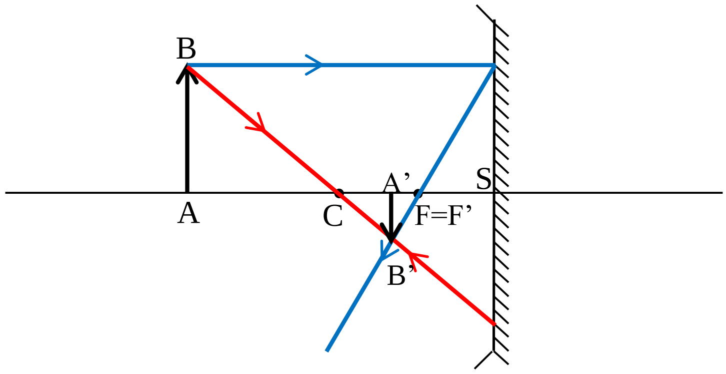
SMIA, S2- section A- Optique géométrique, Corrigé de la série 2

<u>Exercice 1 : Miroir sphérique</u>

1.



2.

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}$$

Ce qui donne :

$$\overline{SA'}=\frac{\overline{SA}.\overline{SC}}{2\overline{SA}-\overline{SC}}$$

$$\overline{SC}=-50\text{cm et }\overline{SA}=-1\text{m}=-100\text{cm}$$

D'où : $\overline{SA'}\approx -33\text{cm}$

3.

$$\gamma_t=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}=-0{,}33$$

L'image A'B' est réelle, renversée et plus petite que l'objet.

4. On sait que :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}$$

En différenciant la relation de conjugaison ci-dessus, on obtient :

$$-\frac{d\overline{SA'}}{\overline{SA'}^2}-\frac{d\overline{SA}}{\overline{SA}^2}=0$$

Ce qui donne

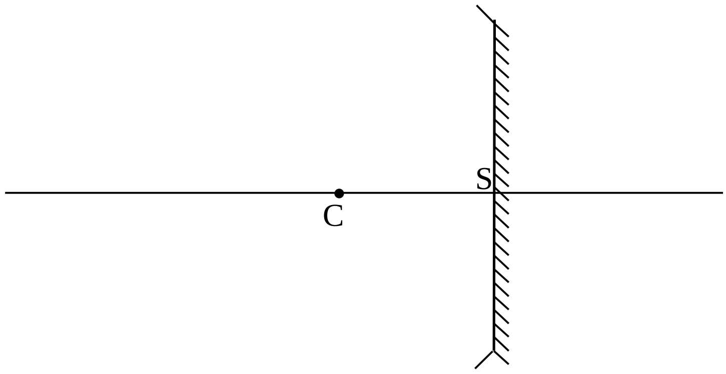
$$\gamma_a=\frac{d\overline{SA'}}{d\overline{SA}}=-\frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2}=-{\gamma_t}^2$$

5.

$$\gamma_a=-{\gamma_t}^2=-0{,}11$$

Exercice 2 : Miroir de dentiste

1. Ce miroir ne peut être que concave, car un miroir convexe donne toujours une image virtuelle plus petite d'un objet réel, alors qu'avec un miroir concave on peut obtenir une image plus grande que l'objet suivant la position de ce dernier.



2.

