Collège Moulay Abderrahmane	Repère - équation d'une droite Exercices des examens régionaux Tanger - Tétouan – el Hoceima	Pr. ESSADKI Abdeslam 3APIC

Exercice 1 : (2013)

On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) les deux points :

$$A(1;1) \text{ et } B(2;6)$$

1) Représenter les points A et B .

2) a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis calculer la distance AB .

b. Soit le point C tel que le quadrilatère $OABC$ est un parallélogramme. Déterminer les coordonnées de C .

3) Montrer que l'équation réduite de la droite (AB) est $y = 5x - 4$.

4) Déterminer l'équation réduite de la droite (OC) .

5) Soit (L) la droite d'équation réduite :

$(L): y = \frac{-1}{5}x$

Montrer que : $(L) \perp (AB)$

6) Déduire que (L) est la tangente d'un cercle pour l'un de ses diamètres est $[OC]$.

Exercice 2 : (2014)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points :

$$A(-5;-2) , B(5;2) \text{ et } C(3;7)$$

1) Représenter les points A , B et C .

2) Montrer que : $y = \frac{2}{5}x$ est l'équation réduite de la droite (AB) .

3) Montrer que le coefficient directeur de la droite (BC) est $\frac{-5}{2}$.

4) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B .

5) a. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par O et parallèle à la droite (BC) .

b. Vérifier que $K\left(1; \frac{-5}{2}\right)$ appartient à (Δ) .

6) Soit le point D tel que le quadrilatère $ADBC$ est un parallélogramme.

a. Vérifier que : O est le milieu de $[AB]$.

b. Calculer la distance OC , puis déduire la distance DC .

Exercice 3 : (2015)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points :

$$A(0;-1) , B(4;-2) , E(1;3) \text{ et } F(-1;-5)$$

1) Représenter les points A , B , E et F .

2) a. Montrer que la pente de la droite (AB) est $\frac{-1}{4}$.

b. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par O l'origine de repère et parallèle à la droite (AB) .

3) Montrer que l'équation réduite de la droite (EF) est $y = 4x - 1$.

4) a. Montrer que le point A est le milieu de segment $[EF]$.

b. Montrer que la droite (AB) est la médiatrice du segment $[EF]$.

5) Calculer la distance BE , et déduire BF .

Exercice 4 : (2016)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points :

$$A(1;1) \ , B(2;-1) \ \ et \ \ E\left(\frac{3}{2};0\right)$$

1) Placer les points A , B et E .

2) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et vérifier que $AB = \sqrt{5}$.

3) Vérifier que le point E est le milieu de $[AB]$.

4) Montrer que l'équation réduite de la droite (AB) est $y = -2x + 3$.

5) a. Montrer que $\frac{1}{2}$ est le coefficient directeur de la droite (Δ) la médiatrice de $[AB]$.

b. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) .

6) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) parallèle à (Δ) et qui passe par le point A.

Exercice 5 : (2017)

$(O\ ;\ I\ ;\ J)$ est un repère orthonormé

1) Représenter les points $A(5;0)$ et $B(-3;4)$.

2) a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. déduire que $AB = 4\sqrt{5}$.

3) Montrer que le coefficient directeur de la droite (AB) est $\frac{-1}{2}$.

4) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) parallèle à (AB) et qui passe par le point O l'origine de repère.

5) a. Montrer que le point $K(1;2)$ est le milieu du segment $[AB]$.

b. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 6 : (2018)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$

1) Représenter les points :

$A(-3;-2)$, $B(-1;2)$ et $E(0;-1)$.

2) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AE}$ et déduire la distance AE .

3) Montrer que le coefficient directeur de la droite (AE) est $\frac{1}{3}$.

4) a. Montrer que l'équation réduite de la droite (BE) est $y = -3x - 1$.

b. Déduire que les droites (AE) et (BE) sont perpendiculaires.

5) On considère le point $C(1;-4)$, vérifier que le point E est le milieu de $[BC]$.

6) Montrer que $BE = AE$.

7) Soit D le symétrique de A par rapport au point E . Montrer que $ABDC$ est un carrée.

Exercice 7 : (2019)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$, on considère les points : $A(-2\ ;\ 1)$, $B(1\ ;\ 4)$ et $C(5\ ;\ 0)$

1) Construire les points A, B et C.

2) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et déduire la distance AB .

3) Montrer que le coefficient directeur de la droite (AB) est 1 .

4) Montrer que l'équation réduite de la droite (BC) est $y = -x + 5$.

5) Montrer que le point $K(3;2)$ est le milieu du segment $[BC]$.

6) On considère le point $H(2;1)$, déterminer l'équation réduite de la droite (D) passant par le point H et parallèle à la droite (AB) .

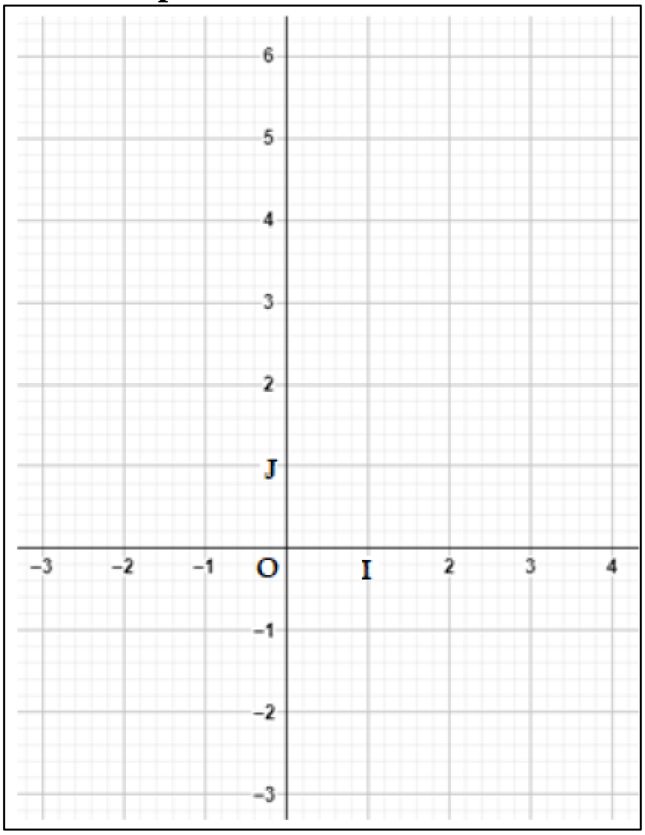
7) Déduire que la droite (D) est la médiatrice du segment $[BC]$.

Exercice 8 : (2021)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points :

$A(1;5); B(3;-1)$ et $C(0;-2)$

1) Placer les points : A , B et C



2) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

3) Déterminer les coordonnées de E milieu de $[AB]$.

