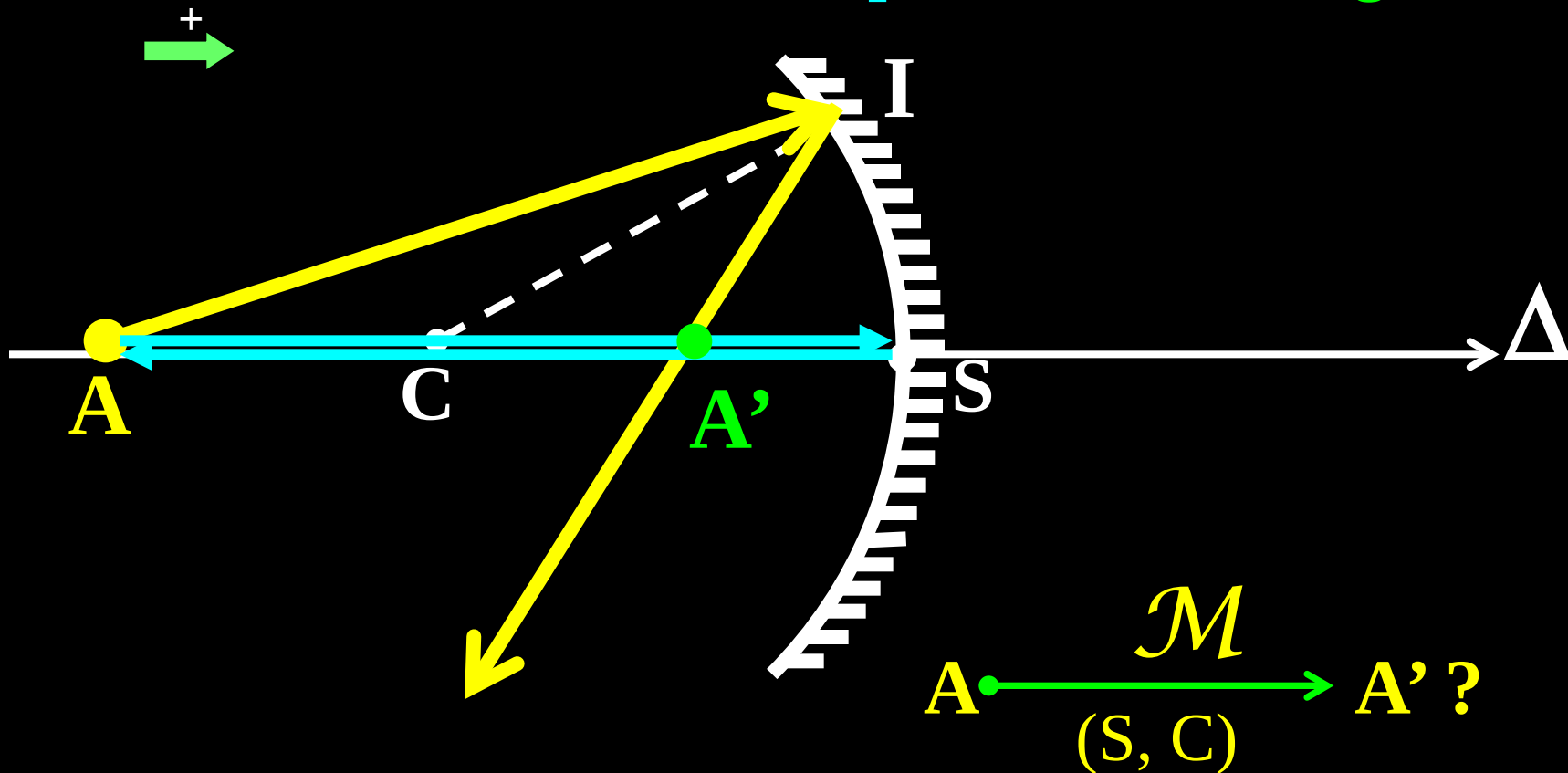


Relation de conjugaison & Grandissement Origine au sommet S

l'objet AB et de son image A'B' formée par
un miroir sphérique M de centre C et de
sommet S.