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = 5$$

Ce qui donne : $\overline{SA'} = -5\overline{SA}$

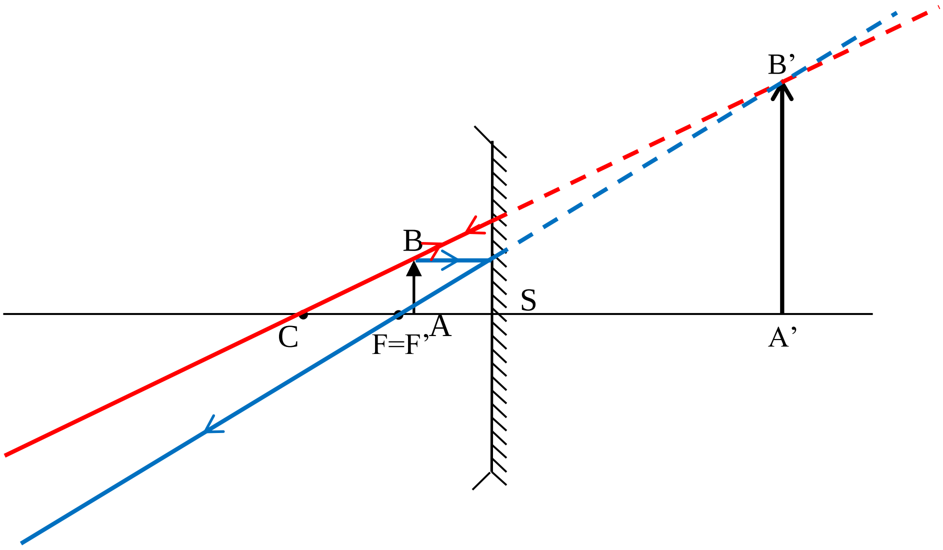
En remplaçant dans la relation de conjugaison, on obtient :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = -\frac{1}{5\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}}$$

Ce qui donne :

$$\overline{SC} = \frac{5}{2}\overline{SA} = -2{,}5 \text{ cm}$$

3.



4. L'image A'B' est virtuelle et droite

Exercice 3: Lentille plan-convexe

1.

- **Relation entre A_0 et A_1** :

$$\underset{n_0}{A_0} \xrightarrow{\Sigma_1} \underset{n_1}{A_1}$$

Σ_1 est un dioptre plan

La relation entre l'objet A_0 et l'image A_1 donnée par le dioptre plan Σ_1 est donnée par :

$$\frac{n}{\overline{S_1A_1}} - \frac{n_0}{\overline{S_1A_0}} = 0 \quad (1)$$

- **Relation entre A_1 et A_2** :

$$\underset{n}{A_1} \xrightarrow{\Sigma_2} \underset{n_0}{A_2}$$

Σ_2 est un dioptre sphérique

La relation entre l'objet A_1 et l'image A_2 donnée par le dioptre sphérique Σ_2 est donnée par :

$$\frac{n_0}{\overline{S_2A_2}} - \frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{n_0 - n}{\overline{S_2C_2}} \qquad (2)$$

2.

a. Calcul de la distance focale objet $f = \overline{S_1F}$:

Quand $A_2 \to \infty$, $A_0 \approx F$

A partir de la relation (2), on tire :

$$-\frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{n_0 - n}{\overline{S_2C_2}}$$

Ce qui donne :

$$\overline{S_2A_1} = \frac{n\overline{S_2C_2}}{n - n_0}$$

D'où :

$$\overline{S_1A_1} = \overline{S_1S_2} + \overline{S_2A_1} = \overline{S_1S_2} + \frac{n\overline{S_2C_2}}{n - n_0}$$

D'après la relation (1), on obtient :

$$\overline{S_1A_0} = \overline{S_1F} = \frac{n_0}{n}.\overline{S_1A_1} = \frac{n_0}{n}.\overline{S_1S_2} + \frac{n_0\overline{S_2C_2}}{n - n_0}$$

$$\mathbf{f = \overline{S_1F} = 20,7cm}$$

Calcul de la distance focale image $f' = \overline{S_1F'}$:

Quand $A_0 \to \infty$, $A_2 \approx F'$

D'après la relation (1), quand $A_0 \to \infty$, $A_1 \to \infty$

A partir de la relation (2), on tire :

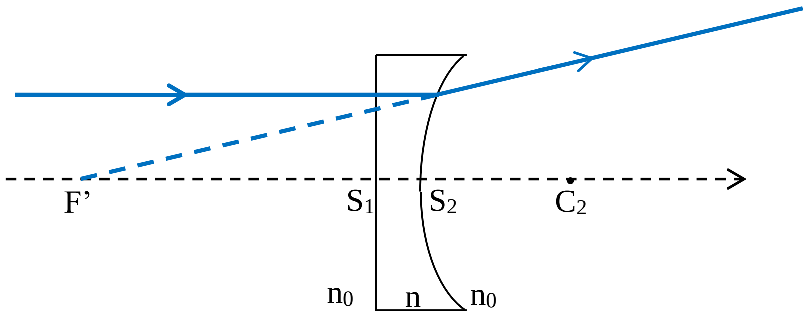
$$\frac{n_0}{\overline{S_2A_2}} = \frac{n_0 - n}{\overline{S_2C_2}}$$

