fichage des modèles 3D

ir DWG, DXF, SVG, CGM, PLT, HPGL et d'autres formats de CAO dans ABViewer CADSoftTools

Ouvrir

Untitled Notebook (2) (68)

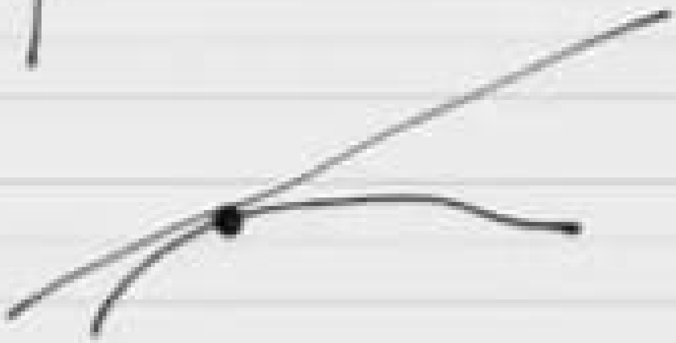
$y = 1 + x$

$f(x) - y = -\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{9} + o(x^3)$

puisque $-\frac{1}{2} < 0$; y → au-dessus ①

→ au dessus ② ×

>1



$$) = 1 - \cos(x) = \cancel{1} - \left(\cancel{1} - \frac{x^2}{2} + o(x^2)\right)$$

$$= \frac{x^2}{2} + o(x^2) \qquad . \quad n_g = 2$$

$$2°/ \quad \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_{n_f}}{b_{n_g}} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{-1/2}{1/2} = -1$$

$$+ \cdots + b_n(x-x_0)^n + o((x-x_0)^n)$$

$$\ln(1+x) - \sin(x) = \left(\cancel{x} - \frac{x^2}{2} + o(x^2)\right) - \left(\cancel{x} + o(x^2)\right)$$

$$= -\frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

$$1 - \cos(x) = \cancel{1} - \left(\cancel{1} - \frac{x^2}{2} + o(x^2)\right)$$

$$= \frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

fichage des modèles 3D

Ouvrir

(ix) $-\sin(h) = -h + \frac{h^3}{6} + o(h^4)$ $(n=4)$

$$e^X = 1 + X + \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{6} + \frac{X^4}{24} + o(X^4)$$

$$X = -h + \frac{h^3}{6} + o(h^4)$$

$$X^2 = h^2 - 2\cdot h\cdot \frac{h^3}{6} + o(h^4)$$

-gnmi

$$2 = 1 + \left(-h + \frac{h^3}{6}\right) + \frac{1}{2}\left(h^2 - \frac{1}{3}h^4\right) + \frac{1}{6}\left(-h^3 - \frac{1}{2}h^4\right) + \frac{1}{24}h^4 + o(h^4)$$

$$X = -h + \frac{h}{6} + o(h)$$

$$X^2 = h^2 - 2\cdot h \cdot \frac{h^3}{6} + o(h^4) = h^2 - \frac{1}{3}h^4$$

$$X^3 = -h^3 + 3\cdot -h \cdot \frac{h^3}{6} + o(h^4) = -h^3 - \frac{1}{2}h^4 + o(h^4)$$

$$X^4 = h^4 + o(h^4)$$

$$\ln(1+x) - \sin(x) = \left(\cancel{x} - \frac{x^2}{2} + o(x^2)\right)$$

$$- \left(\cancel{x} + o(x^2)\right)$$

$$= -\frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

$+ o((x-1)^5)$

$1 - \cos(x)$

fichage des modèles 3D

r DWG, DXF, SVG, CGM, PLT, HPGL et d'autres formats de CAO dans ABViewer CADSoftTools

Ouvrir

Untitled Notebook (2) (6/6)