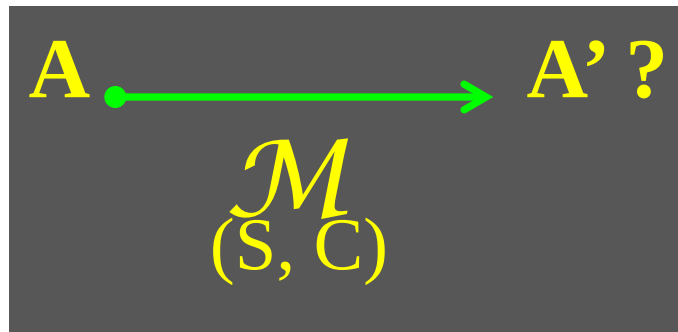
A' est l'image du point source A , fournie par un miroir sphérique (S, C) . A et A' sont situés sur l'axe optique Δ .

Quelle est la position de l'image A' ?



Un rayon lumineux issu d'un point A de l'axe principal Δ d'un miroir sphérique M , frappe celui-ci en I , il subit alors une réflexion et recoupe l'axe optique Δ en A' . Soit le point H la projection du point I du miroir sphérique M , sur l'axe principal Δ . Dans les conditions de Gauss, les points H et S sont pratiquement confondus.

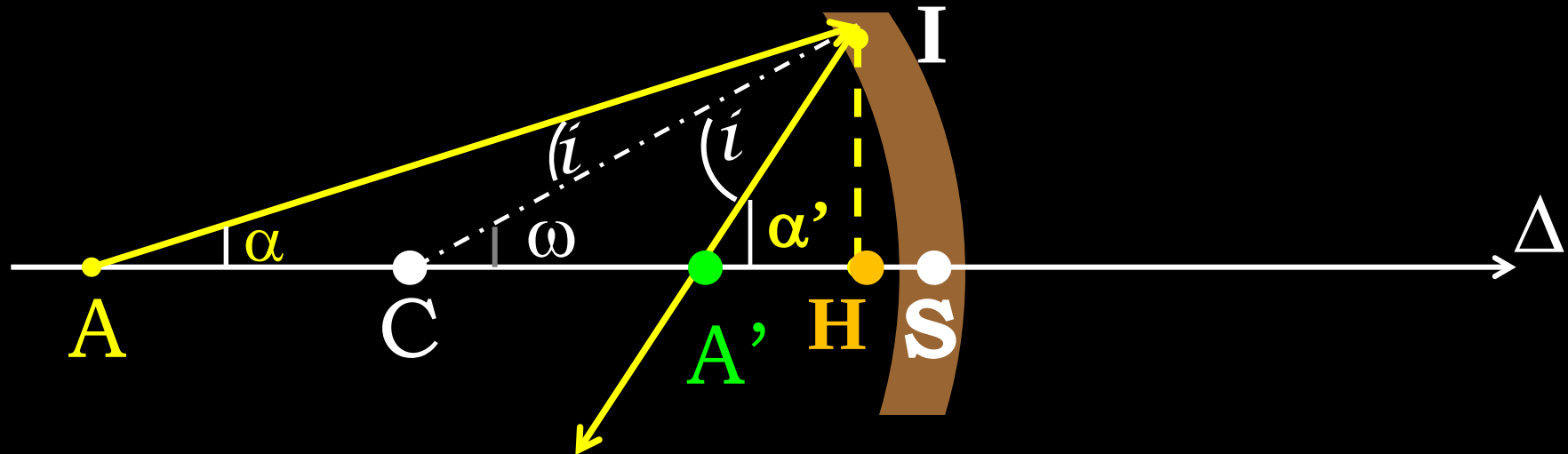
Quelle est la position de l'image A' ?