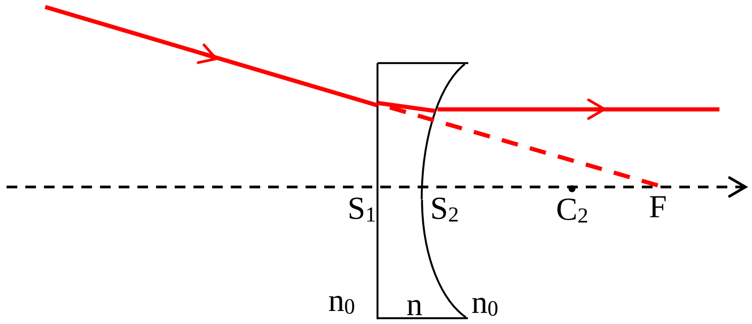
Ce qui donne :

$$\overline{S_2A_2} = \overline{S_2F'} = \frac{n_0\overline{S_2C_2}}{n_0 - n}$$

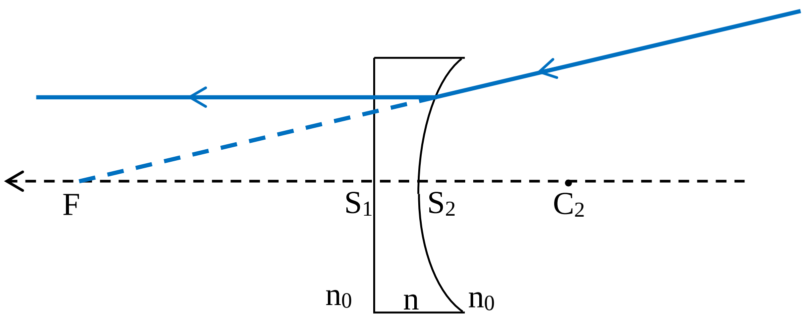
$$\overline{S_1F'} = f' = \overline{S_1S_2} + \overline{S_2F'} = \overline{S_1S_2} + \frac{n_0\overline{S_2C_2}}{n_0 - n}$$

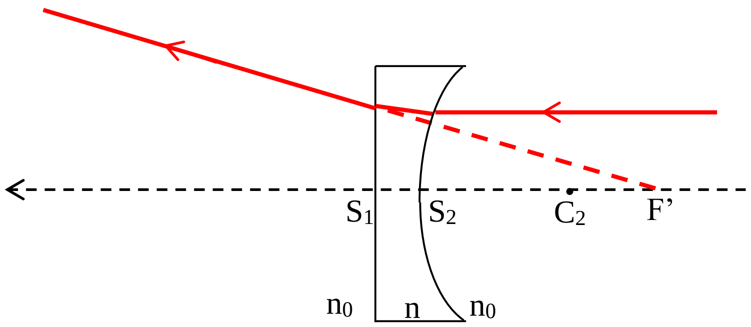
$$\mathbf{\overline{S_1F'} = f' = -19,0cm}$$





b. f > 0 et f' < 0, les deux foyers sont virtuels.
c. Les deux foyers sont virtuels, la lentille est donc divergente.
d. Si la face d'entrée est la face sphérique, d'après le principe du retour inverse de la lumière, le foyer objet F devient foyer image et le foyer image F' devient foyer objet.