4) Calculer les distances AB et BC .

5) a. Montrer que le coefficient directeur de (BC) est $\frac{1}{3}$

b. Montrer que l'équation réduite de la droite (AB) est : $y = -3x + 8$

c. En déduire que : $(AB) \perp (BC)$

6) a. Déterminer l'équation réduite de la droite $(\triangle)$ passant par C et parallèle à (AB)

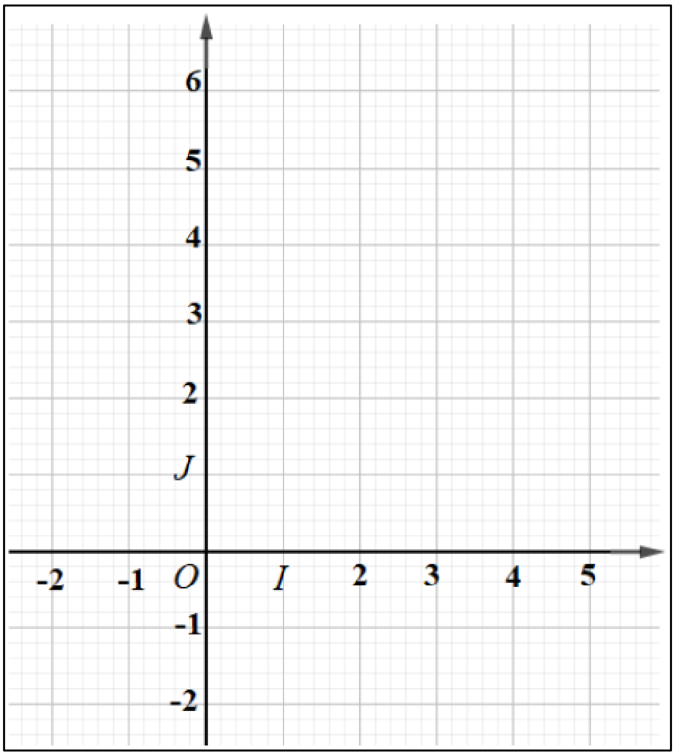
b) La droite $(\triangle)$ coupe l'axe des abscisses en F . Calculer l'aire du triangle BEF

Exercice 9 : (2022)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points :

$$A(0;5)\ ,B(3;1)\ \text{et}\ C\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$$

1) Placer les points : A et B .



2) a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

b. Calculer la distance AB

3) Soit (Δ) la droite d'équation réduite : $y = -3x + 5$, montrer que les points A et C appartiennent à (Δ) .

4) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) passant par B et parallèle à (Δ).

5) Montrer que C est le milieu du segment $[OB]$

6) a. Montrer que le coefficient directeur de (OB) est $\frac{1}{3}$.

b. En déduire que (Δ) est la médiatrice du segment $[OB]$.

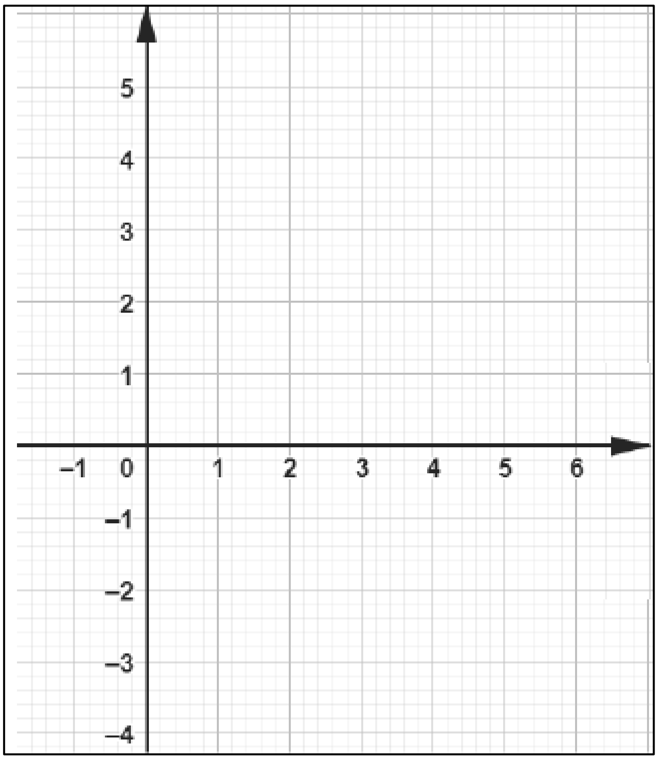
7) La droite(Δ) coupe l'axe des abscisses au point K , déterminer l'aire du triangle AOK.

Exercice 10 : (2023)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points :

$$A(3;2)\ \ \text{et}\ B(5;-2)$$

1) Placer les points : A et B .



2) a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

b. Calculer la distance AB

3) Montrer que le point K $(4, 0)$ est le milieu du segment $[AB]$

4) Montrer que le coefficient directeur de (AB) est -2

5) On considère la droite (D) d'équation réduite : $y = \frac{1}{2}x - 2$

a. Montrer que le point K appartient à la droite (D)

b. En déduire que la droite (D) est la médiatrice du segment $[AB]$

6) a. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) passant par O et parallèle à (AB)

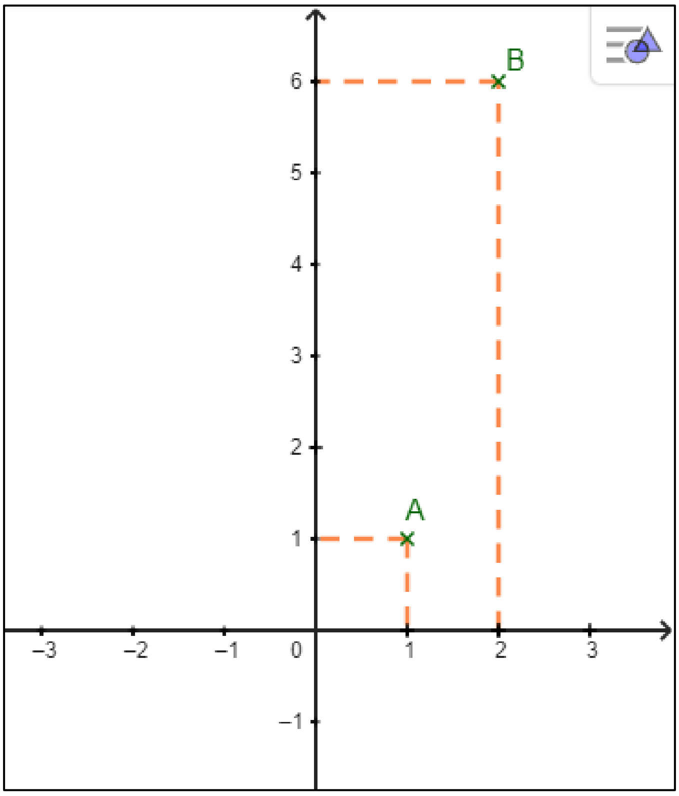
b. Déterminer les coordonnées du point H , l'intersection des droites (D) et (Δ)