la relation de conjugaison

H et S sont confondus

$$i = i' \Rightarrow \omega - \alpha = \alpha' - \omega$$



$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}}, \quad \operatorname{tg}(\omega) = \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}}, \quad \operatorname{tg}(\alpha') = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}}$$

Triangle AIC : Σ angles = π

$$\alpha + i + \pi - \omega = \pi \quad \text{donc} \quad i = \omega - \alpha$$

Triangle A'IC : Σ angles = π

$$\omega + i' + \pi - \alpha' = \pi \quad \text{donc} \quad i' = \alpha' - \omega$$

Par conséquent nous aurons :

$$i = i' \Rightarrow \omega - \alpha = \alpha' - \omega$$

Comme nous travaillons dans les conditions de Gauss, nous pouvons écrire que :

$$\operatorname{tg}(\alpha) \approx \sin(\alpha) \approx \alpha_{rd}$$

Ce qui va nous donner les égalités suivantes, en considérant le sommet S du **miroir sphérique** comme **origine** de l'axe optique Δ :

$$\operatorname{tg}(\omega) \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} \quad \operatorname{tg}(\alpha) \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}} \quad \operatorname{tg}(\alpha') \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}}$$

Par suite nous aurons :

$$\omega - \alpha = \alpha' - \omega$$

$$\frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} + \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}} = 2 \cdot \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} \quad \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} - \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} - \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}}$$

Origine au sommet S

Relation de conjugaison
d'un miroir sphérique de
sommet S et de centre C

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Relation de conjugaison :

Cette relation est connue sous le nom de

Formule de Descartes.

origine au sommet S
fixe la position de A'
indépendamment du
choix du rayon AI
(conditions de Gauss)

$$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC}$$

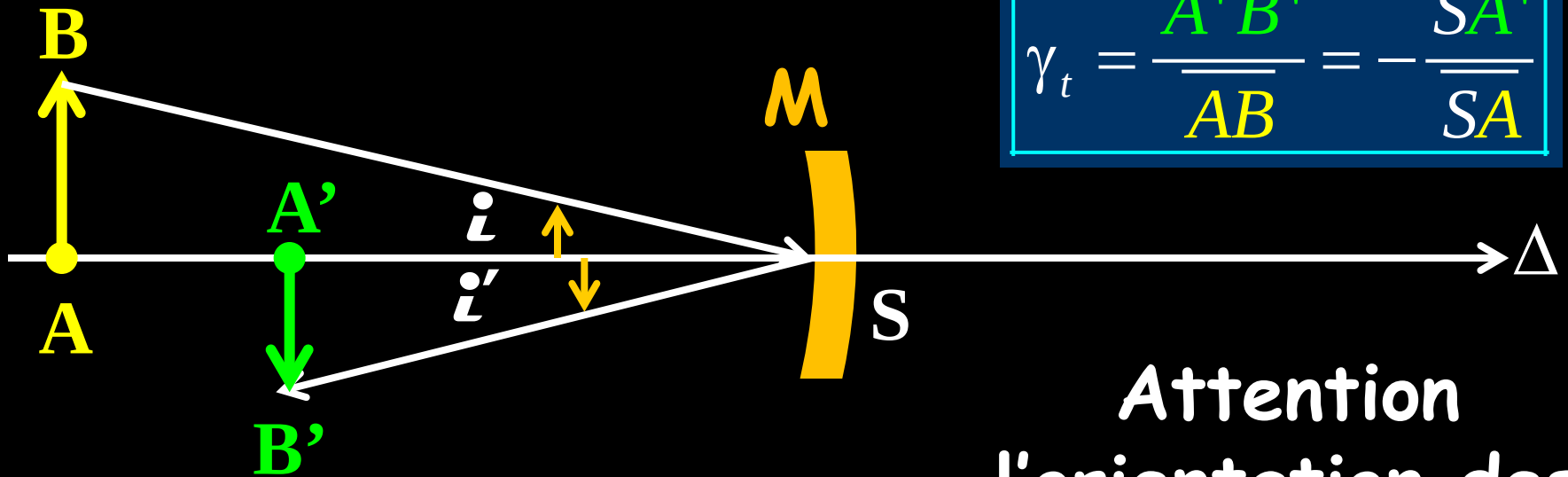
$$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC} = \frac{1}{SF'}$$

Il est à noter que ces formules sont des relations entre les positions et les dimensions de l'objet AB et de son image A'B' formée par un **miroir sphérique M** de **centre C** et de **sommet S**.

