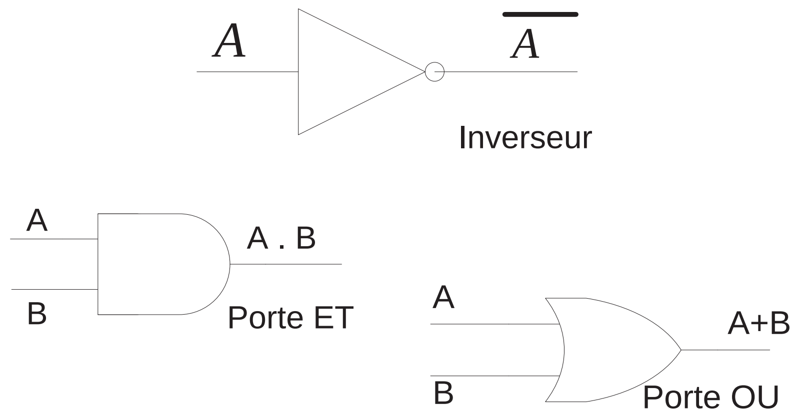
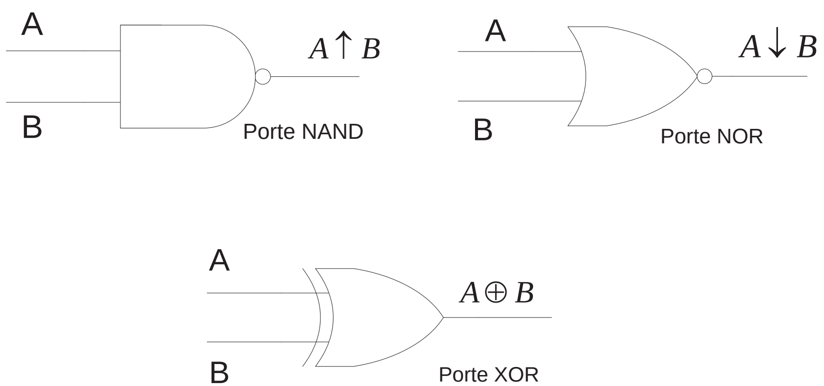
Portes logiques

Une porte logique est un circuit électronique élémentaire qui permet de réaliser la fonction d'un opérateur logique de base .





Remarque :

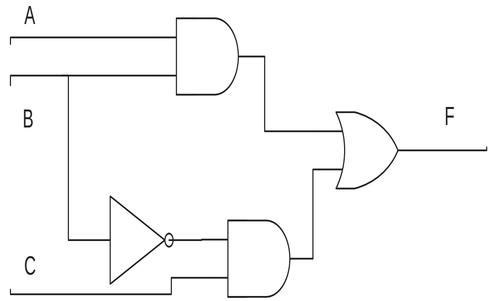
- Les portes ET , OU , NAND , NOR peuvent avoir plus que deux entrées
- Il n'existe pas de OU exclusif à plus de deux entrées

Schéma d'un circuit logique (Logigramme)

- C'est la traduction de la fonction logique en un schéma électronique.
- Le principe consiste à remplacer chaque opérateur logique par la porte logique qui lui correspond.