Collège Moulay Abderrahmane	**Repère - équation d'une droite** **Solutions des exercices régionaux** **Tanger - Tétouan – el Hoceima**	Pr. ESSADKI Abdeslam 3APIC

Exercice 1 : (2013)

Solution :

1) $A(1;1)$ **et** $B(2;6)$



2) a. - On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$

Alors : $\overrightarrow{AB}(\,2-1\,;6-1)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(\,1\,;5\,)$

- On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Alors : $AB = \sqrt{(1)^2 + (5)^2}$

C.à.d. : $AB = \sqrt{1+25}$

D'où : $AB = \sqrt{26}$

b. On a : $OABC$ **est un parallélogramme.**

Alors : $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$

Par suite : $\begin{cases} x_C - x_O = x_B - x_A \\ y_C - y_O = y_B - y_A \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} x_C - 0 = 1 \\ y_C - 0 = 5 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = 5 \end{cases}$

D'où : $C(1;5)$

3) On sait que : $(AB) : y = mx + p$

✓ **Déterminons** m **:**

On a : $A \in (AB)$ **et** $B \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-1}{2-1} = \frac{5}{1} = 5$

Par suite : $y = 5x + p$

✓ **Déterminons** p **:**

On a : $A \in (AB)$

Alors : $y_A = 5x_A + p$

c.à.d : $1 = 5 \times 1 + p$

c.à.d : $1 = 5 + p$

c.à.d : $p = 1 - 5$

Donc : $p = -4$

D'où : $(AB) : \ y = 5x - 4$

4) On sait que : $(OC) : y = mx + p$

✓ **Déterminons** m **:**

On a : $OABC$ **est un parallélogramme.**

Alors : $(OC) \,//\, (AB)$

Par suite : $m_{(OC)} = m_{(AB)} = 5$

Donc : $y = 5x + p$

✓ **Déterminons** p **:**

On a : $O \in (OC)$

Alors : $y_O = 5x_O + p$

C.à.d. : $0 = 5 \times 0 + p$

C.à.d. : $0 = 0 + p$

Donc : $p = 0$

D'où : $(OC) : \ y = 5x$

5) On a : $m_{(L)} \times m_{(AB)} = \frac{-1}{5} \times 5 = -1$

Alors : $(L) \perp (AB)$

6) On a : $(OC) \,//\, (AB)$ **et** $(L) \perp (AB)$

Alors : $(OC) \perp (L)$

Et on a : $\frac{-1}{5}x_O = \frac{-1}{5} \times 0 = 0 = y_O$

Alors : la droite (L) **passe par le point O .**

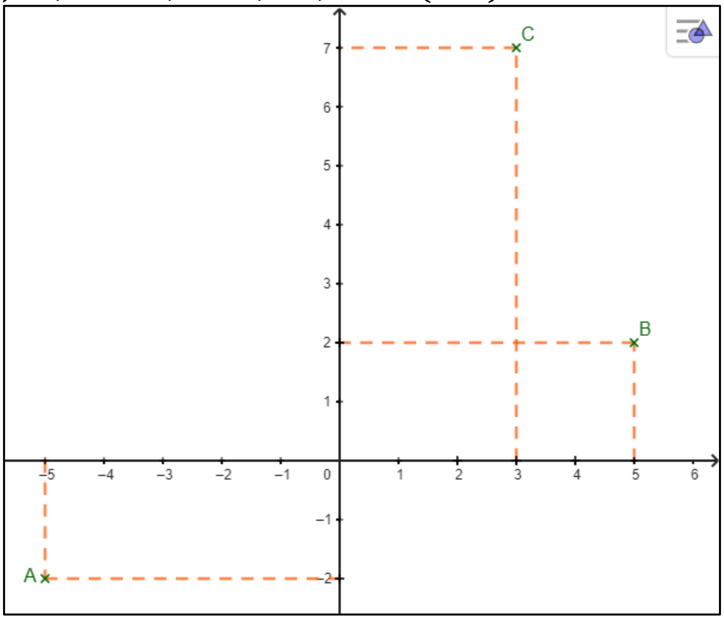
Par suite : $(OC) \perp (L)$ **en O .**

D'où : (L) **est la tangente d'un cercle pour l'un de ses diamètres est** $[OC]$ **.**

Exercice 8 : (2014)

Solution :

1) $A(-5;-2)$, $B(5;2)$ et $C(3;7)$



2) On sait que : $(AB) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $A \in (AB)$ et $B \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-(-2)}{5-(-5)} = \frac{2+2}{5+5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Par suite : $y = \frac{2}{5}x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $B \in (AB)$

Alors : $y_B = \frac{2}{5}x_B + p$

C.à.d. : $2 = \frac{2}{5} \times 5 + p$

C.à.d. : $2 = 2 + p$

C.à.d. : $p = 2 - 2$

Donc : $p = 0$

D'où : $(AB) : \quad y = \frac{2}{5}x$

3) On a : $B \in (BC)$ et $C \in (BC)$

Alors : $m_{(BC)} = \frac{y_C - y_B}{x_C - B} = \frac{7-2}{3-5} = \frac{5}{-2} = \frac{-5}{2}$

4) On a : $m_{(AB)} \times m_{(BC)} = \frac{2}{5} \times \frac{-5}{2} = -1$

Alors : $(AB) \perp (BC)$ en B .

Par suite : ABC est un triangle rectangle en B .

5) a. on sait que : $(\Delta) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $(\Delta)//(BC)$

Alors : $m_{(\Delta)} = m_{(BC)} = \frac{-5}{2}$

Par suite : $y = \frac{-5}{2}x + p$

✓ Déterminons p :

On a : la droite (Δ) passe par le point $O(0;0)$.

Alors : $y_O = \frac{-5}{2}x_O + p$

C.à.d. : $0 = \frac{-5}{2} \times 0 + p$

Donc : $p = 0$

D'où : $(\Delta) : \quad y = \frac{-5}{2}x$

b. On a : $\frac{-5}{2}x_K = \frac{-5}{2} \times 1 = \frac{-5}{2} = y_K$

Alors : $K\left(1, \frac{-5}{2}\right) \in (\Delta)$

6) a. On a : $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-5+5}{2} = \frac{0}{2} = 0 = x_O$

Et on a : $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2+2}{2} = \frac{0}{2} = 0 = y_O$

Alors : $O(0\,;0)$ est le milieu de segment [AB] .

b. – Calculer OC .