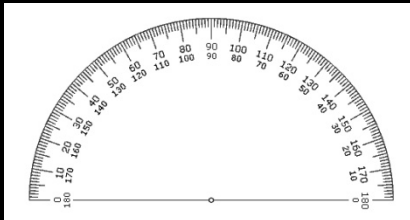
Elles sont établies et valables dans les conditions de l'approximation de Gauss.

Considérons un **miroir sphérique M** de **centre C** et de **sommet S**, **concave**. Pour obtenir la relation de conjugaison, il suffit de considérer les points situés sur l'axe principal du miroir, c'est-à-dire son **axe optique Δ** , les points qui peuvent être définis comme l'intersection de plans conjugués avec cet axe.

$$\operatorname{tg}(i) = i_{\text{rd}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}(i') = i'_{\text{rd}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$



Attention
l'orientation des
angles



Loi Snell-Descartes : $i = -i'$

En général, on se donne un sens positif dans la direction perpendiculaire à l'axe principal du miroir sphérique, arbitrairement choisi vers le haut, pour compter algébriquement les dimensions AB et $A'B'$

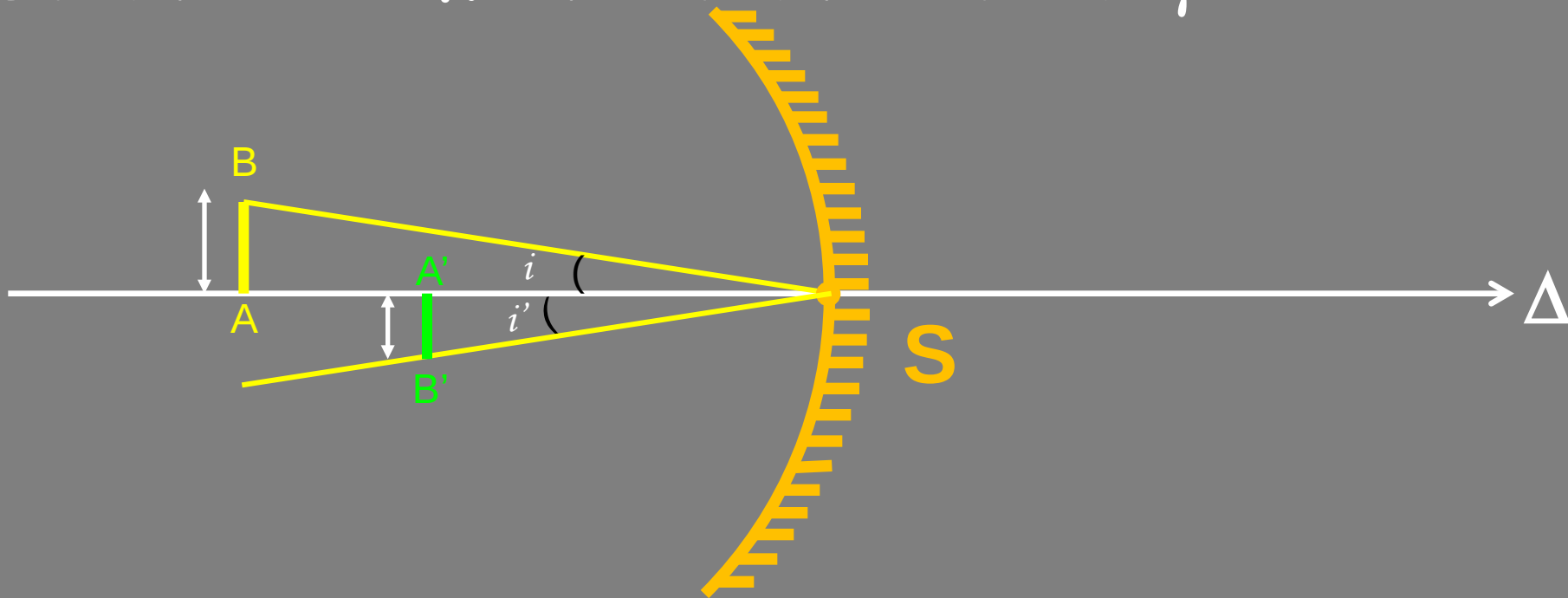
Le signe de γ nous renseigne sur l'orientation relative de l'objet et de son image fournie par le miroir sphérique :