$-\sin(h)$

$2 = 1 + \left(-h + \frac{h^3}{6}\right)$

$+ \frac{1}{2}\left(h^2 - \frac{1}{3}h^4\right)$ $\boxed{-\frac{1}{6}h^4}$

$= -\frac{1}{12}h^4$

$- \frac{1}{6}h^3$

$+ \frac{1}{24}h^4$

$+ \frac{1}{24}h^4 + o(h^4)$

$X = -h + \frac{h^3}{6} + o(h^4)$

$X^2 = h^2 - 2 \cdot h \cdot h^3/6 + o(h^4)$

$= h^2 - \frac{1}{3}h^4$

$X^3 = -h^3 + o(h^4)$

$X^4 = h^4 + o(h^4)$

$= 1 - h + \frac{1}{2}h^2$

fichage des modèles 3D

r DWG, DXF, SVG, CGM, PLT, HPGL et d'autres formats de CAO dans ABViewer CADSoftTools

Ouvrir

$+\frac{1}{2}\left(h^2-\frac{1}{3}h^4\right)$ $\quad \frac{1}{6}h^4 \quad \frac{1}{12}h^4 + \frac{1}{24}h^4$ $\quad = h^2 - \frac{1}{3}h^4$

$X^3 = -h^3 + o(h^4)$

$-\frac{1}{6}h^3$

$+\frac{1}{24}h^4 + o(h^4)$

$X^4 = h^4 + o(h^4)$

$= 1 - h + \frac{1}{2}h^2 - \frac{1}{8}h^4 + o(h^4)$

$e^{\cos(x)} = 1 - h + \frac{1}{2}h^2 - \frac{1}{8}h^4 + o(h^4)$ (au vois. 0)

$= 1 - (x - \pi/2) + \frac{1}{2}(x-\pi/2)^2 - \frac{1}{8}(x-\frac{\pi}{2})^4 + o_{\pi/2}(x-\frac{\pi}{2})$

$$+\frac{1}{2}\left(h^2-\frac{1}{3}h^4\right) \qquad -\frac{1}{6}h^4 \qquad X^2 = h^2 - 2h\cdot h^3/6 + o(h^4)$$

$$-\frac{1}{12}h^4 \qquad = h^2 - 1/3\, h^4$$

$$-\frac{1}{6}h^3 \qquad +\frac{1}{24}h^4 \qquad X^3 = -h^3 + o(h^4)$$

$$+\frac{1}{24}h^4 + o(h^4)$$

$$X^4 = h^4 + o(h^4)$$

$$= 1 - h + \frac{1}{2}h^2 - \frac{1}{8}h^4 + o(h^4)$$

$$e^{\cos(x)} = 1 - h + \frac{1}{2}h^2 - \frac{1}{8}h^4 + o(h^4) \quad (\text{au voisinage de } 0)$$

$$= 1 - (x-\pi/2) + \frac{1}{2}(x-\pi/2)^2 - \frac{1}{8}(x-\pi/2)^4 + o((x-\pi/2)$$

fichage des modèles 3D

r DWG, DXF, SVG, CGM, PLT, HPGL et d'autres formats de CAO dans ABViewer CADSoftTools

Ouvrir

$+\frac{1}{2}\left(h^2-\frac{1}{3}h^3\right)$ $\frac{1}{6}h^4$ $-\frac{1}{12}h^4$ $+\frac{1}{24}h^4$

$X^2 = h^2 - \frac{1}{3}h^4$

$X^3 = -h^3 + o(h^4)$

$-\frac{1}{6}h^3$

$+\frac{1}{24}h^4 + o(h^4)$

$X^4 = h^4 + o(h^4)$

$= 1 - h + \frac{1}{2}h^2 - \frac{1}{8}h^4 + o(h^4)$

fichage des modèles 3D

r DWG, DXF, SVG, CGM, PLT, HPGL et d'autres formats de CAO dans ABViewer CADSoftTools

Ouvrir

$$e^{x} = 1 + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{24} + o(x)$$

$$x = -h + \frac{h^3}{6} + o(h^4)$$

$$x^2 = h^2 - 2 \cdot h \cdot h^3/6 + o(h^4)$$

$$x^3 = -h^3 + 3 \cdot -h \cdot \frac{h^3}{6} + o(h^4)$$

$$= -h^3 - \frac{1}{2}h^4 + o(h^4)$$

$$x^4 = h^4 + o(h^4)$$

$\Leftrightarrow e^{\cos(x)} = e^{-\sin(h)}$

On a : $\sin(h) = h - \frac{h^3}{6} + o(h^4)$

(in) $-\sin(h) = -h + \frac{h^3}{6} + o(h^4)$

$$e^X = 1 + X + \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{6} + \frac{X^4}{24} + o(X^4)$$

