Correction concours Médecine 29.07.2022

FB MATHSBOOKS

Question 61

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des solutions de l'équation :

$$(E): \frac{2z-1}{z+1} = z$$

Est :

Réponse **C**

En effet, $D_E = \{z \in \mathbb{C} / z \neq -1\}$

On a pour tout $z \ de \ D_E$:

$$(E) \Leftrightarrow z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} \ ou \ z = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$$

Question 62

Si f est une solution sur IR de l'équation différentielle $y'' + 2y' + 4y = 0$, alors la fonction $g = 2f$ est une solution sur IR de l'équation différentielle :

Réponse **A**

Puisque f est une solution de l'équation alors $f'' + 2f' + 4f = 0$ donc $2f'' + 2 \times 2f' + 4 \times 2f = 0$ et par suite :

$g'' + 2g' + 4g = 0$

Question 63

Si $z = e^{-i\theta} - e^{i\theta} \ avec \ \theta \in]0;\pi[$, alors $|z| \ est \ égal$ à:

Réponse **A**

On a : $z = e^{-i\theta} - e^{i\theta} \ donc \ \ z = -2isin\theta$ et comme $\theta \in]0;\pi[\ alors \ sin\theta > 0$ d'où : $|z| = 2sin\theta$

Question 64

$$\lim_{n\to+\infty} n - \sqrt{n^2 - n} \ est \ égale$$ à :

Réponse **C**

$$\lim_{n\to+\infty} n-\sqrt{n^2-n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n}{n+\sqrt{n^2-n}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{1+\sqrt{1-\frac{1}{n}}}=\frac{1}{2}$$

Question 65

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé ,on considère les deux points $A(1;2;3)$ et $B(2;0;1)$.

L'ensemble des points $M(x;y;z)$ équidistants des points A et B est :

Réponse $\boxed{\textbf{B}}$

Méthode 1 :

$$AM^2=BM^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=(x-2)^2+(y-0)^2+(z-1)^2 \Leftrightarrow 2x-4y-4z=-9$$

Méthode 2 :

L'équation du plan médiateur (P) au segment $[AB]$ s'écrit sous forme : $ax+by+cz=d$

I milieu de de $[AB]$ et $\overrightarrow{AB}$ vecteur normal à (P) …

Question 66

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, si $\arg(iz)\equiv\frac{7\pi}{6}[2\pi]$ et $|z|=\sqrt{2}$ alors la partie imaginaire de z^3 est $égale$ à :

Réponse $\boxed{\textbf{A}}$

$$\arg(iz)\equiv\frac{7\pi}{6}[2\pi]\Longrightarrow\arg(i)+\arg(z)\equiv\frac{7\pi}{6}[2\pi]$$

$$\Longrightarrow\frac{\pi}{2}+\arg(z)\equiv\frac{7\pi}{6}[2\pi]$$

$$\Longrightarrow\arg(z)\equiv\frac{2\pi}{3}[2\pi]$$

Or $|z|=\sqrt{2}$ donc $z=\sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{3}} \Longrightarrow z^3=2\sqrt{2}e^{i2\pi}=2\sqrt{2}\Longrightarrow Im(z^3)=0$.

Question 67

Soit a $\in\mathbb{R}^*$. Si $\int_0^1\frac{e^{ax}}{1+e^{ax}}dx=\frac{1}{a}$ alors a est égal à :

Réponse $\boxed{\textbf{D}}$

$$\int_0^1\frac{e^{ax}}{1+e^{ax}}dx=\frac{1}{a}\Leftrightarrow\int_0^1\frac{ae^{ax}}{1+e^{ax}}dx=1\Leftrightarrow[ln|1+e^{ax}|]_0^1=1\Leftrightarrow ln\left(\frac{e^a+1}{2}\right)=1\Leftrightarrow\frac{e^a+1}{2}=e$$

$$\Leftrightarrow e^a=2e-1\Leftrightarrow a=\ln(2e-1)$$

Question 68

Le plan complexe est rapporté un repère orthonormé direct .

Soit z un nombre complexe et Ω, M et M' les points d'affixes respectivement $-\frac{\sqrt{3}}{3}, z$ et z' tel que :

$$z' = (1+i\sqrt{3})z + i, \text{ alors une mesure de l'angle } \left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right) \text{ est :}$$

Réponse **B**

$$\overline{\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right)} \equiv \arg\left(\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right)[2\pi] \equiv arg(1+i\sqrt{3})[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$$

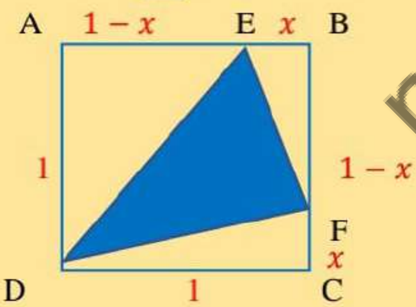
Question 69

ABCD un carré de coté 1 .

