

Série N 1 - Corrigé
Algèbre 3 - Filière SMIA.

Exercice 4

1. On considère le système suivant

$$(S_1) \begin{cases} x + 3y + 4z + 7t = 0 & L_1 \\ x + 3y + 4z + 5t = 0 & L_2 \\ x + 3y + 3z + 2t = 0 & L_3 \\ x + y + z + t = 0 & L_4 \end{cases}$$

Nous effectuons les opérations suivantes :

$$L_2 \leftarrow L_2 - L_1, \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \quad \text{et} \quad L_4 \leftarrow L_4 - L_1,$$

on obtient le système :

$$\begin{cases} x + 3y + 4z + 7t = 0 & L'_1 \\ -2t = 0 & L'_2 \\ -z - 5t = 0 & L'_3 \\ -2y - 3z - 6t = 0 & L'_4 \end{cases}$$

L'échange des lignes permet d'écrire le système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x + 3y + 4z + 7t = 0 & L''_1 \\ -2y - 3z - 6t = 0 & L''_2 \\ -z - 5t = 0 & L''_3 \\ -2t = 0 & L''_4 \end{cases}$$

D'où : $x = y = z = t = 0$, ainsi :

$$S = \{(0, 0, 0, 0)\}.$$

2. On considère le système suivant :

$$(S_2) \begin{cases} x + 3y + 5z + 3t = 1 & L_1 \\ x + 4y + 7z + 3t = 0 & L_2 \\ y + 2z = -1 & L_3 \\ x + 2y + 3z + 2t = 0 & L_4 \end{cases}$$

Les opérations suivantes :

$$L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \quad \text{et} \quad L_4 \leftarrow L_4 - L_1,$$

nous donnent

$$\begin{cases} x + 3y + 5z + 3t = 1 & L'_1 \\ y + 2z = -1 & L'_2 \\ -y - 2z - t = -1 & L'_3 \end{cases}$$

On remplace L'_2 dans L'_3 , ce qui implique : $t = 2$, donc :

$$\begin{cases} x = z - 2 \\ y = -2z - 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

D'où :

$$S = \{(\alpha - 2, -2\alpha - 1, \alpha, 2) / \alpha \in \mathbb{R}\}.$$