Université Mohamed V- Agdal
Faculté des Sciences
Rabat

Année universitaire 2011/2012
Filière SMIA
Module M4

Contrôle final de mécanique du point matériel

Exercice 1 : *(12 points)*

Dans le plan horizontal (x_1Oy_1) du référentiel orthonormé galiléen $R_1(O;x_1y_1z_1)$, de vecteurs unitaires $(\vec{i_1},\vec{j_1},\vec{k_1})$, un axe rigide $\vec{Ox_2}$ de vecteur unitaire $\vec{i_2}$ tourne autour de l'axe $\vec{Oz_1}$ avec une vitesse angulaire constante $\vec{\omega}=\omega\vec{k_1}$. Soit $R_2(O;x_2y_2z_1)$ de base $(\vec{i_2},\vec{j_2},\vec{k_1})$ le référentiel orthonormé direct mobile par rapport à R_1. Un point matériel M de masse m est mobile sans frottements sur l'axe $\vec{Ox_2}$ et est repéré par $\vec{OM}=b\cos(\omega t)\vec{i_2}$ où b est une constante positive et t désigne le temps.

En plus de toutes les forces qui agissent sur la particule M, celle-ci est soumise à une force supplémentaire $\vec{F}$ telle que : $\vec{F}=F_0\vec{i_2}$.

Dans la base $(\vec{i_2},\vec{j_2},\vec{k_1})$ du repère R_2,

1) Exprimer toutes les forces exercées sur la particule M dans le repère R_2,
2) Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué au point M dans R_2,
3) Donner la projection orthogonale de cette équation vectorielle sur les trois axes du repère R_2.
4) En déduire F_0 et les composantes de la réaction $\vec{R}$ exercée par l'axe $\vec{Ox_2}$ sur le point M.
5) Calculer le moment cinétique $\vec{\sigma_O}(M)_{R_2}$ du point matériel M par rapport au point O dans le repère R_2. En déduire le moment dynamique $\vec{\delta_O}(M)_{R_2}$ de M par rapport au point O dans le repère R_2.

Exercice 2 : *(8 points)*

Dans un repère orthonormé galiléen R(O,xy) de vecteurs de base $(\vec{i},\vec{j})$, une particule M, de masse m, est repérée par le vecteur position $\vec{OM}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}=t^2\,\vec{i}+4t\,\vec{j}$.

1) Déterminer le vecteur accélération instantanée $\vec{\gamma}(M/R)$ de M dans le repère R.
2) Soit $\vec{F}=m\,\vec{\gamma}(M/R)$ la résultante de toutes les forces réelles appliquées à la particule M dans le repère R. Calculer le travail W fourni par la force $\vec{F}$ durant l'intervalle de temps [0,T].
3) Montrer que $\vec{F}$ dérive d'une énergie potentielle E_p.
4) Déterminer E_p en fonction du temps sachant que $E_p(t=0)=0$.
5) Calculer l'énergie cinétique E_c de la particule M en fonction du temps.
6) Montrer que l'énergie mécanique E_m de la particule M par rapport à R est constante.