On a : $OC = \sqrt{(x_C - x_O)^2 + (y_C - y_O)^2}$

Alors : $OC = \sqrt{(3-0)^2 + (7-0)^2}$

C.à.d. : $OC = \sqrt{9 + 49}$

D'où : $OC = \sqrt{58}$

- Déduire la distance DC .

On a : $ADBC$ est un parallélogramme.

Alors leurs diagonales $[DC]$ et $[AB]$ ayant même milieu.

Et puisque : O est le milieu de segment [AB] .

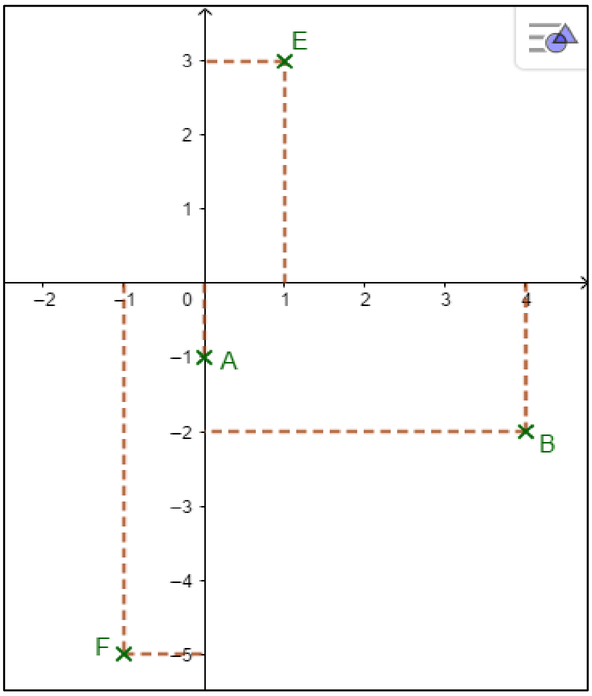
Alors : O est le milieu de segment [DC] .

Par suite : $DC = 2OC = 2\sqrt{58}$

Exercice 3 : (2015)

Solution :

1) A$(0\,;-1)$; B$(4\,;-2)$; E$(1\,;3)$; F$(-1\,;-5)$



2) a. On a : A $\in$ (AB) et B $\in$ (AB)

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-(-1)}{4-0} = \frac{-2+1}{4} = \frac{-1}{4}$

b. on sait que : $(\Delta) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $(\Delta)//(AB)$

Alors : $m_{(\Delta)} = m_{(AB)} = \frac{-1}{4}$

Par suite : $y = \frac{-1}{4}x + p$

✓ Déterminons p :

On a : (Δ) passe le point $O(0\,;0)$

Alors : $y_O = \frac{-1}{4}x_O + p$

C.à.d. : $0 = \frac{-1}{4} \times 0 + p$

Donc : $p = 0$

D'où : $(\Delta) :\ y = \frac{-1}{4}x$

3) On sait que : $(EF) :\ y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $E \in (EF)$ et $F \in (EF)$

Alors : $m_{(EF)} = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{-5-3}{-1-1} = \frac{-8}{-2} = 4$

Par suite : $y = 4x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $E \in (EF)$

Alors : $y_E = 4x_E + p$

C.à.d. : $3 = 4 \times 1 + p$

C.à.d. : $3 = 4 + p$

Donc : $p = 3 - 4 = -1$

D'où : $(EF):\ y = 4x - 1$

4) a. On a : $\frac{x_E + x_F}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0 = x_A$

Et on a : $\frac{y_E + y_F}{2} = \frac{3+(-5)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 = y_A$

Alors : $A(0\,;-1)$ est le milieu de segment $[EF]$.

b. On a : $m_{(EF)} \times m_{(AB)} = 4 \times \frac{-1}{4} = -1$

Alors : $(EF) \perp (AB)$

Et puisque : le point A est le milieu de $[EF]$.

Alors : la droite (AB) passe par le milieu de $[EF]$.

D'où : la droite (AB) est la médiatrice de $[EF]$.

5) - calculer la distance BE :

On a : $BE = \sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2}$

Alors : $BE = \sqrt{(1-4)^2 + (3-(-2))^2}$

C.à.d. : $BE = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2}$

C.à.d. : $BE = \sqrt{9 + 25}$

D'où : $BE = \sqrt{34}$

- Distance BF :

On a : le point B appartient à la droite (AB)

Et on a : la droite (AB) est la médiatrice de $[EF]$.

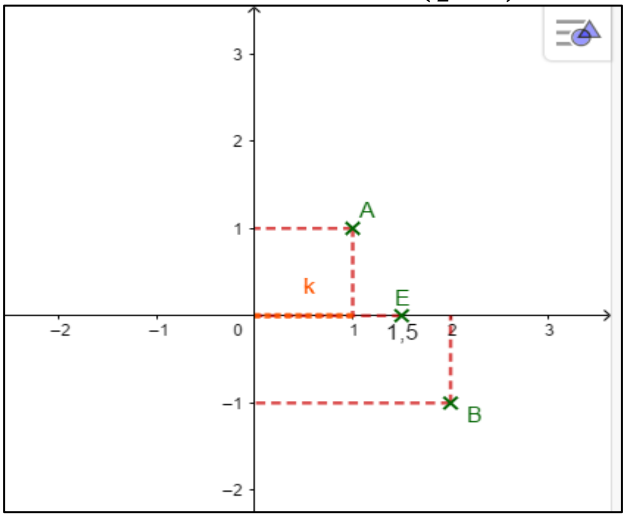
Alors : le point B est équidistance à les extrémités de segment $[EF]$.

