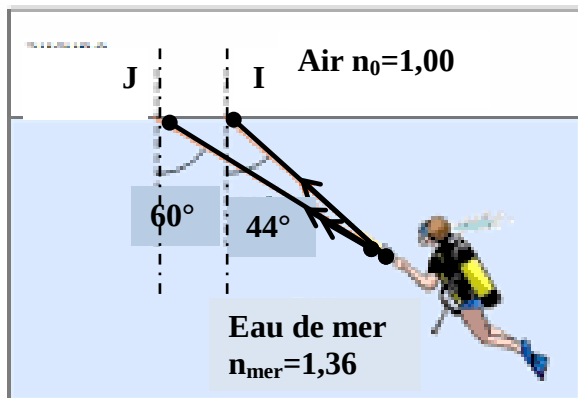
2. Soit un rayon lumineux qui tombe sur ce prisme d'une façon perpendiculaire à la grande face AC. Au point K de cette face, l'angle d'incidence est nul donc l'angle de réfraction l'est aussi. Le rayon traverse cette grande face du prisme sans déviation, c'est-à-dire sans changement de direction. Donc, ce rayon continue son chemin tout droit vers l'hypoténuse BC de ce prisme. Au point L, l'angle d'incidence est égal à 30° , angle complémentaire de l'angle L du triangle KLC. Comme cet angle d'incidence est inférieur à l'angle de réfraction limite air-verre $\Lambda_{\text{air-verre}} = 42^\circ$, donc au point L, nous aurons une réfraction de la lumière qui arrive, dans ce cas, à traverser le prisme au point L et on aura alors le phénomène de la réfraction régit par la loi de Snell-Descartes. Par conséquent, au point L, nous pourrions écrire :

$$n_{\text{verre}} \cdot \sin i_L = 1 \cdot \sin r_L = 1,5 \sin 30^\circ = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 0,75, \text{ d'où l'angle de réfraction } r_L \text{ sous lequel la}$$

lumière émerge du prisme est : $r_L = 48^\circ,59 \approx 49^\circ$

Exercice 6 :

Détresse d'un plongeur en difficulté



Un plongeur a un malaise en profondeur au cours de sa mission de détection. Il est alors en détresse. Pour demander le secours, il envoie un signal lumineux à son staff, équipage, situé sur le quai du port. Ce signal envoyé, est sous forme d'un faisceau lumineux qui arrive à la surface de la mer sous **un angle d'incidence i** , comme l'illustre la figure ci-contre. Il est à noter que la surface de l'eau de mer en contact avec l'air constitue un dioptre plan.

1. Calculer l'angle de réfraction limite Λ du dioptre plan eau-air.

Il est à noter que l'indice de réfraction de l'air est $n_0=1,0$ et l'indice de réfraction de l'eau de mer est $n_{\text{mer}}=1,36$

2. Dans quelle condition, ce signal lumineux atteindra-t-il le staff technique de ce plongeur ? (signal lumineux subisse une réfraction à la surface de l'eau de la mer et sort dans l'air).

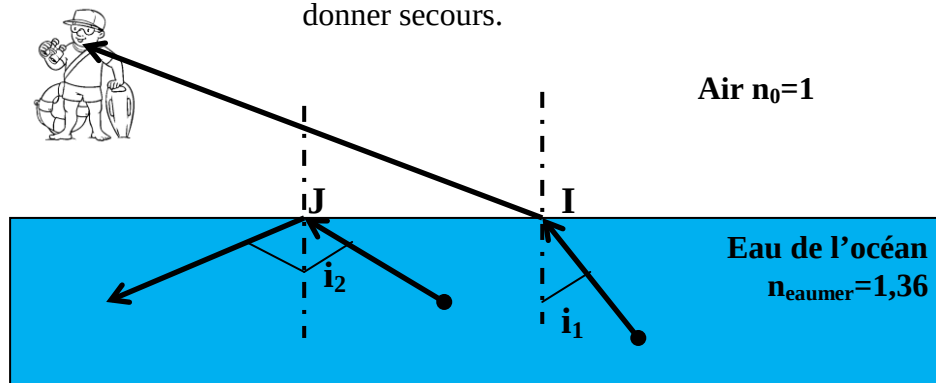
3. Les deux signaux envoyés, d'angle d'incidence $i_1=44,0^\circ$ et $i_2=60,0^\circ$, comme illustrés par la figure ci-dessus, vont-ils atteindre le staff technique ? Expliquer pourquoi.

Faire un schéma pour illustrer la marche de chacun des deux signaux lumineux de la question 3, respectivement aux points I et J de la surface de la mer.