3. Si la lentille est mince, $S_1 \approx S_2 \approx 0$ et les relations (1) et (2) deviennent :

$$\frac{n}{\overline{OA_1}} - \frac{n_0}{\overline{OA_0}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{n_0}{\overline{OA_2}} - \frac{n}{\overline{OA_1}} = \frac{n_0 - n}{\overline{OC_2}} \qquad (2)$$

En faisant la somme (1) + (2), on obtient :

$$\frac{n_0}{\overline{OA_2}} - \frac{n_0}{\overline{OA_0}} = \frac{n_0 - n}{\overline{OC_2}}$$

D'où :

$$\frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA_0}} = \frac{n_0 - n}{n_0\overline{OC_2}}$$

Quand $A_2 \to \infty, \quad A_0 \approx F$

Ce qui donne :

$$f = \overline{OF} = \frac{n_0\overline{OC_2}}{n - n_0} = 20{,}0\text{cm}$$

Quand $A_0 \to \infty, \quad A_2 \approx F'$

On tire alors :

$$f' = \overline{OF'} = \frac{n_0\overline{OC_2}}{n_0 - n} = -20{,}0\text{cm}$$

$$\mathbf{f = -f' = 20{,}0cm}$$

Exercice 4 : Image d'un objet par une lentille mince convergente

1. La relation de conjugaison d'une lentille mince donne :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

Ce qui permet de déduire l'expression de $\overline{OA'}$

$$\overline{OA'} = \frac{f'.\overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$$

$$f' = 15\text{cm et } \overline{OA} = -60\text{cm, ce qui donne: } \overline{OA'} = 20\text{cm}$$

2. Le grandissement transversal gt est donné par :

$$\gamma_t = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{20}{-60} = -\frac{1}{3}$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{1}{3}$$

Ce qui donne :

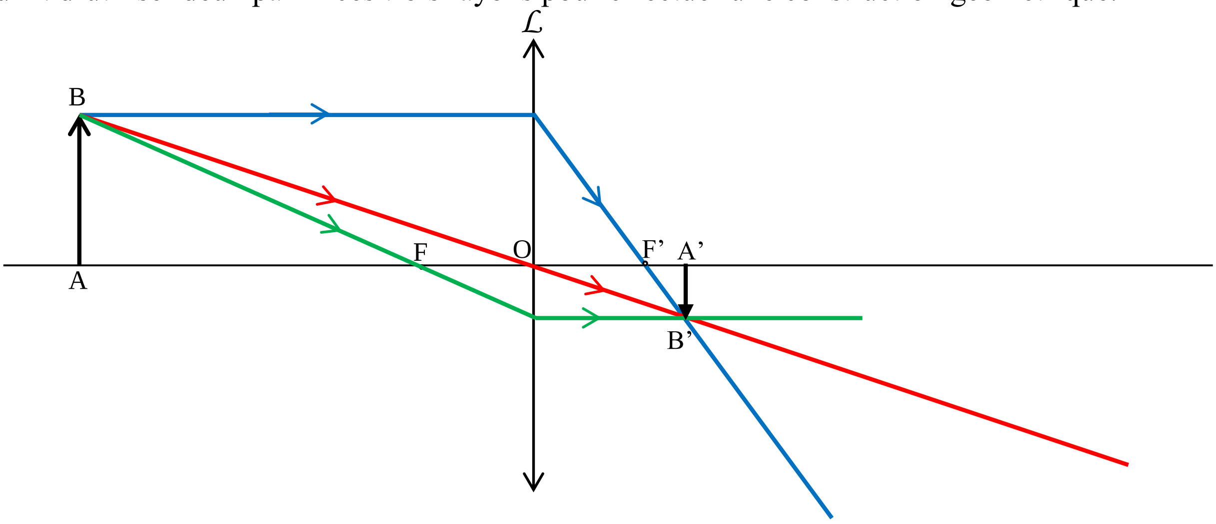
$$\overline{A'B'} = -\frac{1}{3}.\overline{AB} = -6\text{cm}$$

L'image est réelle, renversée et trois fois plus petite que l'objet.

3. Pour réaliser la construction géométrique, on va se baser sur les propriétés des rayons particuliers suivants :

- Un rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique de la lentille passe par le foyer image F'
- Un rayon qui passe par le foyer objet F de la lentille sort parallèlement à l'axe optique
- Un rayon qui passe par le centre optique O de la lentille n'est pas dévié.