γ positif, l'image et l'objet sont de même sens, on dit dans ce cas l'image est droite.

γ négatif, l'image et l'objet sont de sens opposé, on dit dans ce cas que l'image est renversée.

$$\gamma_{\text{transversal}} = \gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = - \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

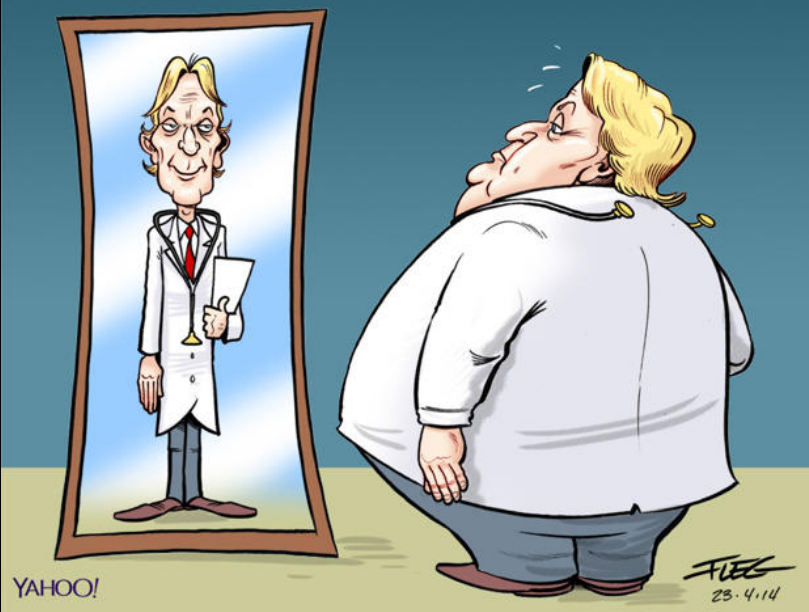