Untitled Notebook (7) (3/3)

$$\leq e^{\cdots} \cdot \frac{\cdots}{(n+1)!}$$

$$\leq e^{\sqrt{3}} \cdot \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} = \frac{\overbrace{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \cdots \times 2 \times 1}^{(n+1)\text{ fois}}}{1 \times \cancel{2} \times 3 \times \cdots \times n \times (n+1)}$$

$$\leq 2e^{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{n+1}$$

$$= \left| \frac{2^{n+1} e^{c\sqrt{3}} \sin\left(c + \frac{(n+1)\pi}{6}\right)}{(n+1)!} \right| \qquad e^{c\sqrt{3}} < e^{\sqrt{3}}$$

$$\leq e^{\sqrt{3}} \frac{2^{n+1} \left| \sin\left(c + \frac{(n+1)\pi}{6}\right) \right|}{(n+1)!}$$

Untitled Notebook (2) (3/3)

(3)(a) $\quad U_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{2^k \sin\left(\frac{k\pi}{6}\right)}{k!}$

D'après (2) ; on a : $\left|U_n - e^{\sqrt{3}} \sin(1)\right| =$

$$= \left| \frac{2^{n+1} e^{c\sqrt{3}} \sin\left(c + \frac{(n+1)\pi}{6}\right)}{(n+1)!} \right|$$

Affichage des modèles 3D

Ouvrir

[illegible] $f^{(n)} =$ [illegible] $[0,1]$, f est

de classe $\mathcal{C}^n$ sur $[0,1]$ et $f^{(n+1)}$ existe sur $[0,1]$.

D'après la formule de Taylor-Lagrange à l'ordre n

il existe $c \in [0,1]$ tels que

$\hookrightarrow$ $f(1) = \sum_{k=0}^{n}$

pour le rang n.

Pour le rang n+1, on a :

$$f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)'$$

$$= \left(2^n e^{x\sqrt{3}} \times \sin\left(x + \frac{n\pi}{6}\right)\right)'$$

= ì

$$= 2^n \left(\sqrt{3}\, e^{x\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{n\pi}{6}\right) + e^{x\sqrt{3}} \cos\left(x + \frac{n\pi}{6}\right)\right)$$

H.R. Supposons que : $f^{(n)}(x) = 2^n e^{x\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{n\pi}{6}\right)$ pour le rang n.

Pour le rang n+1, on a :

$f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)'$

$= \left(2^n e^{x\sqrt{3}} \times \sin\left(x + \frac{n\pi}{6}\right)\right)'$

$= 2^n e^{x\sqrt{3}} \left[2 \sin\left(x + \frac{(n+1)\pi}{6}\right)\right.$

$= 2^{n+1} e^{x\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{(n+1)\pi}{6}\right)$

Untitled Notebook (2) (2/2)

(2) On a $f(x) = e^{x\sqrt{3}} \sin(x)$; où $x \in [0, 1]$; f est de classe $\mathcal{C}^n$ sur $[0, 1]$ et $f^{(n+1)}$ existe sur $[0, 1]$

Untitled Notebook (2) (5/5)

$$\sqrt{1+\sin(x)} = \sqrt{1+u}$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 + o(x^3)\right) + \frac{1}{24}\left(x^3 + o(x^3)\right)$$

$-$

ELMADANI Youssef présente

fichage des modèles 3D

Untitled Notebook (2) (5/5)

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)\right)$$

$$- \frac{1}{8}\left(x^2 + o(x^3)\right) + \frac{1}{24}\left(x^3 + o(x^3)\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{24}x^3 + o(x^3)$$

2) $f(x) = e^{\cos(x)}$ $\quad x_0 = \pi/2$, $n=4$

On pose $h = x - \frac{\pi}{2}$; qd $x \to \frac{\pi}{2}$, $h \to 0$.

