

RATTRAPAGE de MECANIQUE DU POINT MATERIEL

Semestre I SMIA

Exercice 1

Un point matériel M est en mouvement par rapport au repère cartésien galiléen $R_0 (Oxyz)$ orthonormé direct de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Son vecteur position est donné par l'expression :

$$OM = xi + yj + zk$$

1-donner les expressions de la vitesse $\vec{V}(M/R_0)$ et de l'accélération $\vec{a}(M/R_0)$ du point matériel M par rapport au repère R_0

2-le point matériel M est soumis à la force $\vec{F} = -a z \vec{k}$. Appliquer le principe fondamental de la dynamique et déterminer les 3 équations différentielles du mouvement

3-résoudre le système d'équations précédent sachant qu'à l'instant $t=0$ le vecteur position de M est $OM_0 = b\vec{k}$ et sa vitesse est nulle. Montrer que cette solution peut se mettre sous la forme : $OM = b \cos(\omega t) \vec{k}$ avec $\omega^2 = a/m$. Déduire la vitesse du point matériel M par rapport au repère R_0

4-Montrer que le travail de la force \vec{F} entre le point A (0,0,0) et le point B(0,0,b) vaut :

$$W_{A \rightarrow B} = -\frac{ab^2}{2}$$

5-Montrer que \vec{F} est conservative et trouver l'énergie potentielle $E_p(M/R_0)$ dont elle dérive. On considérera que l'énergie potentielle est nulle pour $z=0$.

6-calculer l'énergie cinétique $E_c(M/R_0)$ du point matériel M par rapport au repère R_0

7-montrer que l'énergie mécanique du point matériel M par rapport au repère R_0 vaut

$$E_m(M/R_0) = \frac{ab^2}{2}$$

8-En appliquant le théorème de l'énergie cinétique retrouver la valeur du travail $W_{A \rightarrow B}$ de la force \vec{F}

Exercice 2

Dans le repère cartésien galiléen $R_0 (Oxyz)$ orthonormé direct de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec Oz la verticale ascendante et dans le champs de pesanteur, on considère la point matériel M de masse m attaché à 2 fils inextensibles AM et BM de même longueur l et dont les extrémités A et B sont fixées sur l'axe Oz de part et d'autre de O à la distance d de O. Cet ensemble tourne autour de Oz à la vitesse angulaire constante ω suffisante pour que les 2 fils soient

tendus. Cet ensemble est lié au repère cylindrique $R_1(r, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{k})$.

Tous les résultats seront exprimés dans la base du repère cylindrique

- 1-calculer la distance OM en fonction de l et d et en déduire \vec{OM} et la vitesse $\vec{V}(M/R_0)$ et l'accélération $\vec{a}(M/R_0)$ de M par rapport au repère R_0
- 2-donner les expressions des tensions des fils et du poids du point matériel M
- 3-appliquer le principe fondamental de la dynamique et en déduire par projection 2 relations permettant de calculer les 2 tensions des fils.
- 4-Montrer que lorsque la vitesse angulaire ω de rotation diminue et atteint une valeur ω_0 qu'on calculera, la tension du fil AM s'annule alors que le fil BM reste tendu.