Il suffit d'utiliser deux parmi ces trois rayons pour effectuer une construction géométrique.



On vérifie, à partir de la figure que l'image est réelle, renversée et plus petite que l'objet.

Exercice 5 : Image d'un objet par une lentille mince divergente

1. Dans le cas d'une lentille mince, la relation de conjugaison est donnée par :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

D'où l'on tire la position de l'image A' :

$$\overline{OA'} = \frac{f'.\overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$$

Si $\overline{OA} < 0$, l'objet est réel, si $\overline{OA} > 0$, l'objet est virtuel.
Si $\overline{OA'} > 0$, l'image est réelle, si $\overline{OA'} < 0$, l'image est virtuelle.

Le grandissement d'une lentille mince est donné par :

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

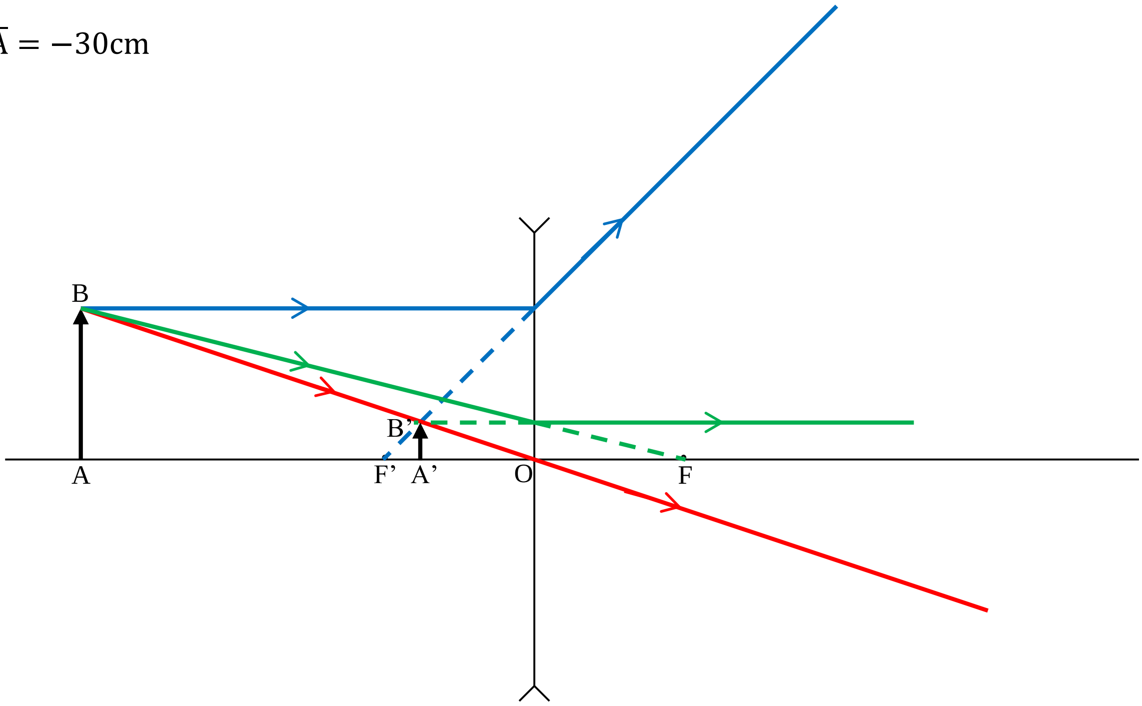
Donc, si $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$ sont de même signe, l'image est droite. Si $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$ sont de signes opposés, l'image est renversée.

