Dynamique du point Matériel

La dynamique est l'étude des mouvements des corps matériels en tenant compte des causes qui les produisent c'est-à-dire des FORCES.

I-Notions de force

I-1- Définition:

Une force est une action exercée par le milieu extérieur sur le point matériel étudié et capable de mettre en mouvement un corps initialement au repos ou de modifier son mouvement.

la force est représentée par un vecteur caractérisé par 4 éléments:

1. la direction : orientation de la force
2. le sens : vers où la force agit
3. la norme (ou intensité) : grandeur de la force, elle est mesurée en Newton (N)
4. le point d'application : endroit où la force s'exerce

il y a deux type de forces:

- forces de contact : pression d'un gaz, action de contact d'un objet sur un autre (appuyer, tirer), frottement, Tension élastique d'un ressort, tension d'un fil.
- forces à distance : poids (attraction gravitationnelle),force électrostatique, force électromagnétique.

Dynamique du point matériel

I-2-Moment d'une force

Le moment de la force $\vec{F}$ appliquée au point M, par rapport à un point O est donnée par :

$$\vec{M}(\vec{F}/O) = \vec{OM} \wedge \vec{F}$$

C'est un vecteur perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{OM}$ et $\vec{F}$

Le moment de la force $\vec{F}$ appliquée au point M par rapport à un axe Δ de vecteur unitaire $\vec{u}$ est la projection sur cet axe du moment de la force par rapport au point O.

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = \vec{M}(\vec{F}/O).\vec{u}$$

Ce résultat est valable quelque soit le point O sur l'axe Δ.

I-3-Quantité de mouvement

La quantité de mouvement du point matériel M, de masse m et de vitesse $\vec{V}_{M/R}$, par rapport à un référentiel R donné est donné par : $\vec{P} = m\vec{V}_{(M/R)}$

C'est la capacité qu'a un corps pour se mettre en mouvement

Dynamique du point matériel

I-4 Moment cinétique par rapport à un point

Définition: Le moment cinétique d'un point matériel M est le moment de la quantité de mouvement $\vec{p}$ par rapport à un point O, c'est-à-dire le produit vectoriel de $\overrightarrow{OM}$ et de $\vec{p}$. Il est donné par :

$$\boxed{\vec{L}_{(O,M/R)} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P}} \qquad \boxed{\vec{L}_{(O,M/R)} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = m\vec{V}_{(M/R)}}$$

I-5 Moment cinétique par rapport à un axe

Soit $\vec{u}$ le vecteur unitaire de l'axe Δ et O un point de cet axe.

Le moment cinétique par rapport à l'axe Δ est égal est noté : L_Δ, il est donné par :

$$L_\Delta = \vec{L}_{(O,M/R)} \cdot \vec{u} = \vec{L}_{(C,M/R)} \cdot \vec{u}$$

C'est la projection du moment cinétique par rapport au point O sur l'axe Δ.

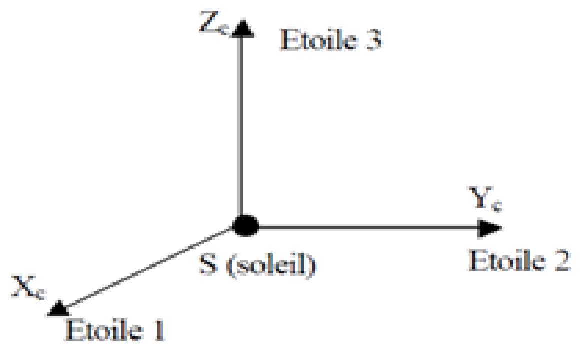
On montre, par application directe des définitions, que ce résultat est indépendant du point O choisi sur l'axe Δ.

Dynamique du point Matériel

<u>II- Notions de repère</u>

Repère Galiléen: c'est un référentiel dans lequel un objet isolé (sur lequel ne s'exerce aucune force ou sur lequel la résultante des forces est nulle) est soit immobile soit en mouvement de translation rectiligne uniforme.

Repère de Copernic : c'est un repère qui a pour origine le centre de masse du système solaire (presque confondu avec le centre du soleil). Ses trois axes sont dirigés suivant trois étoiles supposées fixes. il est noté $R_c(S,X_c,Y_c,Z_c)$.



- Le repère Copernic est un exemple de repère Galiléen.
- Tout référentiel en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel de Copernic est un référentiel galiléen.
- Référentiels non galiléens: Tout autre type de référentiel en particulier les référentiels en rotation ou en translation non rectiligne par rapport au référentiel de Copernic.

Dynamique du point Matériel

III- Enoncé des trois lois de Newton

Toutes les lois physiques sur lesquelles s'appuie la mécanique classique ont été énoncées par Newton à la fin du 16ème siècle. Ces lois permettent de décrire le mouvement des objets macroscopiques de vitesse très faible devant la vitesse de la lumière ($c=3.10^8 m/s$)

III-1Première loi de Newton

Dans un repère Galiléen R_G, si la force résultante agissant sur un corps est nulle, alors ce corps est soit immobile soit en mouvement rectiligne uniforme par rapport à R_G.