Par suite : $BF = BE = \sqrt{34}$

Exercice 4 : (2016)

Solution :

1) $A(1\,;1)$;; $B(2\,;-1)$;; $E\left(\frac{3}{2}\,;0\right)$



2) - On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,; y_B - y_A)$

Alors : $\overrightarrow{AB}(\,2 - 1\,; -1 - 1)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(\,1\,; -2\,)$

- On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Alors : $AB = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2}$

C.à.d. : $AB = \sqrt{1 + 4}$

D'où : $AB = \sqrt{5}$

3) On a : $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} = x_E$

Et on a : $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0 = y_E$

Alors : $E\left(\frac{3}{2}\,;0\right)$ est le milieu de segment $[AB]$

4) On sait que : $(AB) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $A \in (AB)$ et $B \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-1}{2-1} = \frac{-2}{1} = -2$

Par suite : $y = -2x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $A \in (AB)$

Alors : $y_A = -2x_A + p$

C.à.d. : $1 = -2 \times 1 + p$

C.à.d. : $1 = -2 + p$

C.à.d. : $p = 1 + 2$

Donc : $p = 3$

D'où : $(AB) :\ y = -2x + 3$

5) a. On a : (Δ) la médiatrice de segment $[AB]$

Alors : $(\Delta) \perp (AB)$

Par suite : $m_{(\Delta)} \times m_{(AB)} = -1$

C.à.d. : $m_{(\Delta)} \times (-2) = -1$

C.à.d. : $m_{(\Delta)} = \frac{-1}{-2}$

Donc : $m_{(\Delta)} = \frac{1}{2}$

b. On sait que : $(\Delta): \ y = mx + p$

Et on a : $m_{(\Delta)} = \frac{1}{2}$ **, alors :** $y = \frac{1}{2}x + p$

✓ **Déterminons p :**

On a : (Δ) **la médiatrice de segment** $[AB]$ **.**

Alors : (Δ) **passe par le point** $E\left(\frac{3}{2}\,;0\right)$ **le milieu de segment** $[AB]$ **.**

Par suite : $y_E = \frac{1}{2}x_E + p$

C.à.d. : $0 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + p$

C.à.d. : $0 = \frac{3}{4} + p$

Donc : $p = \frac{-3}{4}$

D'où : $(\Delta): \ y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

6) on sait que : $(\mathrm{D}): \ y = mx + p$

✓ **Déterminons m :**

On a : $(\mathrm{D}) \,//\, (\Delta)$

Alors : $m_{(\mathrm{D})} = m_{(\Delta)} = \frac{1}{2}$

Par suite : $y = \frac{1}{2}x + p$

✓ **Déterminons p :**

On a : $\mathrm{A}(1\,;1) \in (\mathrm{D})$

Alors : $y_A = \frac{1}{2}x_A + p$

C.à.d. : $1 = \frac{1}{2} \times 1 + p$

C.à.d. : $1 = \frac{1}{2} + p$

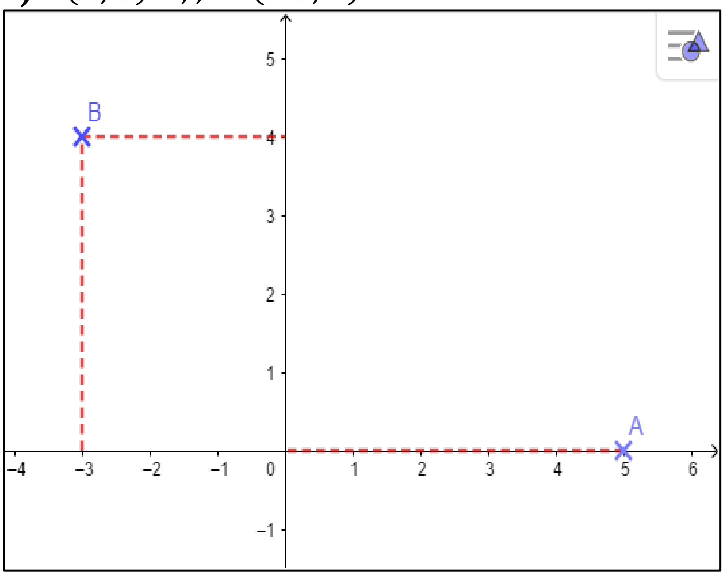
Donc : $p = p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

D'où : $(D): \ y = \frac{-1}{2}x$

Exercice 5 : (2017)

Solution :

1) $A(5;0)$;; $B(-3;4)$



2) a. On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,; y_B - y_A)$

Alors : $\overrightarrow{AB}(-3 - 5\,; 4 - 0)$

D'où : $\overrightarrow{AB}(-8\,;4)$

b. On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Alors : $AB = \sqrt{(-8)^2 + (4)^2}$

C.à.d. : $AB = \sqrt{64 + 16}$

Donc : $AB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

3) On a : $A \in (AB)$ **et** $B \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-0}{-3-5} = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$

4) On sait que : $(\mathrm{D}): \ y = mx + p$

✓ **Déterminons m :**

On a : $(D)//(AB)$

Alors : $m_{(\mathrm{D})} = m_{(AB)} = \frac{-1}{2}$

Par suite : $y = \frac{-1}{2}x + p$

✓ **Déterminons p :**

On a : la droite (D) passe par le point $O(0;0)$.

Alors : $y_O = \frac{-1}{2}x_O + p$

C.à.d. : $0 = \frac{-1}{2} \times 0 + p$

Donc : $p = 0$

D'où : $(D): \ y = \frac{-1}{2}x$

5) a. On a : $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{5+(-3)}{2} = \frac{2}{2} = 1 = x_K$

Et on a : $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+4}{2} = \frac{4}{2} = 2 = y_K$

Alors : le point $K(1;2)$ est le milieu de $[AB]$.

b. On sait que : $(\Delta): y = mx + p$

✓ **Déterminons m :**

On a : (Δ) **la médiatrice de segment** $[AB]$

Alors : $(\Delta) \perp (AB)$

Par suite : $m_{(\Delta)} \times m_{(AB)} = -1$

C.à.d. : $m_{(\Delta)} \times \frac{-1}{2} = -1$

C.à.d. : $m_{(\Delta)} = -1 \times \frac{2}{-1}$

Donc : $m_{(\Delta)} = 2$

Par suite : $y = 2x + p$

✓ **Déterminons p :**

On a : le point $K(1\,;2)$ est le milieu de $[AB]$.

Et on a : la droite (Δ) est la médiatrice de $[AB]$.

Alors : $K \in (\Delta)$

Par suite : $y_K = 2x_K + p$

C.à.d. : $2 = 2 \times 1 + p$

C.à.d. : $2 = 2 + p$

C.à.d. : $p = 2 - 2$

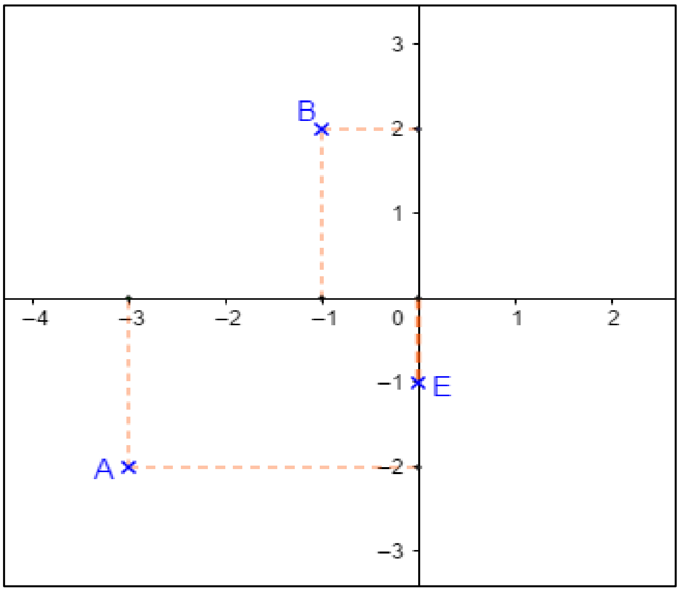
Donc : $p = 0$

D'où : $(\Delta): \ y = 2x$

Exercice 6 : (2018)