Ceci permet de compléter le tableau suivant :

$\overline{OA}$	Nature de l'objet	$\overline{OA'}$	Nature de l'image	sens	γ_t
-30 cm	Réel	-7,5	Virtuelle	Droite	0,25
+5 cm	Virtuel	10,0	Réelle	Droite	2,00
+30 cm	Virtuel	-15,0	Virtuelle	renversée	-0,50

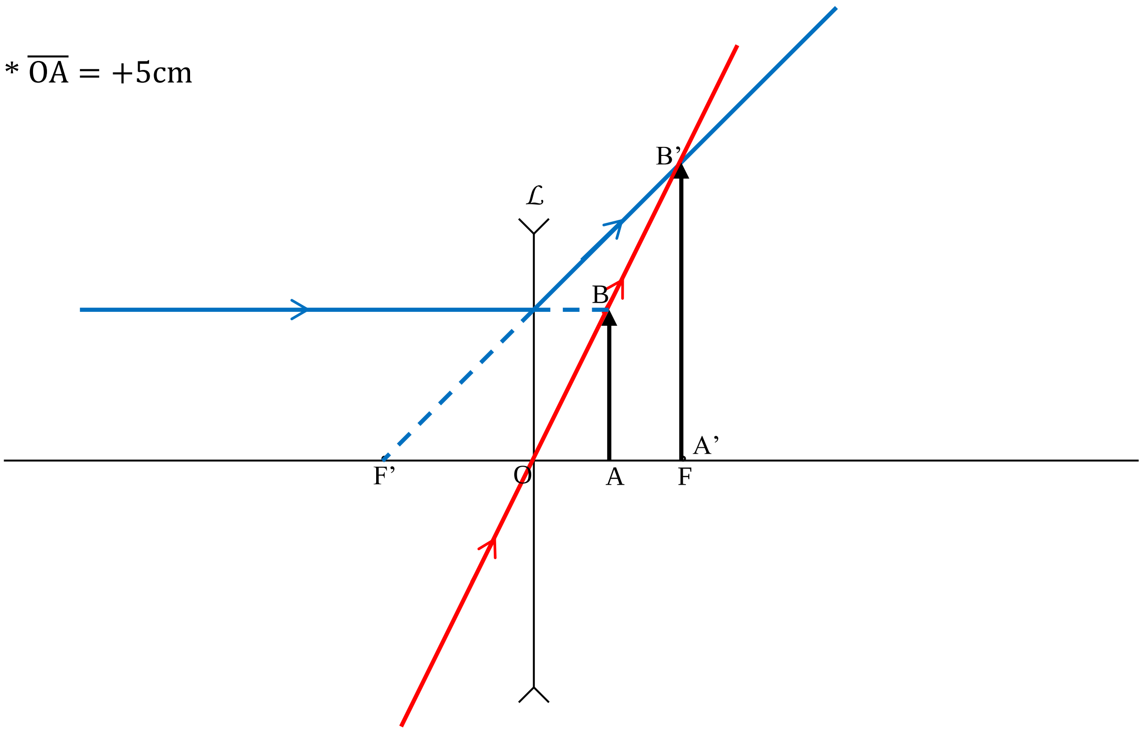
2. Vérification des résultats précédents à l'aide d'une construction géométrique :