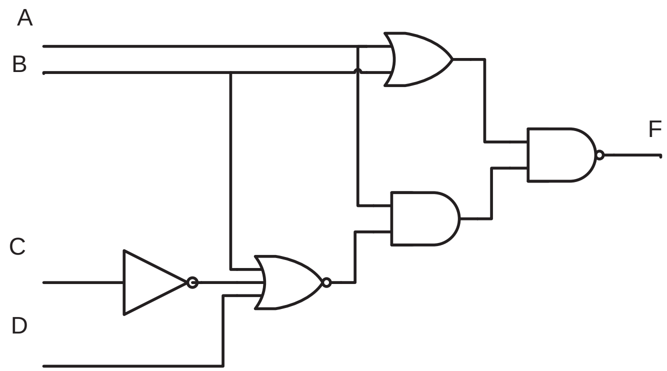
Exemple1

$$F(A,B,C) = A.B + \overline{B}.C$$



Exemple 2

$$F(A,B,C,D) = \overline{(A+B).(\overline{B+\overline{C}+D}).A}$$



Exercice 1

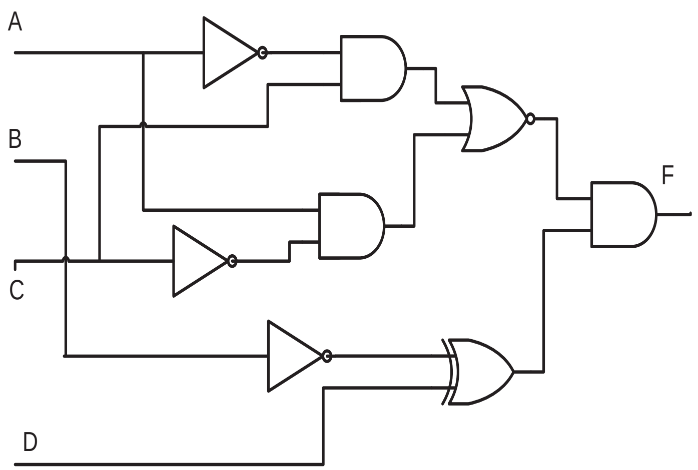
- Donner le logigramme des fonctions suivantes :

$$F(A,B) = \overline{A}.B + A.\overline{B}$$

$$F(A,B,C) = (A+B).(\overline{A}+C).(B+\overline{C})$$

$$F(A,B,C) = (\overline{A\,.\,B})\,.\,(\,C+B) + A.\overline{B}.C$$

Exercice 2 : Donner l'équation de F ?



Définition textuelle d'une fonction logique

- Généralement la définition du fonctionnement d'un système est donnée sous un format textuelle .
- Pour faire l'étude et la réalisation d'un tel système on doit avoir son modèle mathématique (fonction logique).
- Donc il faut tirer (déduire) la fonction logique a partir de la description textuelle.

Exemple : définition textuelle du fonctionnement d'un système

- Une serrure de sécurité s'ouvre en fonction de trois clés. Le fonctionnement de la serrure est définie comme suite :
  - La serrure est ouverte si au moins deux clés sont utilisées.
  - La serrure reste fermée dans les autres cas .

Donner la schéma du circuit qui permet de contrôler l'ouverture de la serrure ?

Étapes de conception et de réalisation d'un circuit numérique

- Pour faire l'étude et la réalisation d'un circuit il faut suivre le étapes suivantes :
  1. Il faut bien comprendre le fonctionnement du système.
  2. Il faut définir les variables d'entrée.
  3. Il faut définir les variables de sortie.
  4. Etablir la table de vérité.
  5. Ecrire les équations algébriques des sorties (à partir de la table de vérité).
  6. Effectuer des simplifications (algébrique ou par Karnaugh).
  7. Faire le schéma avec un minimum de portes logiques.

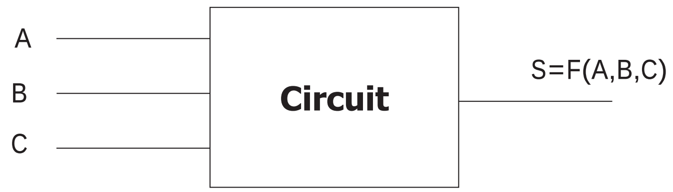
Si on reprend l'exemple de la serrure :

- Le système possède trois entrées : chaque entrée représente une clé.
- On va correspondre à chaque clé une variable logique: clé 1 → A , la clé 2 → B , la clé 3 → C
  - Si la clé 1 est utilisée alors la variable A=1 sinon A =0
  - Si la clé 2 est utilisée alors la variable B=1 sinon B =0
  - Si la clé 3 est utilisée alors la variable C=1 sinon C =0
- Le système possède une seule sortie qui correspond à l'état de la serrure (ouverte ou fermé).
- On va correspondre une variable S pour designer la sortie :
  - S=1 si la serrure est ouverte ,
  - S=0 si elle est fermée

S=F(A,B,C)

F(A,B,C)= 1 si au mois deux clés sont introduites

F(A,B,C)=0 si non .



Remarque :

Il est important de préciser aussi le niveau logique avec lequel on travail (logique positive ou négative).

2. Table de vérité (Rappel)

- Si une fonction logique possède N variables logiques → 2^n combinaisons → la fonction possède 2^n valeurs.
- Les 2^n combinaisons sont représentées dans une table qui s'appelle table de vérité.