$x = h + \frac{\pi}{2}$, $\cos(x) = \cos\left(h + \frac{\pi}{2}\right)$

$= -\sin(h)$

Scanné avec CamScanner

Untitled Notebook (2) (5/5)

$$u = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$$

$$u^2 = x^2 + o(x^3)$$

$$u^3 = x^3 + o(x^3)$$

$$\sqrt{1+\sin(x)} = \sqrt{1+u}$$

$$= 1 + \frac{1}{2}($$

Untitled Notebook (2) (44)

On fait tendre $n \to +\infty$; d'où

$$0 \leq \lim_{n \to +\infty} \left| u_n - e^{\sqrt{3}} \sin(1) \right| \leq \lim_{n \to +\infty} \frac{2e^{\sqrt{3}}}{n+1} = 0$$

Donc : $\lim_{n \to +\infty} \left| u_n - e^{\sqrt{3}} \sin(1) \right.$

$$(1+x)^{\alpha} = 1+\alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6}\ldots$$

$$= 1+\frac{1}{2}\left(x-\frac{x^3}{6}+o(x^3)\right)$$

$$-\frac{1}{8}\left(x^2+o(x^3)\right)+\frac{1}{16}\left(x^3+o(x^3)\right)$$

$$= 1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{16}x^3+o(x^3)$$

ffichage des modèles 3D

vrir DWG, DXF, SVG, CGM, PLT, HPGL et d'autres formats de CAO dans ABViewer CADSoftTools

Ouvrir

Untitled Notebook (2) (3/3)

$$\leqslant 2e^{\sqrt{3}} \times \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{2}{3} \leqslant 1 \quad \frac{2}{1} \leqslant 1$$

$$\frac{3}{4} \leqslant 1$$

$$:= \frac{(2e^{\sqrt{3}} = M)}{(n+1)}$$

$$\left| u_n - e^{\sqrt{3}} \sin(1) \right| \leqslant \frac{2e^{\sqrt{3}}}{(n+1)}.$$

$$\leq e^{\cdots} \cdot \frac{\cdots}{(n+1)!}$$

$$\leq e^{\sqrt{3}} \cdot \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} = \frac{\overbrace{2\times 2\times \cdots \times 2}^{(n+1)\text{ fois}}}{1\times 2\times 3\times \cdots \times n\times (n+1)}$$

et $\sqrt{1+u} = 1 + \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u^2 + \frac{1}{24}u^3 + o(u^3)$

$u = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3$

$u^2 = x^2 + o(x^3)$

$u^3 = o(x^3)$

On pose $u = x - \frac{x^3}{6}$; $o(u^3) = o(x^3)$

et $x \to 0$, $u \to 0$

et $\sqrt{1+u} = 1 + \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u^2 + \frac{1}{24}u^3 + o(u^3)$

$n \to +\infty$ Untitled Notebook (2) (44) $n \to +\infty$

D'où : $\lim\limits_{n \to +\infty} \left| u_n - e^{\sqrt{3}/\sin(1)} \right| = 0$

équivaut à $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n - e^{\sqrt{3}/\sin(1)} = 0$

$\lim |v_n| = 0 \Leftrightarrow \lim v_n = 0$

D'où : $\boxed{\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = e^{\sqrt{3}/\sin(1)}}$

fichage des modèles 3D

...nt DWG, DXF, SVG, CGM, PLT, HPGL et d'autres formats de CAO dans ABViewer CADSoftTools

Ouvrir

$n \to +\infty$ Untitled Notebook (2) $n \to +\infty$

$= 0$

Donc : $\lim_{n \to +\infty} \left| u_n - e^{\sqrt{3}} \sin(1) \right| = 0$

équivaut à $\lim_{n \to +\infty} u_n - e^{\sqrt{3}} \sin(1) = 0$

$$\leq e \cdot \frac{\dots}{(n+1)!}$$

$$\leq e^{\sqrt{3}} \cdot \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} = \frac{\overbrace{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \cdots \times \cancel{2} \times 1}^{(n+1) \text{ fois}}}{1 \times \cancel{2} \times 3 \times \cdots \times n \times (n+1)}$$

$$\leq 2e^{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{n+1}$$