Solution :

1) $A(-3;-2)$;; $B(-1;2)$;; $E(0;-1)$



2) - On a : $\overrightarrow{AE}(x_E - x_A\,;y_E - y_A)$

Alors : $\overrightarrow{AE}(0-(-3)\,;-1-(-2))$

Donc : $\overrightarrow{AE}(3\,;1)$

- On a : $AE = \sqrt{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2}$

Alors : $AE = \sqrt{(3)^2 + (1)^2}$

Donc : $AE = \sqrt{9+1}$

D'où : $AE = \sqrt{10}$

3) on a : $A \in (AE)$ et $E \in (AE)$

Alors : $m_{(AE)} = \frac{y_E - y_A}{x_E - x_A} = \frac{-1-(-2)}{0-(-3)} = \frac{1}{3}$

4) a. On sait que : $(BE): y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $m_{(BE)} = \frac{y_E - y_B}{x_E - x_B} = \frac{-1-2}{0-(-1)} = \frac{-3}{1} = -3$

Alors : $y = -3x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $E \in (BE)$

Alors : $y_E = -3x_E + p$

C.à.d. : $-1 = -3 \times 0 + p$

Donc : $p = -1$

D'où : (BE): $y = -3x - 1$

b. On a : $m_{(AE)} \times m_{(BE)} = \frac{1}{3} \times (-3) = -1$

Alors : $(BE) \perp (AE)$

5) On a : $\frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0 = x_E$

Et : $\frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2+(-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 = y_E$

Alors : $E(0;-1)$ est le milieu de segment $[BC]$.

6) On a : $BE = \sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2}$

Alors : $BE = \sqrt{(0-(-1))^2 + (-1-2)^2}$

C.à.d. : $BE = \sqrt{1+9}$

Donc : $BE = \sqrt{10}$

Et puisque : $AE = \sqrt{10}$, alors : $AE = BE$

7) - On a : D la symétrie de A par rapport à E

Alors : E est le milieu de $[AD]$

Et on a : E est le milieu de $[BC]$

Par suite les diagonaux de quadrilatère $ABDC$ ayant même milieu.

Donc : $ABDC$ est un parallélogramme. (1)

- Et on a : $(BE) \perp (AE)$

Et puisque : les points A , E et D sont alignées, et les points B , E et C sont alignées aussi.

Alors : $(BC) \perp (AD)$ (2)

- Et on a : E est le milieu de $[AD]$

Alors : $AD = 2AE$

Et on a : E est le milieu de $[BC]$

Alors : $BC = 2BE$

Et puisque : $AE = BE$

Alors : $AD = 2AE = 2BE = BC$

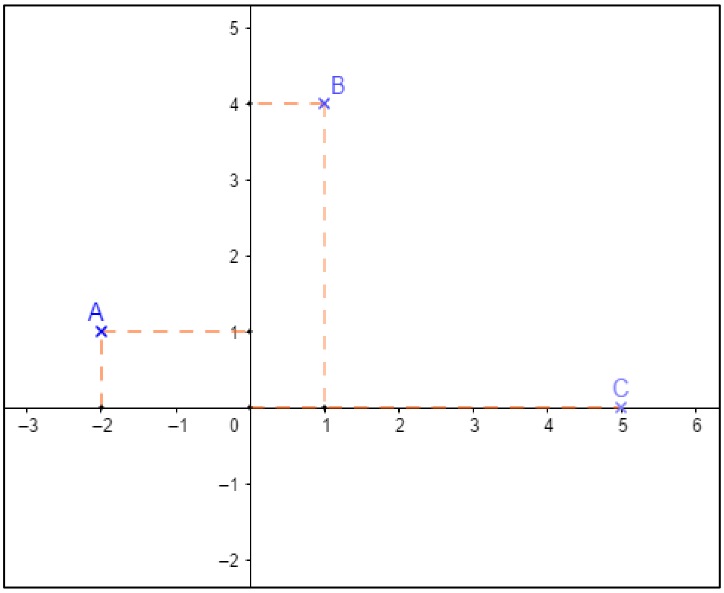
Par suite : $AD = BC$ (3)

D'où : d'après (1) et (2) et (3) on déduit que : $ABDC$ est un carré.

Exercice 7 : (2019)

Solution :

1) $A(-2;1)$;; $B(1;4)$;; $C(5;0)$



2) - On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$

Alors : $\overrightarrow{AB}(1-(-2)\,;4-1)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(3\,;3\,)$

- On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Alors : $AB = \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$

Donc : $AB = \sqrt{9+9}$

D'où : $AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

3) On a : $A \in (AB)$ *et* $B \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-1}{1-(-2)} = \frac{3}{3} = 1$

4) On sait que : (BC): $y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $m_{(BC)} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{0-4}{5-1} = \frac{-4}{4} = -1$

Alors : $y = -x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $C \in (\mathrm{BC})$

Alors : $y_C = -x_C + p$

C.à.d. : $0 = -5 + p$

Donc : $p = 5$

D'où : (Δ): $y = -x + 5$

5) On a : $\frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 = x_K$

Et : $\frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4+0}{2} = \frac{4}{2} = 2 = y_K$

Alors : le point $K(3;2)$ est le milieu de $[BC]$.