Grandissement transversal γ



Grandissement linéaire γ_t

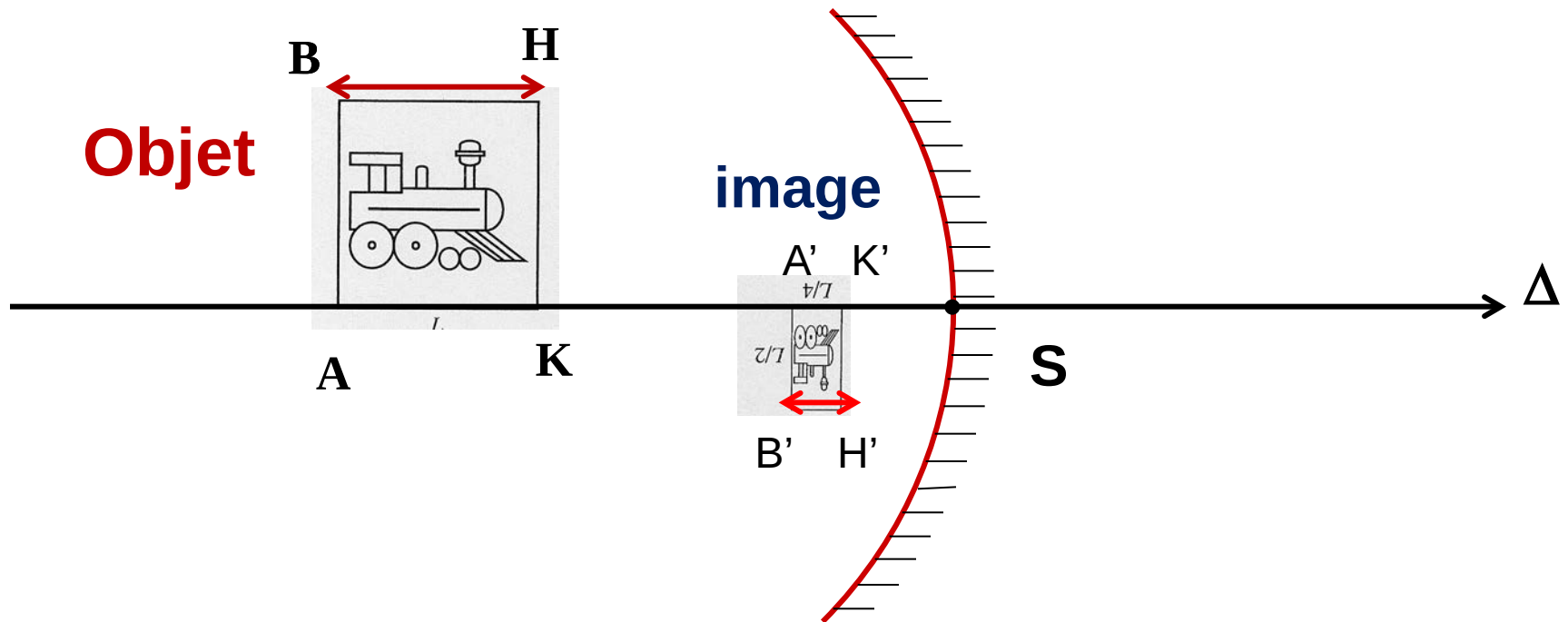


LE DÉFI SANTÉ...



YAHOO!

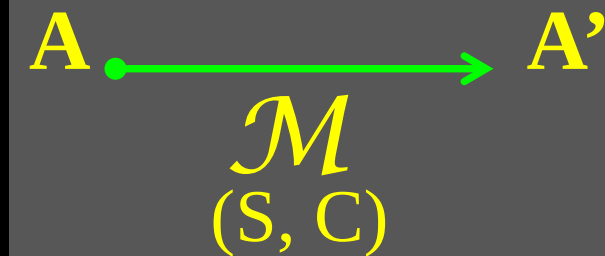
23.4.14



- Grandissement longitudinal γ_a
- Grandissement axial γ_a

$$\gamma_{axial} \stackrel{?}{=} \frac{d(\overline{SA'})}{d(\overline{SA})}$$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

