

## RATTRAPAGE de MECANIQUE DU POINT MATERIEL

Semestre 1 SMIA

### Exercice 1

Un point matériel M est en mouvement par rapport au repère cartésien galiléen  $R_0$  ( $Oxyz$ ) orthonormé direct de base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Son vecteur position est donné par l'expression :  $\vec{OM} = xi + yj + zk$

1-donner les expressions de la vitesse  $\vec{V}(M/R_0)$  et de l'accélération  $\vec{J}(M/R_0)$  du point matériel M par rapport au repère  $R_0$

2-le point matériel M est soumis à la force  $\vec{F} = -a z \vec{k}$  Appliquer le principe fondamental de la dynamique et déterminer les 3 équations différentielles du mouvement

3-résoudre le système d'équations précédent sachant qu'à l'instant  $t=0$  le vecteur position de

M est  $\vec{OM}_0 = b\vec{k}$  et sa vitesse est nulle. Montrer que cette solution peut se mettre sous la

forme :  $\vec{OM} = b\cos(\omega t)\vec{k}$  avec  $\omega^2 = a/m$ . Déduire la vitesse du point matériel M par rapport au repère  $R_0$

4-Montrer que le travail de la force  $\vec{F}$  entre le point A (0,0,0) et le point B(0,0,b) vaut :

$$W_{A \rightarrow B} = -\frac{ab^2}{2}$$

5-Montrer que  $\vec{F}$  est conservative et trouver l'énergie potentielle  $E_P(M/R_0)$  dont elle dérive. On considérera que l'énergie potentielle est nulle pour  $z=0$ .

6-calculer l'énergie cinétique  $E_c(M/R_0)$  du point matériel M par rapport au repère  $R_0$

7-montrer que l'énergie mécanique du point matériel M par rapport au repère  $R_0$  vaut

$$E_m(M/R_0) = \frac{ab^2}{2}$$

8-En appliquant le théorème de l'énergie cinétique retrouver la valeur du travail  $W_{A \rightarrow B}$  de la force  $\vec{F}$

### Exercice 2

Dans le repère cartésien galiléen  $R_0$  ( $Oxyz$ ) orthonormé direct de base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  avec Oz la verticale ascendante et dans le champs de pesanteur , on considère la point matériel M de masse m attaché à 2 fils inextensibles AM et BM de même longueur l et dont les extrémités A et B sont fixées sur l'axe Oz de part et d'autre de O à la distance d de O. Cet ensemble tourne autour de Oz à la vitesse angulaire constante  $\omega$  suffisante pour que les 2 fils soient

tendus .Cet ensemble est lié au repère cylindrique  $R_\rho$  ( $O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{k}$ )

Tous les résultats seront exprimés dans la base du repère cylindrique

1-calculer la distance  $OM$  en fonction de  $l$  et  $d$  et en déduire  $\vec{OM}$  et la vitesse  $\vec{V}(M/R_0)$  et l'accélération  $\vec{\Gamma}(M/R_0)$  de  $M$  par rapport au repère  $R_0$

2-donner les expressions des tensions des fils et du poids du point matériel  $M$

3-appliquer le principe fondamental de la dynamique et en déduire par projection 2 relations permettant de calculer les 2 tensions des fils.

4-Montrer que lorsque la vitesse angulaire  $\omega$  de rotation diminue et atteint une valeur  $\omega_0$  qu'on calculera, la tension du fil  $AM$  s'annule alors que le fil  $BM$  reste tendu.