Corrigé :

Travaux dirigés préparés et corrigés par le Professeur Hamid TOUMA. SMIA 2020-2021

- 1- L'angle de réfraction limite des deux milieux homogènes l'eau de mer d'indice de réfraction $n_{\text{mer}}=1,36$ et l'air d'indice de réfraction $n_0=1$ est Λ tel que :
 $\sin(\Lambda) = n_0/n_{\text{eauMer}} = 1/1,36=0,73529$ ce qui implique que $\Lambda = 47,33^\circ$ environ.
- 2- Tout rayon lumineux, envoyé par le plongeur, d'incidence supérieur à Λ , ne se réfracte pas et il subit une réflexion totale à la surface du dioptré plan eau-air. En revanche, tout rayon lumineux d'incidence inférieure à l'angle de réfraction limite Λ , se réfracte à la surface de séparation eau de mer et l'air. Par conséquent pour que la lumière envoyée par le plongeur arrive à se réfracter au niveau du dioptré plan eau de mer – air il faut que son angle d'incidence soit inférieur à l'**angle de réfraction limite Λ** .
- 3- Les signaux lumineux envoyés par le plongeur d'**angle d'incidence $i_1=44,0^\circ$ et $i_2=60^\circ$** , le premier signal se réfracte et il va atteindre son staff technique car son **angle d'incidence $i_1=44,0$ est inférieur à l'angle de réfraction limite Λ** . En revanche, le signal lumineux d'**angle d'incidence $i_2=60^\circ$ supérieur à Λ ne se réfracte pas** et par conséquent le signal lumineux envoyé par le plongeur n'arrive pas au staff pour le donner secours.



Exercice 7 : Principe de Fermat.

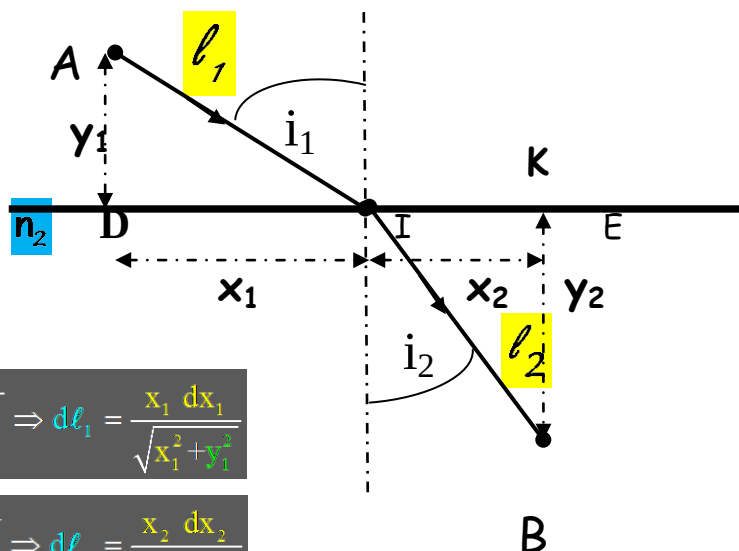
Un maître nageur, situé en un point A d'une plage, doit rejoindre le plus rapidement possible (dans le minimum de temps) une personne en mer (situé en B) qui se trouve en difficulté à quelques brasses du bord de mer afin de lui porter secours. Le bord de la plage (passage de la plage à l'eau) supposé rectiligne est l'équivalent en optique à un dioptré.

Le maître-nageur court plus vite qu'il ne nage, les vecteurs vitesses sont supposés constants. Quel chemin le maître-nageur va emprunter pour secourir la personne en difficulté.

Montrer que les lois de Snell-Descartes rendent compte de ce résultat.

Corrigé :

n_1



$$\left. \begin{array}{l} DI = x_1 \\ AD = y_1 \end{array} \right\} AI = \ell_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \Rightarrow d\ell_1 = \frac{x_1 dx_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} KB = y_2 \\ IK = x_2 \end{array} \right\} IB = \ell_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \Rightarrow d\ell_2 = \frac{x_2 dx_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

A et B fixes $\Rightarrow dy_1 = dy_2 = 0$;

$x_1 + x_2 = \text{Cte} \Rightarrow dx_1 + dx_2 = 0$ Soit $dx_1 = -dx_2$

$$L_{AB} = n_1 AI + n_2 IB = n_1 \ell_1 + n_2 \ell_2 = n_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + n_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

$$dL_{AB} = n_1 d\ell_1 + n_2 d\ell_2 = n_1 \frac{x_1 dx_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} + n_2 \frac{x_2 dx_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Appliquons le principe de Fermat $dL_{AB}=0$, sachant que $dx_1 = -dx_2$.

$$n_1 \frac{x_1 dx_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} - n_2 \frac{x_2 dx_1}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = 0$$

$$n_1 \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} = n_2 \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

$\sin(i_1)$ $\sin(i_2)$

On retrouve la deuxième loi de Snell-Descartes relative à la réfraction de la lumière :

$$n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$$