

Travaux Dirigés d'optique géométrique Module Physique II S.M.I.A.

Série 1 : Bases de l'optique géométrique. Système optique à surface plane

Problème de synthèse Chapitres 1, 2, 3 et 4

Problème 1 : L'étude d'une fibre optique [Session de juin 2008 : 12 points]

Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur en silice d'indice de réfraction n_1 entouré d'une gaine d'indice de réfraction n_2 . Elle permet de transporter des informations par modulation de l'amplitude d'un faisceau lumineux confiné à l'intérieur de la fibre par réflexion totale.

1. Avec les données du schéma 1 ci-dessous

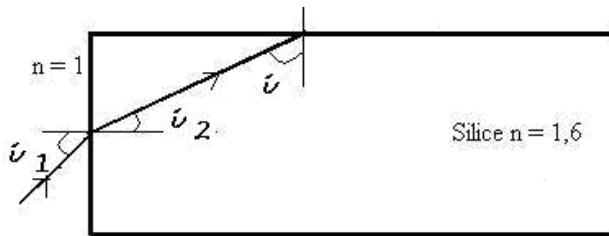


schéma 1

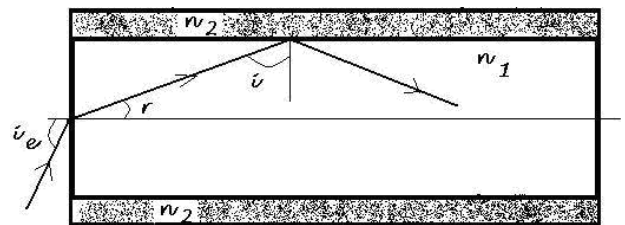


schéma 2

- Calculer i_1 et i_2 sachant que $i = 60^\circ$ [1 point]
 - Tracer la marche du rayon lumineux jusqu'à sa sortie du cylindre [1 point]
2. Un rayon lumineux arrive de l'air, d'indice $n_{\text{air}} = 1$, sous une incidence i_e et pénètre dans le cœur d'une fibre optique d'indice n_1 , comme l'illustre le schéma 2.
- Exprimer le sinus de l'angle de réfraction r en fonction de l'indice de réfraction n_1 et de l'angle d'incidence i_e , angle d'entrée de la lumière au cœur de la fibre. [1 point]
 - Sur la surface de séparation cœur – gaine, l'angle d'incidence est i . Donner la relation entre i et r et l'expression de $\cos i$. [2 points]
 - L'indice de la gaine a pour valeur n_2 ($n_2 < n_1$). Exprimer le sinus de l'angle de la réflexion limite Λ entre les deux milieux d'indice de réfraction n_2 et n_1 . [1 point]
3. Trouver la condition pour qu'un rayon lumineux puisse se propager dans la fibre. [2 points]
4. Montrer que si l'angle d'incidence i_e reste inférieur à un angle limite i_{limite} , un rayon lumineux peut être guidé dans le cœur de la fibre optique. [2 points]
5. On appelle une ouverture numérique, notée O.N., la quantité $\sin i_{\text{limite}}$. Exprimer O.N. en fonction de n_1 et de $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$. Données $\Delta = 10^{-2}$ et $n_1 = 1,5$. [1 point]
6. Atténuation dans la fibre : Les pertes par transmission X sont exprimées en $\frac{\text{db}}{\text{km}}$. On rappelle que $X_{\text{db}} = 10 \cdot \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$, avec P_1 puissance optique à l'entrée de la fibre et P_2 puissance optique au bout d'un kilomètre de parcours. Il est à rappeler que $\log$ désigne le logarithme décimal (logarithme à base de 10). Vers 1970, l'atténuation était de 10 db.km^{-1} . Actuellement, une atténuation de $0,005 \text{ db.km}^{-1}$ est courante. Dans les deux cas, exprimer en % les pertes au bout d'un km. [1 point]

Problème 2 : Minimum de déviation d'un prisme [12 points]

Un prisme est un milieu transparent d'indice n limité par deux dioptries plans faisant un angle $\mathcal{A}$. Un rayon lumineux issu d'une source de lumière située dans l'air, arrive sur le prisme sous un angle d'incidence i , au point I de la première face. Il subit alors deux réfractions successives aux points I et J, et il émerge du prisme sous un angle d'émergence i' . Il est alors dévié d'un angle $\mathcal{D}$ par rapport à la direction incidente, comme l'illustre la figure ci-dessous.

1. Etablir les équations du prisme quand le rayon lumineux se propage dans une section principale de ce prisme. [1 point]

2. L'étude expérimentale simple montre que lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence i , la déviation $\mathcal{D}$ passe par un minimum pour une valeur particulière i_m de l'angle d'incidence i .

a. En différentiant les équations du prisme de la question n°1, démontrer que pour ce minimum de déviation, on a les relations suivantes :

$$i_m = i = i', \text{ la déviation minimale } \mathcal{D}_m = 2.i_m - \mathcal{A}, \text{ et } \sin i_m = n \cdot \sin \frac{\mathcal{A}}{2} \quad [4 \text{ points}]$$

b. En déduire l'expression de l'indice de réfraction n de ce prisme. [1 point]

c. Calculer, à 10^{-3} près, la valeur de l'indice de réfraction n pour un prisme d'angle $\mathcal{A} = 60^\circ$ et $\mathcal{D}_m = 38^\circ$ [1 point]

3. Le verre est un matériau dispersif. Son indice de réfraction n est donc fonction de la longueur d'onde λ de la lumière considérée. En utilisant les équations du prisme de la question n°1, avec les deux angles d'incidence i et du sommet $\mathcal{A}$ du prisme supposés constants, **démontrer que la relation** de la variation de la déviation $\mathcal{D}$ en fonction de

l'indice de réfraction n est donnée par l'expression suivante: $d\mathcal{D} = \frac{\sin \mathcal{A}}{\sin i' \cdot \cos r} \cdot dn$ [2 points]

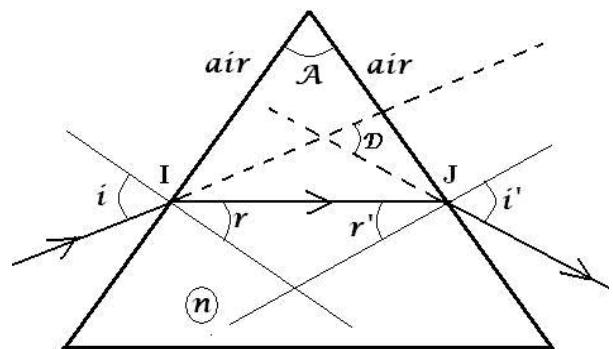
4. La dispersion est caractérisée par le

$$\text{facteur } \delta = \frac{d\mathcal{D}}{d\lambda} = \frac{d\mathcal{D}}{dn} \cdot \frac{dn}{d\lambda}.$$

a) Calculer la dispersion d'un prisme qui satisfait à la formule de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}, \text{ où } A \text{ et } B \text{ sont deux constantes. [2 points]}$$

b) En déduire la radiation du spectre visible la plus déviée par ce prisme. Justifier [1 point]



.../...