* $\overline{OA} = -30\text{cm}$



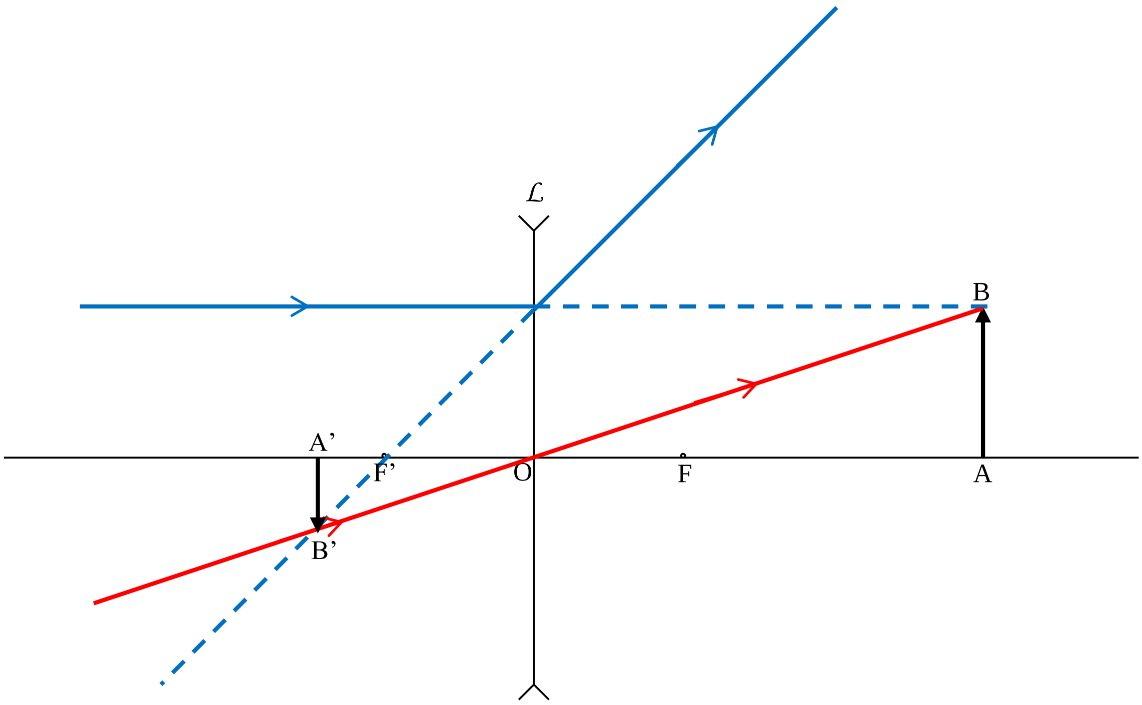
L'mage est virtuelle, droite et plus petite que l'objet

* $\overline{OA} = +5cm$



L'image est réelle, droite et plus grande que l'objet

* $\overline{OA} = +30cm$



L'image est virtuelle, renversée et plus petite que l'objet.

Exercice 6 : Association de deux lentilles minces convergentes

Données de l'exercice:
$\overline{O_1A} = -40$ cm, $f'_1 = 8$cm, $f'_2 = 12$cm et $\overline{O_1O_2} = 30$cm

$$\overline{AB} \xrightarrow[(O_1, f'_1)]{\mathcal{L}_1} \overline{A_1B_1} \xrightarrow[(O_2, f'_2)]{\mathcal{L}_2} \overline{A_2B_2}$$

1. La position de l'image $\overline{A_1B_1}$ est $\overline{O_1A_1}$ donnée par la relation de conjugaison d'une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1}$$

Qui donne :

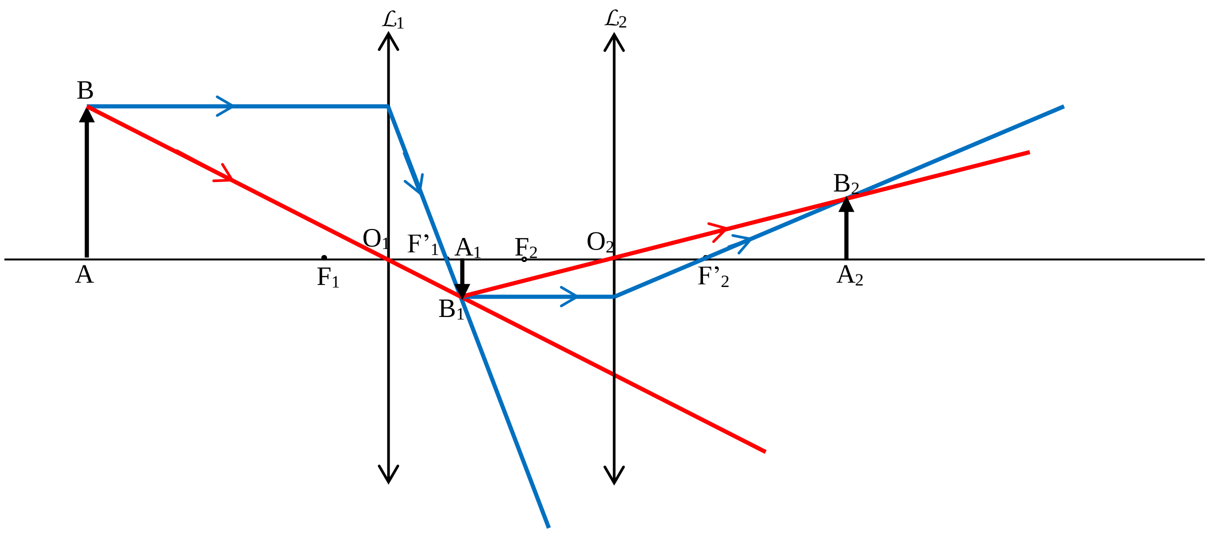
$$\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1.\overline{O_1A}}{f'_1 + \overline{O_1A}} = 10\text{cm}$$