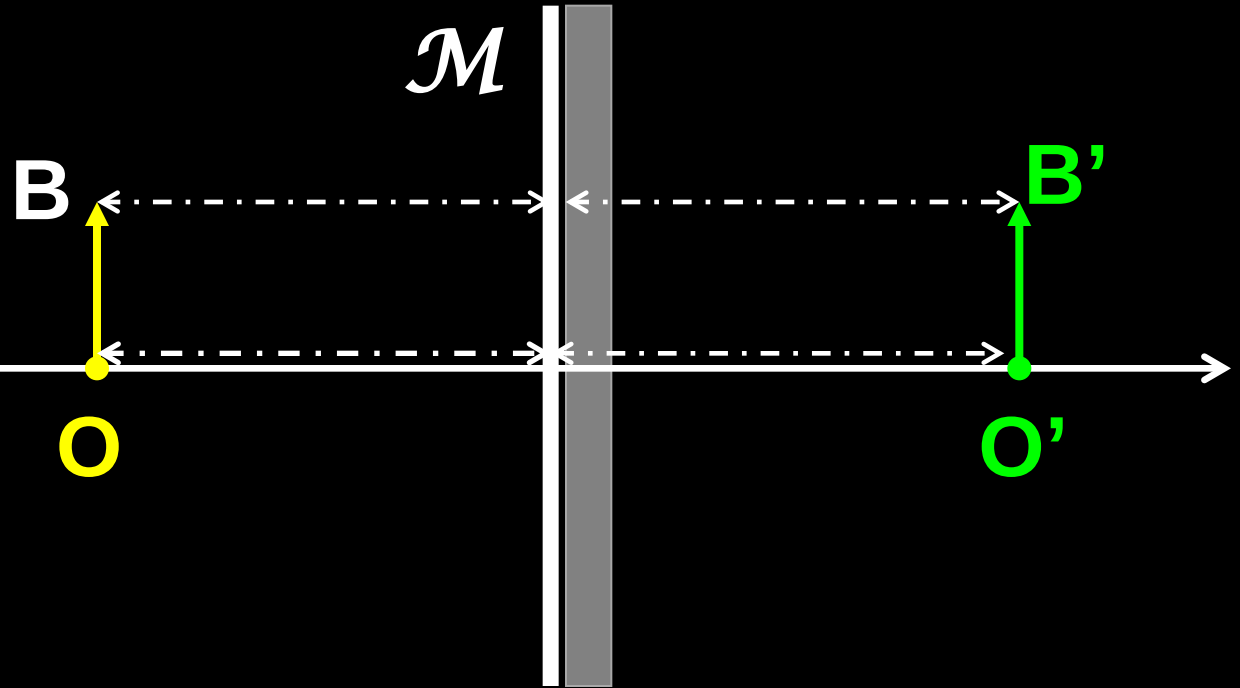
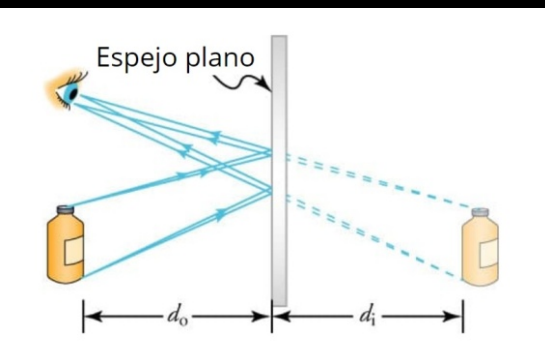
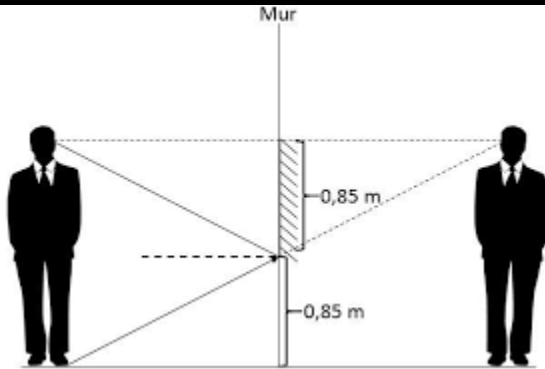


$$-\frac{d(\overline{SA'})}{\overline{SA'}^2} - \frac{d(\overline{SA})}{\overline{SA}^2} = d\left(\frac{2}{\overline{SC}}\right) = 0$$

$$\gamma_a = \frac{d(\overline{SA'})}{d(\overline{SA})} = -\frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2} = -\gamma_t^2$$

$$\overline{OM} = \overline{MO'} \quad \overline{BM} = \overline{MB'}$$

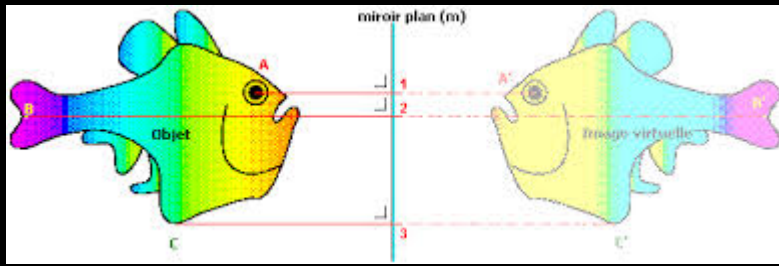
Miroir plan :