On place les points E et F respectivement sur les cotés $[AB]$ et $[BC]$ tels que $BE = CF = x$.

La valeur de x pour laquelle l'aire du triangle EFD est minimale est :

Réponse **D**



On a $S(EFD) = S(ABCD) - S(BEF) - S(AED) - S(CFD)$

$$S(EFD) = 1 - \frac{(1-x)}{2} - \frac{x(1-x)}{2} - x = \frac{x^2-x+1}{2}$$

$S'(EFD) = x - 1/2$ la valeur minimale est atteinte en $x = 1/2$

Question 70

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, si $|z| - z = 3 - i\sqrt{3}$, alors $|z|$ est égal à :

Réponse **B**

$$z = x + iy$$

$$|z| - z = 3 - i\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} |z| - x = 3 \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \text{ donc } |z| = 2$$

Question 71

Le plan complexe est rapporté un repère orthonormé direct .

Soient A et B les points d'affixes respective $-i$ et i.

$$L'ensemble\ des\ points\ M\ d'affixes\ z\ tel\ que\ :\ \left|\frac{iz-1}{\bar{z}+i}\right| = 1\ \ est\ :$$

Réponse **A**

$\left|\frac{iz-1}{\bar{z}+i}\right| = 1 \implies |i||z+i| = |z-i| \implies L'ensemble\ des\ points\ M\ d'affixes\ z\ est\ la\ médiatrice\ du\ segment$ $[AB]$.

Question 72

Soit a $\in \mathbb{R}^*$. Si $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{x}{7n}\right)^{29n} = 2022\ alors\ x\ est\ égal$ à :

Réponse **D**

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{x}{7n}\right)^{29n} = 2022 \Leftrightarrow e^{\frac{29x}{7}} = 2022 \Leftrightarrow \frac{29x}{7} + ln2022 \Leftrightarrow x = \frac{7}{29}ln2022$$

Question 73

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on considère le plan (P) d'équation $3x - 2z + 3 = 0$:

On dispose d'un dé régulier dont les faces sont numérotées de 1 à 6

On lance le dé et on obtient ainsi de manière équiprobable un nombre a $(1 \leq a \leq 6)$.

La probabilité que le point $A(a^2; 2a; 6a-3)\ appartient\ au\ plan\ (P)\ est$:

Réponse **B**

$$A(a^2;2a;6a-3) \in (P) \Leftrightarrow 3a^2 - 2(6a-3) + 3 = 0 \Leftrightarrow a = 1\ ou\ a = 3\ donc\ p\big(A \in (P)\big) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Question 74

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^{3x} - 6$

La primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 3 est définie par :

Réponse **B**

Question 75

L'intégrale $\int_0^3 \frac{x^2+2}{\sqrt{x^3+6x+4}}dx = \frac{10}{3}$

Question 76

Soit$(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite telle que :

$(\forall n \in \mathbb{N}^*);\ v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 2n^2 + n, alors\ v_8\ est\ égal$ à :

Réponse **A**

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*);\ v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 2n^2 + n$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*);\ v_1 + v_2 + \cdots + v_n + v_{n+1} = 2(n+1)^2 + n + 1$$

$$v_{n+1} = 4n + 3$$

$$v_8 = v_{7+1} = 4 \times 7 + 3 = 31$$

Question 77

Soit f la fonction numérique dérivable $\mathbb{R}$.

Si$(\forall x \in \mathbb{R}); f(2x-1) = x^2 + 3x$ alors $f(1) + f'(1)$ est égal à :

Réponse **A**

On a $(\forall x \in \mathbb{R}); f(2x-1) = x^2 + 3x \Rightarrow 2f'(2x-1) = 2x + 3 \Rightarrow f'(1) = \frac{2x+3}{2} = \frac{7}{2}$

$$et\ f(1) = 4$$

Donc :

$$f(1) + f'(1) = \frac{15}{7}$$

Question 78

Si pour tout entier naturel n, $I_n = \int_1^e x(lnx)^n dx$ alors :

$(\forall x \in \mathbb{N}^*);\ I_{n+1} + (n+1)I_n\ est\ égal$ à :

Réponse **B**

I_{n+1} *par parties*

Question 79

$$f(x) = \sum_{k=0}^{k=n} x^k$$

L'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abssice 1 est :

Réponse **A**

$$f(x) = \sum_{k=0}^{k=n} x^k \Rightarrow f(1) = n + 1$$

$$f'(x) = \sum_{k=0}^{k=n} kx^k \Rightarrow f'(1) = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(T): y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

Question 80

$Lim\ Un\ = 1/2$ bonne réponse E

FIN