Université Mohamed V
Faculté des Sciences
Rabat-Agdal

Année universitaire 2010/201

Contrôle Final de Mécanique du point materiel
Semestre1 - SMIA

Exercice N°1

Les coordonnées d'une particule M mobile dans le référentiel galiléen (R) muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont données en fonction du temps par :

$$x = 2$$
$$y = t - 2$$
$$z = t^2 - 3$$

1- Donner l'équation de la trajectoire de la particule M dans (R) et en déduire sa nature

2- Calculer la vitesse $\vec{v}\left(M/_R\right)$ et en déduire son module

3- Calculer l'accélération $\vec{a}\left(M/_R\right)$ et en déduire son module

4- Déterminer le module de l'accélération tangentielle et en déduire le module de l'accélération normale

5- En déduire le rayon de courbure R_c

Exercice N°2

Soit $R_G(O, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ un référentiel géocentrique galiléen qu'on désignera comme repère absolu. Son origine O est le centre de la terre. L'axe $O\vec{k}_0$ est l'axe des pôles de la terre. Et soit $R_E(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}_0)$ un référentiel lié à la terre; il effectue par rapport au repère R_G un mouvement de rotation autour de $O\vec{k}_0$ à vitesse angulaire ω constante. Il sera considéré comme un référentiel relatif. La terre est assimilée à une sphère de centre O et de rayon R_T et de masse M_T. Un point matériel M de masse m se déplace sur la surface de la terre. Il est alors repéré par ses coordonnées sphériques θ et φ. On veut étudier son mouvement par rapport à la terre (par rapport au repère relatif R_E). **Tous les résultats seront exprimés par rapport à la base du repère sphérique $R_{sph}(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$**. Si nécessaire pour des calculs intermédiaires on pourra utiliser la base du repère cylindrique $R_{cyl}(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k}_0)$.

On rappelle que l'angle $(\vec{i}, \vec{e}_\rho) = (\vec{j}, \vec{e}_\varphi) = \varphi$ mesuré sur $\vec{k}_0$

et l'angle $(\vec{k}_0, \vec{e}_r) = (\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta) = \theta$ mesuré sur $\vec{e}_\varphi$.

On a aussi les relations vectorielles (voir figures):

$$\vec{e}_r = \cos\theta \vec{k}_0 + \sin\theta \vec{e}_\rho \;;\; \vec{e}_\theta = -\sin\theta \vec{k}_0 + \cos\theta \vec{e}_\rho$$
$$\vec{e}_\rho = \cos\varphi \vec{i} + \sin\varphi \vec{j} \;;\; \vec{e}_\varphi = -\sin\varphi \vec{i} + \cos\varphi \vec{j}$$

1-Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du point matériel M dans le repère relatif R_E

2-Calculer la vitesse relative $\vec{V}(M/R_E)$ du point matériel M

3-calculer l'accélération relative $\vec{\Gamma}\left(\frac{M}{R_E}\right)$

4-Donner la valeur du vecteur instantané de rotation $\vec{\Omega}(R_E/R_C)$. Et calculer les accélérations d'entrainement $\vec{\Gamma}_e(M)$ et de Coriolis $\vec{\Gamma}_c(M)$. En déduire les forces d'inertie d'entrainement $\vec{F}_e$ et de Coriolis $\vec{F}_c$.

5-Le point matériel M est soumis à une réaction $\vec{R} = R_r\vec{e}_r + R_\theta\vec{e}_\theta + R_\varphi\vec{e}_\varphi$ de la part de la terre ainsi qu'à la force $\vec{F}_a = -k\vec{e}_r$ due à l'attraction de la terre ($k = (GmM_T)/(R_T)^2$) et aux forces inertielles dans le repère relatif non galiléen R_E. Appliquer le principe fondamental de la dynamique dans ce repère. En déduire les expressions des composantes $R_r ; R_\theta ; R_\varphi$ de la réaction $\vec{R}$.

6-supposons maintenant que le point matériel M est fixe dans le repère relatif R_E que valent alors sa vitesse relative $\vec{V}(M/R_E)$ et son accélération relative $\vec{\Gamma}\left(\frac{M}{R_E}\right)$. En déduire que ses coordonnées sphériques θ et φ sont constantes. Que deviennent les valeurs des composantes $R_r ; R_\theta ; R_\varphi$ de la réaction $\vec{R}$.

7-supposons maintenant que le point matériel M se déplace à la surface de la mer: la composante tangente $\vec{R}_t = R_\theta\vec{e}_\theta + R_\varphi\vec{e}_\varphi$ de la réaction $\vec{R}$ est alors due au frottement visqueux (frottement de l'eau) et $\vec{R}_t = -\mu\vec{V}(M/R_E)$; $\mu > 0$, en déduire les expressions des composantes $R_\theta ; R_\varphi$. En égalisant avec les expressions obtenues à la question 5 donner les deux équations du mouvement (en θ et φ)