$$\overline{O'B'} = \overline{O'O} + \overline{OB} + \overline{BB'} = -\cancel{\overline{OO'}} + \overline{OB} + \cancel{\overline{BB'}}$$

$$\overline{O'B'} = \overline{OB} \quad \gamma_t = \frac{\overline{O'B'}}{\overline{OB}} = 1$$

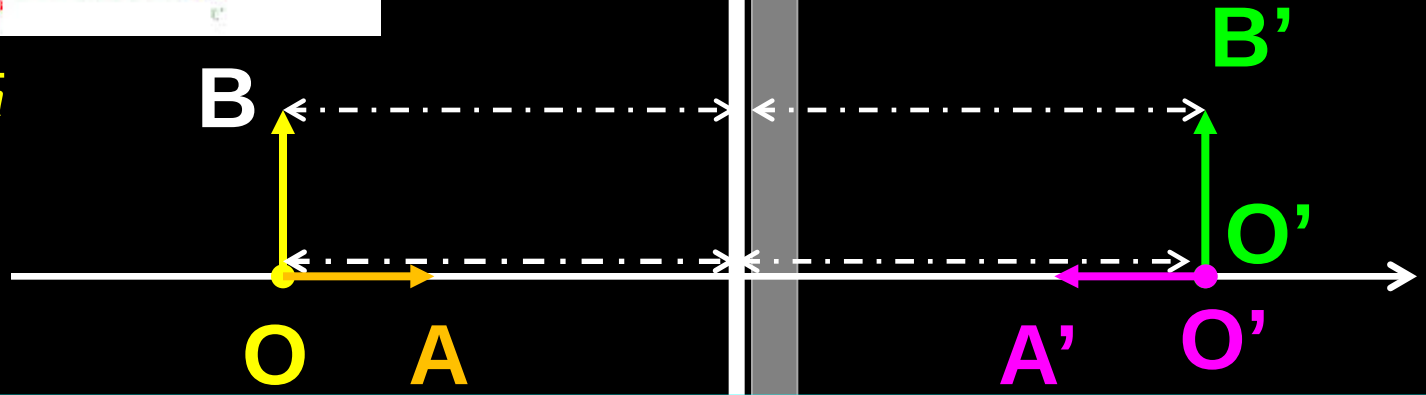
Grandissement transversal γ_t



$\mathcal{M}$ Miroir plan :

$$\overline{OM} = \overline{MO'}$$

$$\overline{BM} = \overline{MB'}$$



$$\overline{AM} = \overline{MA'} \Leftrightarrow \overline{AO} + \overline{OM} = \overline{MO} + \overline{OA'}$$

$$\overline{OM} = \overline{MO'} \Leftrightarrow \overline{OM} = \overline{MO} + \overline{OO'}$$

soustraction $\Rightarrow \overline{AO} = \overline{OA'} - \overline{OO'} = \overline{OA'} + \overline{O'O} = \overline{O'A'} \Rightarrow \frac{\overline{O'A'}}{\overline{OA}} = -1$

$$\gamma_{axial} = \frac{\overline{O'A'}}{\overline{OA}} = -1$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{O'B'}}{\overline{OB}} = 1$$

Grandissement axial γ_a

$$\gamma_{axial} = -\gamma_t^2$$

Il est à souligner qu'il y a 3 expressions de la relation de conjugaison, reliant les abscisses du point objet A et du point image A' , en utilisant trois origines différentes à savoir le sommet S , le centre C et le double foyer (F, F'), les deux foyers objet F et image F' du miroir sphérique M de sommet S et de centre C .

Ces trois formules s'obtiennent par des considérations géométriques sur les triangles semblables :