Table de vérité (Exemple)

A	B	C		S	
0	0	0		**0**	$\rightarrow A+B+C$: max terme
0	0	1		**0**	$\rightarrow A+B+\overline{C}$: max terme
0	1	0		**0**	$\rightarrow A+\overline{B}+C$: max terme
0	1	1		**1**	$\rightarrow \overline{A}.B.C$: min terme
1	0	0		**0**	$\rightarrow \overline{A}+B+C$: max terme
1	0	1		**1**	$\rightarrow A.\overline{B}.C$: min terme
1	1	0		**1**	$\rightarrow A.B.\overline{C}$: min terme
1	1	1		**1**	$\rightarrow A.B.C$: min terme

Extraction de la fonction logique à partir de la T.V

F = somme min termes

$$F(A,B,C)=\overline{A}.B.C+A.\overline{B}.C+A.B.\overline{C}+A.B.C$$

F = produit des max termes

$$F(A,B,C)=(A+B+C)\,(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)\,(\overline{A}+B+C)$$

Forme canonique d'une fonction logique

- On appel forme canonique d'une fonction la forme ou chaque terme de la fonction comportent toutes les variables.

Exemple :

$$F(A,B,C)=AB\overline{C}+A\overline{C}B+\overline{A}BC$$

Il existent plusieurs formes canoniques : les plus utilisées sont la première et la deuxième forme .

Première forme canonique

- Première forme canonique (forme disjonctive) : somme de produits
- C'est la somme des min termes.
- Une disjonction de conjonctions.

Exemple :

$$F(A,B,C)=\overline{A}.B.C+A.\overline{B}.C+A.B.\overline{C}+A.B.C$$

Cette forme est la forme la plus utilisée.

Deuxième forme canonique

- Deuxième forme canonique (conjonctive): produit de sommes
- Le produit des max termes
- Conjonction de disjonctions
- Exemple :

$$F(A,B,C) = (A+B+C)\ (A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)\,(\overline{A}+B+C)$$

La première et la deuxième forme canonique sont équivalentes .

Remarque 1

- On peut toujours ramener n'importe qu'elle fonction logique à l'une des formes canoniques.
- Cela revient à rajouter les variables manquants dans les termes qui ne contiennent pas toutes les variables (les termes non canoniques).
- Cela est possible en utilisant les règles de l'algèbre de Boole :
  - Multiplier un terme avec une expression qui vaut 1
  - Additionner à un terme avec une expression qui vaut 0
  - Par la suite faire la distribution.

Exemple :

$$
\begin{aligned}
1.\ F(A,B) &= A + B \\
&= A\,(B+\overline{B}) + B(\,A+\overline{A}) \\
&= AB + A\overline{B} + AB + \overline{A}B \\
&= AB + A\overline{B} + \overline{A}B
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2.\ F(A,B,C) &= AB + C \\
&= AB(C+\overline{C}) + C(\,A+\overline{A}) \\
&= ABC + AB\overline{C} + AC + \overline{A}C \\
&= ABC + AB\overline{C} + AC(B+\overline{B}) + \overline{A}C\,(B+\overline{B}) \\
&= ABC + AB\overline{C} + ABC + A\overline{B}C + \overline{A}BC + \overline{A}\,\overline{B}C \\
&= ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}\,B\,C + \overline{A}\,\overline{B}\,C
\end{aligned}
$$

Remarque 2

- Il existe une autre représentation des formes canoniques d'une fonction , cette représentation est appelée forme numérique.
- R : pour indiquer la forme disjonctive
- P : pour indiquer la forme conjonctive.

Exemple : si on prend une fonction avec 3 variables

$$R(\,2,4,6) = \sum(2,4,6) = R(\,010,100,110) = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C}$$

$$
\begin{aligned}
P(0,1,3,5,7) &= \prod(0,1,3,5,7) = P(000,001,011,101,111) \\
&= (A+B+C)(A+B+\overline{C})\,(A+\overline{B}+\overline{C})\,(\overline{A}+B+\overline{C})\ (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})
\end{aligned}
$$

Remarque 3 : déterminer $\overline{F}$

A	B	C		$\overline{F}$	F
0	0	0		**0**	**1**
0	0	1		**0**	**1**
0	1	0		**0**	**1**
0	1	1		**1**	**0**
1	0	0		**0**	**1**
1	0	1		**1**	**0**
1	1	0		**1**	**0**
1	1	1		**1**	**0**

$$\overline{F} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + A.\overline{B}.\overline{C}$$

Fin de la septième séance