De la même façon,est obtenue l'image $\overline{A_2B_2}$

$$\overline{O_2A_2} = \frac{f'_2.\overline{O_2A_1}}{f'_2 + \overline{O_2A_1}}$$

Avec $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -30 + 10 = -20\text{cm}$

Ce qui donne $\overline{O_2A_2} = 30\text{cm}$



2.

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = -\frac{1}{4}$$

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} = -\frac{3}{2}$$

3. Le grandissement total γ_t est donné par :

$$\gamma_t = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} . \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_1 . \gamma_2 = \frac{3}{8} = 0{,}37$$

$\overline{O_2A_2} > 0$, l'image est donc réelle. $\gamma_t > 0$, l'image est donc droite. $\gamma_t < 1$, l'image A_2B_2 est plus petite que l'objet AB.

4. Si les deux lentilles sont accolées, le système est équivalent à une seule lentille mince de distance focale f' et de centre optique O, tel que :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

Ce qui donne :

$$f' = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2} = 4{,}8\text{cm}$$

La vergence V est donnée par :

$$V = \frac{1}{f'} = 20{,}8\delta$$

<u>Exercice 7 : Association d'une lentille convergente et d'une lentille divergente</u> :

$C_1 = 10\delta,\ C_2 = -40\delta,\ \overline{O_1O_2} = 8\text{cm},\ \overline{AB} = 0{,}75\text{m},\ \overline{O_1A} = -200\text{m}$

1.

$$\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1.\overline{O_1A}}{f'_1 + \overline{O_1A}}$$

Avec

$$f'_1 = \frac{1}{C_1} = 0{,}1\text{m} = 10\text{cm}$$

Ce qui donne

$$\overline{O_1A_1} = 10\text{cm}$$

A_1 est confondu avec le foyer image F'_1 de la lentille L_1, ce qui signifie que l'objet qui se trouve à 200m peut être considéré comme étant à l'infini.

$\overline{O_1A_1} > 0$, l'image $\overline{A_1B_1}$ est donc réelle.

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = -5.10^{-4}$$

L'image $\overline{A_1B_1}$ est renversée et plus petite que l'objet, sa dimension est de 0,0375cm.

2.

$$\overline{O_2A'} = \frac{f'_2.\overline{O_2A_1}}{f'_2 + \overline{O_2A_1}} = 10\text{cm}$$

Avec

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = 2\text{cm et } f'_2 = \frac{1}{C_2} = -0{,}025\text{m} = -2{,}5\text{cm}$$

$\overline{O_2A'} > 0$, l'image $\overline{A'B'}$ est donc réelle.

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = 5$$

Le grandissement total γ_t est donné par :

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}.\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_1.\gamma_2 = -25.10^{-4}$$

L'image A'B' est renversée (par rapport à l'objet AB), plus petite que l'objet AB et mesure 0,187cm.

3. D'après la relation de Gullstrand, la vergence C de la lentille équivalente à ce système est donnée par :

$$C = C_1 + C_1 - \overline{O_1O_2}.C_1C_2$$

Ce qui donne

$$C = 2\delta \quad \text{et } f' = \frac{1}{C} = 50\text{cm}$$

La lentille équivalente est donc une lentille mince convergente de vergence 2δ.