6) On sait que : (D) : $y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $(D)//(AB)$

Alors : $m_{(\mathrm{D})} = m_{(AB)} = 1$

Par suite : $y = x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $H(2;1) \in (\mathrm{D})$

Alors : $y_H = x_H + p$

C.à.d. : $1 = 2 + p$

C.à.d. : $p = 1 - 2$

Donc : $p = -1$

D'où : (D): $y = x - 1$

7) on a : $K(3;2) \in (\mathrm{D})$

Et puisque : le point K le milieu de $[BC]$,

Alors : la droite (D) passe par le milieu de $[BC]$

Et on a : $m_{(D)} \times m_{(BC)} = 1 \times (-1) = -1$

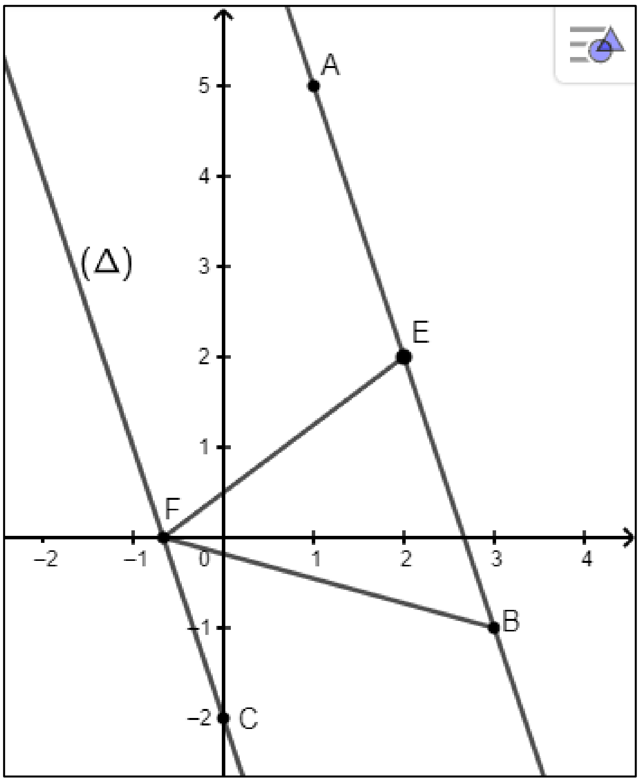
Alors : $(D) \perp (BC)$

D'où : la droite (D) est la médiatrice de segment $[BC]$.

Exercice 8 : (2021)

Solution :

1) $A(1;5)$;; $B(3;-1)$;; $C(0;-2)$



2) On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A \,; y_B - y_A)$

Alors : $\overrightarrow{AB}(3-1\,; -1-5)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(2\,; -6\,)$

3) On a : $E\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

Alors : $E\left(\frac{1+3}{2}; \frac{5+(-1)}{2}\right)$

Par suite : $E(2\,;2)$

4) - On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Alors : $AB = \sqrt{(2)^2 + (-6)^2}$

Donc : $AB = \sqrt{4+36}$

D'où : $AB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

- On a : $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

Alors : $BC = \sqrt{(0-3)^2 + (-2-(-1))^2}$

Alors : $BC = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$

Donc : $BC = \sqrt{9+1}$

D'où : $BC = \sqrt{10}$

5) a. On a : $B \in (BC)$ et $C \in (BC)$

Alors : $m_{(BC)} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-2-(-1)}{0-3} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

b. On sait que : (AB): $y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-5}{3-1} = \frac{-6}{2} = -3$

Alors : $y = -3x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $A(1;5) \in (\mathrm{AB})$

Alors : $y_A = -3x_A + p$

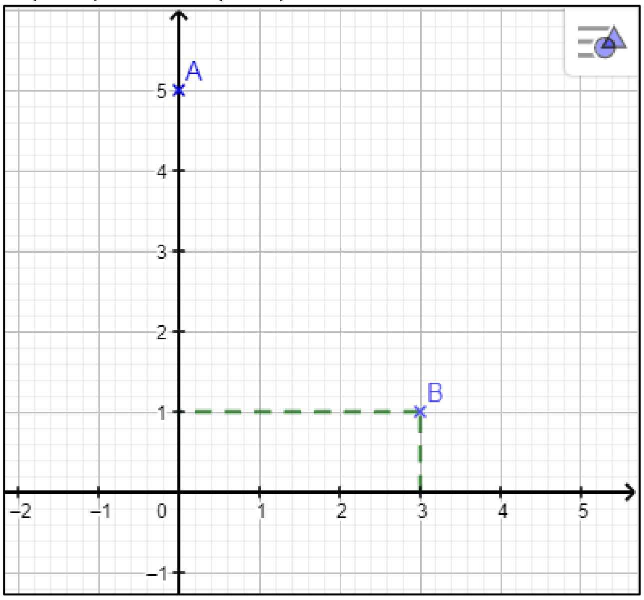
C.à.d. : $5 = -3 \times 1 + p$

C.à.d. : $5=-3+p$
C.à.d. : $p=5+3$
Donc : $p=8$
D'où : (AB): $y=-3x+8$
c. On a : $m_{(AB)}\times m_{(BC)}=-3\times\frac{1}{3}=-1$
Alors : $(AB)\perp(BC)$
6) a. On sait que : $(\Delta): y=mx+p$
✓ Déterminons m :
On a : $(\Delta)//(AB)$
Alors : $m_{(\Delta)}=m_{(AB)}=-3$
Par suite : $y=-3x+p$
✓ Déterminons p :
On a : $C(0;-2)\in(\Delta)$
Alors : $y_C=-3x_C+p$
C.à.d. : $-2=-3\times 0+p$
C.à.d. : $-2=0+p$
Donc : $p=-2$
D'où : (Δ): $y=-3x-2$
b. L'aire de triangle BEF :
On a : $(AB)\perp(BC)$ et $E\in$ (AB)
Alors : (BC) $\perp(BE)$
Par suite : $\mathcal{A}_{BEF}=\frac{BC\times BE}{2}$
Et puisque : le point E est le milieu de $[AB]$,
Alors : $BE=\frac{\text{AB}}{2}=\frac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$
Donc : $\mathcal{A}_{BEF}=\frac{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}{2}$
C.à.d. : $\mathcal{A}_{BEF}=\frac{10}{2}$
D'où : $\mathcal{A}_{BEF}=5\ cm^2$

Exercice 9 : (2022)

Solution :

