

Contrôle de mécanique du point matériel (durée 1h30)

Exercice 1 : (10 points)

Dans un repère galiléen $R_0(O, XYZ)$ de base $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$, une tige (Δ) dont la partie inférieure est fixée en O, tourne autour de l'axe \vec{OZ} avec une vitesse angulaire ω constante. La tige (Δ) et l'axe \vec{OZ} font entre eux un angle α constant et aigu.

On considère un anneau M de masse m qui peut coulisser sans frottements sur la tige (Δ) .

Soit le repère relatif $R(O, xyz)$ de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que l'axe \vec{Ox} soit confondu avec

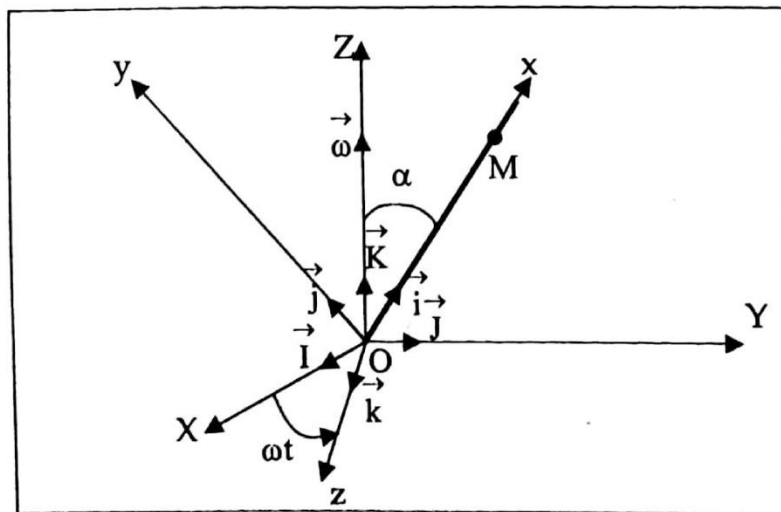
la tige (Δ) . A chaque instant, la position du point M est donnée par : $\vec{OM} = x(t) \vec{i}$.

Sachant qu'à l'instant initial ($t=0$), l'anneau M est lâché sans vitesse initiale d'un point M_0

telle que $\left| \vec{OM}_0 \right| = x_0 > 0$.

Tous les vecteurs doivent être exprimés dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- 1) Exprimer les vecteurs vitesse relative $\vec{V}_r(M)$ et d'entraînement $\vec{V}_e(M)$.
- 2) Donner les expressions des vecteurs accélérations relative $\vec{\gamma}_r(M)$, d'entraînement $\vec{\gamma}_e(M)$ et de Coriolis $\vec{\gamma}_c(M)$.
- 3) Etablir le bilan des forces appliquées à l'anneau M dans le repère relatif R.
- 4) En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'anneau M dans le repère R, trouver l'expression de l'abscisse $x(t)$ de M suivant l'axe \vec{Ox} .



Exercice 2 : (5 points)

Un point matériel M se déplace dans le champ de force de la forme :

$$\vec{F} = (x - 2\alpha y) \vec{i} + (2x - 3y) \vec{j}.$$

- 1) Calculer, en fonction du paramètre α , le travail de \vec{F} dans les deux cas suivants :
 - a) M se déplace en ligne droite à partir du point O(0,0) jusqu'au point A(1,3).
 - b) M se déplace de O vers A suivant le trajet OBA sachant que B(1,0) est la projection orthogonale de A sur l'axe Ox.
- 2) Pour quelle valeur de α , le travail de \vec{F} devient-il indépendant du chemin suivi entre O et A ?

Exercice 3 : (5 points)

Dans un repère orthonormé R(O,xyz), un point matériel est soumis à une force \vec{F} telle que : $\vec{F} = (1 - x) \vec{i} + (y^2 - y) \vec{j} + -z \vec{k}$.

- 1) Montrer que \vec{F} dérive d'une énergie potentielle $E_p(x, y, z)$ que l'on déterminera.
- 2) Déterminer les positions d'équilibre de la particule M et leurs stabilités.