III-2 Deuxième loi de Newton (Principe Fondamental de la dynamique)

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système est égale à la dérivée du vecteur quantité de mouvement du centre d'inertie de ce système :

$$\boxed{\vec{F}_R = m.\vec{\gamma}_{(M/R)} = \left.\frac{d(\vec{P})}{dt}\right|_R}$$

$$\vec{\gamma}_{(M/R)} = \ddot{x}(t)\vec{i} + \ddot{y}(t)\vec{j} + \ddot{z}(t)\vec{k}$$

$$\vec{F}_R = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_y\vec{k}$$

avec $Fx = m\,\ddot{x}$, $Fy = m.\ddot{y}$, $Fz = m\,\ddot{z}$

- La connaissance de la force résultante permet de déterminer la nature du mouvement (trajectoire, équation horaire $\overrightarrow{OM}(t)$) par intégration double de $\vec{\gamma}_{(M/R)}$.

- La connaissance de la trajectoire nous permet de calculer l'accélération $\vec{\gamma}_{(M/R)}$ et de déterminer ainsi la force résultante.

Dynamique du point Matériel

III-3 Troisième loi de Newton (Principe d'action et de la réaction)

Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'intensité égale, de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B.

A et B étant deux corps en interaction, la force $\vec{F}_{A/B}$ (exercée par A sur B) et la force $\vec{F}_{B/A}$ (exercée par B sur A) qui décrivent l'interaction sont directement opposées :

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$

IV- Théorème du moment cinétique

L'énoncé du théorème :

Pour un point matériel en mouvement par rapport à un référentiel R, la dérivée du moment cinétique par rapport à un point O est égale à la somme des moments, par rapport à O, de la résultante des forces appliquées au point M.

Démonstration

$$\vec{L}_{(O,M/R)} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}_{(M/R)}$$

$$\frac{d\vec{L}_{(O,M/R)}}{dt} = \left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_R \wedge m\vec{V}_{(M/R)} + \overrightarrow{OM} \wedge \frac{d(m\vec{V}_{(M/R)})}{dt}$$

$$= \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}_R = \vec{M}(o, \vec{F}_R)$$

car $$\left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_R \wedge m\vec{V}_{(M/R)} = \vec{V}_{(M/R)} \wedge m\vec{V}_{(M/R)} = \vec{0}$$

Dynamique du point Matériel

V- Dynamique d'un point matériel dans un repère non Galiléen

V-1 2ème loi de Newton dans un référentiel R' non Galiléen

Soit R un repère Galiléen $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et R' un repère non Galiléen $R'(O', \vec{i'}, \vec{j'}, \vec{k'})$.

la relation de composition de l'accélération d'un point matériel est donnée par :

$$\vec{\gamma}_{(M/R)} = \vec{\gamma}_{(M/R')} + \vec{\gamma}_{c\,(M)} + \vec{\gamma}_{e(M)}$$

$$\vec{\gamma}_{(M/R')} = \vec{\gamma}_{(M/R)} - \left(\vec{\gamma}_{c\,(M)} + \vec{\gamma}_{e(M)}\right)$$

En multipliant cette équation par la masse m.

$$\rightarrow \quad m.\vec{\gamma}_{(M/R')} = m.\vec{\gamma}_{(M/R)} - m.\left(\vec{\gamma}_{c\,(M)} + \vec{\gamma}_{e(M)}\right)$$

$\vec{F}_R = m\vec{\gamma}_{(M/R)}$: représente les forces réelles mesurées dans R

On définit deux forces d'inertie:

$\vec{F_C}$: forces de coriolis $= -m\vec{\gamma}_{c\,(M)}$

$\vec{F_e}$: forces d'entrainement $= -m\vec{\gamma}_{e(M)}$

L'équation devient:

$$\boxed{m\vec{\gamma}_{(M/R')} = \vec{F}_R + \vec{F_C} + \vec{F_e}}$$

Cette équation représente la 2ème loi de Newton dans le repère R' non Galiléen.

Dynamique du point Matériel

V-2 Etude l'équilibre de M

On dit qu'un mobile M est équilibre dans un repère quelconque (R) si et seulement si le rayon vecteur $\overrightarrow{OM}$ est constant.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{cte} \rightarrow \vec{V}_{(M/R)} = \vec{0} \rightarrow \vec{\gamma}_{(M/R)} = \vec{0}$$

■ Si R est Galiléen, M est en équilibre dans R si et seulement si

$$\vec{\gamma}_{(M/R)} = \vec{0} \rightarrow \vec{F}_R = \sum \vec{F} = \vec{0} \quad et \quad \vec{M}(O, \vec{F}_R) = \vec{0}$$

■ Si R est non Galiléen

$$\vec{\gamma}_{(M/R')} = \vec{0} \rightarrow \vec{F}_R + \vec{F}_C + \vec{F}_e = \vec{0}$$

$\vec{F}_C$: forces de coriolis $= -m\vec{\gamma}_{c(M)} = -2m\vec{w} \wedge \vec{V}_{M/R'}$

or M est en équilibre dans R' donc : $\vec{V}_{M/R'} = O$ et $\vec{F}_C = \vec{0}$

donc M en équilibre dans R' $\Rightarrow$: $\boxed{\vec{F}_R + \vec{F}_e = \vec{0}}$

Dynamique du point Matériel