1) $A(0;5)$;; $B(3;1)$



2) a. On a : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$
Alors : $\overrightarrow{AB}(3-0\,;1-5)$
Donc : $\overrightarrow{AB}(3\,;-4)$
b. On a : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$
Alors : $AB=\sqrt{(3)^2+(-4)^2}$
Alors : $AB=\sqrt{9+16}$
D'où : $AB=\sqrt{25}=5$ cm
3) - On a : $-3x_A+5=-3\times 0+5=5=y_A$
Alors : $A(0\,;5)\in(\Delta)$
- On a : $-3x_C+5=-3\times\frac{3}{2}+5=\frac{-9}{2}+\frac{10}{2}=\frac{1}{2}=y_C$
Alors : $C\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)\in(\Delta)$
4) on sait que : $(D): y=mx+p$
✓ Déterminons m :
On a : $(\Delta)//(D)$
Alors : $m_{(\Delta)}=m_{(D)}=-3$
Par suite : $y=-3x+p$
✓ Déterminons p :
On a : $B(3;1)\in(D)$
Alors : $y_B=-3x_B+p$
C.à.d. : $1=-3\times 3+p$
C.à.d. : $1=-9+p$
Donc : $p=1+9=10$
D'où : (D): $y=-3x+10$
5) On a : $\frac{x_O+x_B}{2}=\frac{0+3}{2}=\frac{3}{2}=x_C$
Et on a : $\frac{y_O+y_B}{2}=\frac{0+1}{2}=\frac{1}{2}=y_C$
Alors : $C\left(\frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ est le milieu du segment $[OB]$
6) a. on a : $O(0\,;0)\in(OB)$ et $B(3;1)\in(OB)$
Alors : $m_{(OB)}=\frac{y_B-y_O}{x_B-x_O}=\frac{1-0}{3-0}=\frac{1}{3}$
D'où : le coefficient directeur de (OB) est : $\frac{1}{3}$
b. On a: $m_{(\Delta)}\times m_{(OB)}=-3\times\frac{1}{3}=-1$
Alors : $(\Delta)\perp(OB)$
Et on a : C est le milieu du segment $[OB]$
Et puisque : $C\in(\Delta)$
Alors : (Δ) est la médiatrice du segment $[OB]$
7) L'aire du triangle AOK
On a : $A(0;5)$ appartient à l'axe des ordonnées.
Et on a : K appartient à l'axe des abscisses.
Alors : (OK) $\perp(OA)$
Par suite : $\mathcal{A}_{AOK}=\frac{OK\times OA}{2}$
✓ Calculons OA :
On a: $OA=\sqrt{(x_A-x_O)^2+(y_A-y_O)^2}$
Alors : $OA=\sqrt{(0-0)^2+(5-0)^2}$

Donc : $OA = \sqrt{0+25}$

D'où : $OA = \sqrt{25} = 5\ cm$

✓ Calculons OK :

On a : $K(x_K\,;0)$ l'intersection de (Δ) et l'axe des abscisses.

Alors : $0 = -3x_K + 5$

C.à.d. : $3x_K = 5$

C.à.d. : $x_K = \frac{5}{3}$

Donc : $K(\frac{5}{3}\,;0)$

Et on a : $OK = \sqrt{(x_K - x_O)^2 + (y_K - y_O)^2}$

Alors : $OK = \sqrt{\left(\frac{5}{3} - 0\right)^2 + (0-0)^2}$

Alors : $OK = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 0}$

D'où : $OK = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{5}{3}\ cm$

Par suite : $\mathcal{A}_{AOK} = \frac{\frac{5}{3}\times 5}{2}$

Donc : $\mathcal{A}_{AOK} = \frac{\frac{25}{3}}{2}$

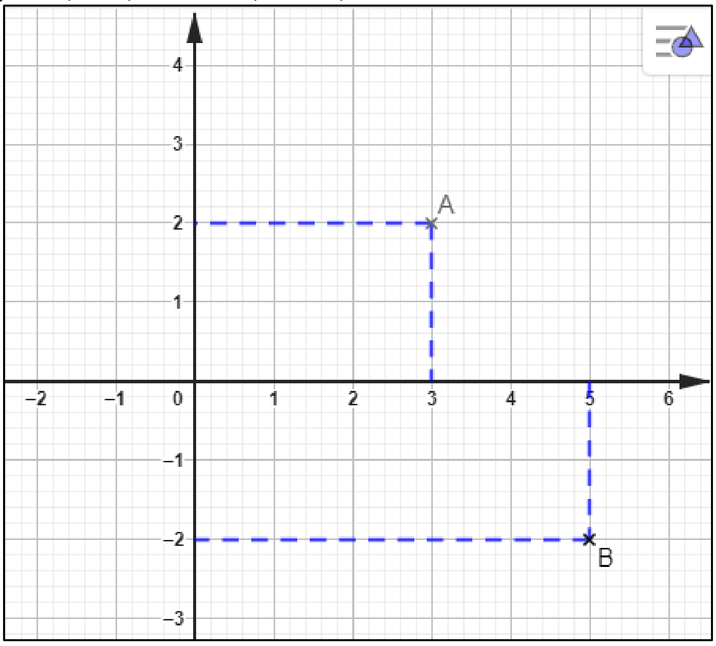
Donc : $\mathcal{A}_{AOK} = \frac{25}{3} \times \frac{1}{2}$

D'où : $\mathcal{A}_{AOK} = \frac{25}{6}\ cm^2$

Exercice 10 : (2023)

Solution :

1) $A(3;2)$;; $B(5;-2)$



2) a. On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,; y_B - y_A)$

Alors : $\overrightarrow{AB}(5-3\,;-2-2)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(2\,;-4)$

b. On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Alors : $AB = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$

Donc : $AB = \sqrt{4+16}$

D'où : $AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm

3) On a : $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4 = x_K$

Et on a : $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0 = y_K$

Alors : $K(4\,;0)$ est le milieu du segment $[AB]$

4) On a : $A(3\,;2) \in (AB)$ et $B(5;-2) \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-2}{5-3} = \frac{-4}{2} = -2$

D'où : le coefficient directeur de (AB) est : -2

5) a. On a :

$$\frac{1}{2}x_K - 2 = \frac{1}{2} \times 4 - 2 = 2 - 2 = 0 = y_K$$

Alors : $K(4\,;0) \in (\mathrm{D})$

b. On a : $m_{(\mathrm{AB})} \times m_{(D)} = -2 \times \frac{1}{2} = -1$

Alors : $(\mathrm{AB}) \perp (D)$

Et on a : K est le milieu du segment $[AB]$

Et puisque : $K \in (\mathrm{D})$

Alors : (D) est la médiatrice du segment $[AB]$

6) a. On sait que : $(\Delta) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $(\Delta)//(AB)$

Alors : $m_{(\Delta)} = m_{(AB)} = -2$

Par suite : $y = -2x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $O(0;0) \in (\Delta)$

Alors : $y_O = -2x_O + p$

C-à-d : $0 = -2 \times 0 + p$

C-à-d : $0 = 0 + p$

Donc : $p = 0$

D'où : (Δ) : $y = -2x$

b. On a : H est le point d'intersection des droites (D) et (Δ)

Alors : $H \in (D)$ et $H \in (\Delta)$

Par suite : $y_H = \frac{1}{2}x_H - 2$ et $y_H = -2x_H$

Donc : $\frac{1}{2}x_H - 2 = -2x_H$

C-à-d : $\frac{1}{2}x_H - \frac{4}{2} = -\frac{4}{2}x_H$

C-à-d : $x_H - 4 = -4x_H$

C-à-d : $x_H + 4x_H = 4$

C-à-d : $5x_H = 4$

Donc : $x_H = \frac{4}{5}$

Alors : $y_H = -2x_H = -2 \times \frac{4}{5} = \frac{-8}{5}$

D'où : $H\left(\frac{4}{5}\,;\frac{-8}{5}\right)$